セラミックスの保証試験の打切り強度*

野 島 武 敏^{*1}

Truncated Strength of Ceramics in Proof Testing

Taketosi NOJIMA

The purpose of the present research is to analyze how the introduction of a fracture criterion affects the truncation strength as well as truncation characteristics in proof testing of ceramic materials. When a fracture criterion, e.g., $K_I = K_{IC}$ (K_I ; the stress intensity, K_{IC} ; the fracture toughness), is introduced to the analysis, a corresponding truncated strength necessarily exists and it is only the function of unloading velocity. On the other hand, when the truncation problem is analyzed being based on surviving conditions, no clear truncation can be found. As a consequence, the introduction of a fracture criterion, in itself, brings analytical truncation in proof tests; the truncation strength and its characteristics depend upon adopted fracture criteria.

Key Words: Proof Test, Brittle Fracture, Ceramics, Rate Effect, Fracture Criterion

1. 緒言

Fuller等^{1, 2)}は、応力拡大係数 K_I が破壊じん性値 K_{IC} と等しくなった時破壊するとする静的な概念に基づく破壊基準「 $K_I/K_{IC}=1$ 」を採用して保証試験の際のセラミック材の残留強度の低下を論じ、除荷の際にこの残留強度 $S(a)$ が負荷応力 σ と等しく、かつ $\dot{S}=\dot{\sigma}$ が成立つ条件より保証試験の打切り強度(残留強度の最小値)を求める解析法を提案し、打切り強度が除荷速度のみで決まると報告した。市川^{3, 4)}は同じ破壊基準を用い、彼等が議論しなかった高速の除荷条件における打切り条件を補完した。著者等⁵⁾は打切り強度は逆に「生存する条件」から考察すべきと考え、(破壊基準を $K_I \rightarrow \infty$ に設定し)ベキ乗の構成式と応力速度一定の負荷・除荷条件を採用してこの問題を議論し、彼等の用いた破壊基準によっては破壊挙動を普遍的に表わし得ないことを数値計算例を用いて明らかにした。

本論文は前報⁵⁾において著者等が保証試験の解析に新しく採用した K_I - σ 関係図を用いて、保証試験における打切り強度とその特性が破壊基準によってどのような影響を受けるかを破壊条件に速度効果を考慮して議論することを主たる目的として記述したものである。

2. 基礎関係式及び生存条件式

2.1 基礎関係式 き裂速度 $\dot{a}$ と K_I の構成関係を次式で表す(図1-(a))。

$$\dot{a}/\dot{a}^* = (K_I/K_{IC})^n \quad (1)$$

ここで n は速度依存性を示すパラメーターである。初期強度、除荷後の残留強度、除荷中の残留強度および負荷応力をFuller等¹⁾に従って各々次式で表す；

$$S_0 = K_{IC}/Y\sqrt{a_0}, \quad S_r = K_{IC}/Y\sqrt{a_r}, \\ S = K_{IC}/Y\sqrt{a}, \quad \sigma = K_I/Y\sqrt{a}. \quad (2)$$

ここで K_{IC} ：破壊靱性値、 a_0 ：初期き裂長さ、 a_r ：残留(除荷後の)き裂長さ、 a ：保証試験中のき裂長さである。負荷応力は式(2)の σ と S を用い、式(1)と組み合わせると次式で与えられる。

$$\sigma = S(a) (\dot{a}/\dot{a}^*)^{1/n} = S(a) (K_I/K_{IC}) \quad (3)$$

図1-(b)のように負荷し、負荷速度を $\dot{\sigma}_u$ 、除荷速度(の絶対値)を $\dot{\sigma}_d$ とし $\xi = \dot{\sigma}_u/\dot{\sigma}_d$ とする。負荷応力の最大値を σ_P (保証応力)とする。多くの試料の初期き裂の大きさを $a_{01}, a_{02}, \dots$ とすると、これらの試料のき裂速度 $\dot{a}$ は a_0 の相違によって異なり σ_P 時の $\dot{a}$ 値は図1-(c)の σ - $\dot{a}$ 図上では丸印のような関係で示される。式(2)の S から得られる $\dot{S} = -Y^2 S^3 \dot{a} / \{2(K_{IC})^2\}$ に式(1)の $\dot{a}$ を用いて積分すると¹⁾負荷および除荷時の S - σ 関係は各々

* 原稿受付 1997年10月17日。

*¹ 正員、京都大学大学院工学研究科(〒606-8501 京都市左京区吉田本町)。

$$(S/S_0)^{n-2} = g_t(\sigma), \quad g_t \equiv 1 - n^* C (\sigma/S_0)^{n+1} \quad (4-1)$$

$$(S/S_0)^{n-2} = g_u(\sigma),$$

$$g_u(\sigma) \equiv 1 - n^* C \cdot \Sigma_P^{n+1} \{1 + 1/\xi - (\sigma/\sigma_P)^{n+1}/\xi\} \\ = g_u(0) + (n^* C/\xi) (\sigma/S_0)^{n+1} \quad (4-2)$$

で与えられる。ここで $\Sigma_P \equiv \sigma_P/S_0$, $n^* \equiv (n-2)/\{2(n+1)\}$, $C \equiv (\dot{a}^*/a_0) (S_0/\dot{\sigma}_t)$ である。除荷後の残留強度 S_r は式(4-2)で $\sigma=0$ において得られ次式で表される。

$$(S_r/S_0)^{n-2} = g_u(0) = 1 - n^* C \cdot \Sigma_P^{n+1} \{1 + 1/\xi\} \quad (5)$$

式(3)及び(4)を用いると 負荷時および除荷時の K_I - σ 関係は次式で表される。

$$(K_I/K_{Ic}) = (\sigma/S_0) / \{g_t(\sigma)\}^{1/(n-2)} \quad (6-1)$$

$$(K_I/K_{Ic}) = (\sigma/S_0) / \{g_u(\sigma)\}^{1/(n-2)} \quad (6-2)$$

式(6-1)の負荷時の K_I - σ 関係を模式的に図1-(d)に示す。数多くの試料がある負荷速度で同一の保証応力 σ_P を受けると、初期強度 S_0 の相違によって K_I/K_{Ic} - σ/S_0 図上では S_0 の大きいものから順に①~④のような異なる応力レベルになる。例えば⑤のように初期強度の小さなものは負荷時に破壊する。図中の②の試料の場合を考えると、ある値以上の速い除荷速度 ξ_1 では破壊しないで生存するが、極めて遅い除荷速度 ξ_2 では除荷中に破壊する。これは図中では除荷中(点線)に、 $K_I \rightarrow \infty$ になることに対応する。すなわち除荷速度をある値に設定し除荷すると、破壊しない最小の初期強度を有する試料の残留強度が打ち切り強度となる。破壊するか否かの条件は一般には除荷速度、負荷速度や保証応力の関数であり採用する破壊基準によっても異なる。

2.2 破壊しないで除荷される為の条件 保証応力 σ_P を受けた時、試料が破壊しないで生存する場合の一つを図2-(a)に模式的に示す。この図は K_I 値が除荷中に除荷開始点Pでの K_I 値より大きな値になるがその後ピーク値(K_{IM} , 図中黒丸点)を示して、生存する場合を表し

Fig.1 Constitutive relations between K_I and $\dot{a}$ (a), loading/unloading conditions (b), σ - $\dot{a}$ relations for different initial crack length (dotted lines) (c), and K_I - σ curves (d)

ている。これをType Iの生存条件とする。除荷時の K_I - σ 関係を与える式(6-2)の両辺の対数を取り、 $dK_I/d\sigma = 0$ として、 K_I がピーク値を示す σ を σ_M とすると

$$(\sigma_M/S_0)^{n+1} = (2\xi/3C)(n+1) \cdot g_u(0) \quad (7)$$

を得る。式(4-2)の $g_u(\sigma)$ と式(6-1)から分かるように $g_u(0) < 0$ の時には、 K_I - σ 関係には $g_u(\sigma) = 0$ となる σ 値が存在し、破壊を意味する $K_I \rightarrow \infty$ なる条件が満たされる。一方 $g_u(0) > 0$ の時には、 K_I 値は除荷時に ∞ になることはなく $\sigma \rightarrow 0$ の時 K_I は 0 となり試料は生存する。すなわち $g_u(0) = 0$ を与える ξ 値が試料が生存するための臨界除荷速度と考えられ、この ξ 値(ξ_{cr} と定義)は次式で表される。

$$\xi_{cr} = n^* C \cdot \Sigma_P^{n+1} / (1 - n^* C \cdot \Sigma_P^{n+1}) \quad (8)$$

K_I と σ の関係は式(6-2)より次式となる。

$$(K_I/K_{Ic})^{(n-2)} = (\sigma/S_0)^{(n-2)} / \{g_u(0) + (n^* C/\xi) (\sigma/S_0)^{n+1}\} \quad (9)$$

式(9)で $\sigma = \sigma_M$ 及び K_I を K_{IM} とおき、式(7)の $g_u(0)$ を代入すると除荷中の K_I の最大値 K_{IM} とそれを与える σ_M の関係は、 $\kappa \equiv K_{IM}/K_{Ic}$ とおいて次式で表される。

$$\kappa^{2-n} = (C/2\xi) (\sigma_M/S_0)^3 \quad (10)$$

式(10)の右辺の ξ/C は定義の関係式、 $\xi = \dot{\sigma}_u/\dot{\sigma}_t$, $C = (\dot{a}^*/a_0) (S_0/\dot{\sigma}_t)$ 及び $a_0 = \{K_{Ic}/(S_0 Y)\}^2$ を用いると、 $\kappa \equiv \xi/C \cdot \dot{\sigma}_u \cdot K_{Ic}^2 / \{\dot{a}^* Y^2 S_0^3\}$ となる。保証試験を受ける一組の試料群の平均強度を S_0^* とし、新たに無次元除荷速度 $\mathcal{U} \equiv \kappa \cdot (S_0/S_0^*)^3$ を定義すると $\mathcal{U}$ は次式で表される。

$$\mathcal{U} \equiv \dot{\sigma}_u \cdot K_{Ic}^2 / \{\dot{a}^* Y^2 (S_0^*)^3\} \quad (11)$$

式(5)の右辺の $g_u(0)$ に式(7)の $g_u(0)$ を代入して $(\sigma_M/S_0)^{n+1}$ で表し、式(10)の σ_M/S_0 を用いると次式を得る。

$$(S_r/S_0^*) = N \cdot \kappa^{-(n+1)/3} \cdot (2 \cdot \mathcal{U})^{1/3}, \quad (12)$$

$$N \equiv \{3/(n+1)\}^{1/(n-2)}.$$

式(12)は無次元除荷速度 $\mathcal{U}$ が与えられたときの残留強度であり、 κ に工学的な上限値を設定すると、この S_r は

Fig.2 K_I - σ curves during unloading, (a); appearance of K_{IM} during unloading (Type I, slow unloading), (b) K_{IM} at σ_P (Type II, rapid unloading)

打切り強度を与える(後述)。一方 κ に強制的な上限値を設定しないと、式(12)から κ が大きくなると S_r は0に漸近することが分かる。

ξ 値が大きくなると K_I の最大値は点Pで生じる(図2-(b))。除荷中の K_I - σ 関係が点Pで最大値を示す最小の ξ (ξ^* と定義)は式(10)で $\sigma_M = \sigma_P$ として

$$(\xi^*/C) = g^* = (\sigma_P/S_0)^3 \cdot \kappa^{(n-2)/2}. \quad (13)$$

で与えられ、 K_I - σ 関係は点Pで $K_I/K_{IC} = \kappa$ に接する条件を満たす。 $\xi \geq \xi^*$ の高速除荷の場合には K_I の最大値 K_{IM} は $\sigma_M = \sigma_P$ (点P)で常に出現する。この生存条件をType IIと名付ける。 $\xi = \xi^*$ の時、式(6-1)より点Pにおいては

$$(\sigma_P/S_0)^{n-2} = g_t \cdot (K_{IM}/K_{IC})^{n-2} = g_t \kappa^{n-2} \quad (14)$$

が成立つ。 $\xi \geq \xi^*$ の場合の S_r 値は式(14)と式(5)より

$$\begin{aligned} \{(S_r/S_0)/(\sigma_P/S_0)\} &= (S_r/\sigma_P) = \\ &= \{\kappa^{2-n} \cdot (n^*/g) (\sigma_P/S_0)^3\}^{1/(n-2)} \\ &= \{\kappa^{2-n} \cdot (n^*/g) (\sigma_P/S_0)^3\}^{1/(n-2)} \quad (15) \end{aligned}$$

となる。 α を定数として保証応力 σ_P を S_0^* の α 倍($\sigma_P = \alpha S_0^*$)に設定すると式(15)は次式となる。

$$(S_r/S_0^*) = \alpha \{\kappa^{2-n} \cdot \alpha^3 (n^*/g)\}^{1/(n-2)} \quad (16)$$

$g \rightarrow \infty$ とすると式(15)又は(16)より $S_r = \sigma_P/\kappa$ を得る。

K_I 値が点Pで最大値を取るか否かの臨界の無次元除荷速度は式(13)で与えられ、その時の応力値は式(13)を式(12)に代入して次式で表される。

$$(S_r/\sigma_P) = N/\kappa \quad (17)$$

3. 破壊基準を設定した場合としない場合の生存条件

3.1 破壊基準「 $K_I = K_{IC}$ 」を設けた場合

Fuller等¹⁾は図3-(a)に模式的に示されるようにき

Fig.3 Degradation of residual strength S_r ; (a)&(b), and corresponding K_I - σ curves by present analysis), (c)&(d), (a); by Fuller et al, (b); by Ichikawa

裂進展による S_r の低下を論じ、 S_r 値が除荷過程において負荷応力 σ と等しく、かつ $\dot{S}_r = \dot{\sigma}$ が成立つ条件により打切り強度を求める保証試験の解析法を提案した。著者等は彼等の解析した問題は図3-(c)に示されるように破壊基準「 $K_I = K_{IC}$ 」を設けて除荷時に $K_I \geq K_{IC}$ となる試料を棄却する問題と等価であることを示した⁵⁾。この破壊基準を設けた時、除荷途中で K_I のピーク値(K_{IM})が丁度 K_{IC} になる条件を求めると、 S_r の最小値(打切り強度、 $(S_r)_{min}$)を得る。式(10)で $\kappa = K_{IM}/K_{IC} = 1$ とにおいて式(7)と連立して σ_M を消去すると次式で表される保証応力 σ_P と上述の条件を満たす ξ (ξ_L)の関係を得る。

$$(\sigma_P/S_0)^{n+1} = \{1 - 3/(n+1) (2\xi_L/C)^{(n-2)/3}\} / \{n^* C (1 + 1/\xi_L)\} \quad (18)$$

式(18)で $\xi_L = 1 \sim 18$ として σ_P/S_0 を得、式(6)を用いて K_I - σ 関係を算出すると図4を得る($n=20, C=100$)。得られた除荷曲線は $K_I/K_{IC} = 1$ で K_I のピーク値(黒丸点)を示す。例えば点Bの応力値(σ_P)まで負荷された試料を $\xi = 1$ で除荷すると点B'で破壊基準「 $K_I = K_{IC}$ 」に達し破壊する。これは点Bの負荷を受けた時、 $\xi = 1$ より小さな ξ では除荷曲線は必ず1を越えることを意味する。すなわち $\xi = 1$ を除荷速度とする場合には点Bの応力値が残留強度の最小値(打切り強度 $(S_r)_{min}$)を与える。

Fuller等が提示した $(S_r)_{min}$ は式(12)で $\kappa = 1$ とにおいて与えられ、式(11)を用いると式(19)で表される。

$$(S_r)_{min} = N \cdot \{2\dot{\sigma}_u K_{IC}^2 / (\dot{\sigma}^* Y^2 S_0^3)\}^{1/3} \quad (19)$$

図4に示されるように σ_P が大きくなる程 ξ_L 値は大きくなり、負荷時の K_I - σ 曲線①が $K_I/K_{IC} = 1$ を切る点AがFuller等の解析の上限になる。

市川は同じ破壊条件に基づき図3-(b)のように S 曲線

Fig.4 Simulated K_I - σ curves following to the fracture criterion ($K_I = K_{IC}$, used by Fuller et al)

が点Aを通る場合を補完した³⁾。これはType IIの高速除荷に対応し、図3-(d)の点Aを与える ξ_L の最大値(ξ^*)は、式(13)で $\kappa=1$, $\sigma_P=\sigma_{PL}$ (点Aにおける σ 値)とおいで得られる。

$$\xi^*/C=(\sigma_{PL}/S_0)^3/2 \quad (20)$$

式(15)を用いて残留強度 S_r を σ_{PL} の関数で表すと

$$(S_r/\sigma_{PL})=\{1-(n^*/U)(\sigma_{PL}/S_0^*)^3\}^{1/(n-2)} \quad (21)$$

を得る($\xi \geq \xi^*$)。式(16)が高速除荷下での打切り強度を与え、 $\kappa=1$ と置くと次式を得る。

$$(S_r)_{\min}/S_0^*=\alpha(1-n^*\alpha^3/U)^{1/(n-2)} \quad (22)$$

一方Fuller等の打切り強度(式(19))は U を用いると

$$(S_r)_{\min}/S_0^*=N(2U)^{1/3} \quad (23)$$

で与えられる。式(22)と式(23)の境界の点Aでの S_r 値は式(17)で $\kappa=1$ として次式で表される。

$$(S_r)_{\min}/\sigma_{PL}=N \text{ あるいは } (S_r)_{\min}/S_0^*=\alpha N \quad (24)$$

何れの場合も打切り強度は除荷速度のみで表される。これは破壊基準を設けたことによつて生じている。

式(23)のFuller等の関係式を $n=20, 50$ 及び 100 についてFig. 5に3本の点線①で示す。打切り強度 $(S_r)_{\min}$ は図中の黒丸点より U の大きな領域では式(22)の市川の式に従う(実線②)。破壊基準「 $K_I=K_{IC}$ 」用いたこの解析では $U \rightarrow \infty$ の時打切り強度は保証応力 σ_P と一致する。図5の結果は低速の除荷では打切り強度は極めて小さな値となるため、これらの結果に基づいて高速の除荷が推奨されてきた。市販の試験機によって高速の除荷を行なうとクロスヘッド速度は最高でも 0.5 mm/min 程度である。試験機の剛性 $1/\lambda$ を 1 mm/10KN と想定し試験片の変形を小さいとして無視し、試料の断面積 A を $5 \sim 15 \text{ mm}^2$ とくと、 $\dot{\sigma}_u=V/(A\lambda)=5 \sim 16 \text{ GPa/s}$ 程度と推定出来る。 $K_{IC}=5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 、 $\dot{\epsilon}^*=2 \times 10^{-3} \text{ m/s}$ 、 $Y^2=\pi$ 、及び $S_0^*=500 \text{ MPa}$ として

Fig.5 Truncated strength-unloading velocity relations following to ① Fuller, ② Ichikawa ($K_{IM}/K_{IC}=1$), ③④; present analysis ($K_{IM}/K_{IC}=1.03271 \dots$)

式(11)を適用して U を概算すると $0.17 \sim 0.5$ 程度の値が得られる。すなわち市販試験機で可能な限り高速除荷を行なうとType IIの形の保証試験がなんとか可能であり、またそのように処理されている^{6, 7)}。

3.2 破壊基準を設けない場合 強制的な破壊基準を設けた場合の保証試験の打切り強度を上述した。この節では、保証試験を何の破壊条件も設定しないで考える。図6に $K_I/K_{IC}=1$ の点Aまで $C=10$ で負荷した後、種々の速度で除荷した時の $K_I-\sigma$ 関係を式(6)を用いて算出した例を示す($n=20$)。ここで計算に用いた ξ 値は式(8)及び(13)により算出した ξ_{cr} 及び ξ^* 値を参考としている(数値は図中に記入)。曲線②がFuller等の除荷速度の上限値 ξ^* の場合の除荷曲線であり、この ξ^* が破壊基準「 $K_I=K_{IC}$ 」を採用した場合の破壊させないための最小の ξ 値である。しかしながら曲線③④で示されるように ξ^* より少し小さな $\xi=3.4$,あるいは 3.36 を採用しても $K_I \rightarrow \infty$ となることなく破壊しないで除荷される。 ξ 値を ξ_{cr} に無限に近づける(⑥ $\rightarrow$ ⑦ $\rightarrow$ ⑧)と K_I は K_{IC} 値より極めて大きくなるが破壊することはない。対応する除荷中の残留強度 $S(a)$ の変化の様子を図7に示す(各々の曲線番号は図6のそれに対応)。この図は $S(a)$ 値が最高荷重点Pを通過した後、除荷曲線(点線、 σ)より低い値を示した後、除荷($\sigma \rightarrow 0$)にともなう一定の残留強度 S_r を呈することを示す。除荷後の S_r 値は右端($\sigma=0$)の値で与えられる。この図は ξ 値が ξ_{cr} に近づく、 S_r が0に漸近することを示す。図8は $n=50$ について図7と同様に $K_I/K_{IC}=1$ の点Aまで $C=100$ で負荷した後、同じよう

Fig.6 Simulated $K_I-\sigma$ curves (loaded to $K_I/K_{IC}=1$, showing surviving characteristics)

に除荷した時の K_I - σ 関係を示す。用いた ξ_{cr} 及び ξ^* 値、並びに得られた S_r 値を図中に示す。図は n 値が大きくなると、 K_I が顕著に増大する傾向が小さくなることを示す。これは式(1)が示す速度依存性から分かるように、き裂の速度が大きくなっても、 K_I 値の増加量が小さく抑えられることに起因する。図9は Fuller等の用いた破壊基準を越えて図6のP'まで負荷した後($K_I/K_{IC}=1.1$)、除荷した場合の $S(a)$ の変化を示す数値計算例である。 $S(a)$ 値は図中の最高荷重点P'(保証応力 σ_P)の直前の点Aで負荷荷重線 σ より低い値を示した後、破壊しないで除荷されている。これ等の数値計算例は破壊基準を設定しないと打切り強度を解析的に確定し得ないことを示す。

Fig. 7 Degradation curve of S without fracture criterion showing diminishing of S_r value when $\xi \rightarrow \xi_{cr}$ (the figure corresponds to Fig. 6).

Fig. 8 Simulated K_I - σ curves showing surviving characteristics even in $K_{I\max}/K_{IC} > 1$ ($n=50$)

3.3破壊基準を緩和した場合 破壊基準を少し緩和した時打切り強度がどの程度変化するかを考える。破壊基準 $[K_I \leq K_{IC}]$ は $\dot{a} \leq \dot{a}^*$ と考えることに対応する。今この破壊基準を少し緩めて $\dot{a} \leq 5\dot{a}^*$ と考えると K_I レベルでは式(1)より $K_I \leq 5^{1/n} \cdot K_{IC}$ とすることになる。 $n=50$ として式(12)と(17)で $\kappa = 5^{1/50} = 1.0327\cdots$ と置いて得た (S_r/S_0^*) - $\dot{a}$ 関係を先の図5に曲線③④で示す。この関係は全体的にほぼ $\log 5$ だけ高速側に移行し、高速の除荷域④では S_r 値の低下は極めて小さく、 $\dot{a} \rightarrow \infty$ の時の $(S_r)_{\min}$ 値は σ_P/κ になる。臨界の除荷速度 $\dot{a}^*$ より低速域③では S_r 値の低下が顕著であることが分かる。上述したように通常の試験機で出来る限り高速で除荷しても $\dot{a}$ 値は高々0.5程度であるから、破壊基準をこのように緩めた場合を許容するとType IIの生存条件を満たす高速除荷は事実上困難になる。これは市販試験機による保証試験においては、打切り強度が極端に低下 $((S_r)_{\min} = 0.4 \sim 0.6 S_0^*)$ する場合があることを示唆する。ここで明らかにされた結果より打切り強度は破壊基準を設定することから派生し、設定された破壊基準に対応した様々な打切り強度が導出されることが分かる。

4. 速度効果についての考察

Fuller等や市川は速度効果を考慮に入れた構成式を用いてき裂の進展を解析したが、破壊の判定は静的な考えに基づいて行なった。このため破壊挙動や残留強度に及ぼす速度効果の本質的な意味に言及することはなかった。彼等は基本的に $\sigma \leq S$ が成立つと考え、 $\dot{\sigma} = \dot{S}$ となった時破壊すると考えた。破壊基準を設定しないで得た図6~9に示された結果は $K_I > K_{IC}$ の領域を一時的に

Fig. 9 Degradation curves of S without fracture criterion showing $S_r \rightarrow 0$ when $\xi \rightarrow \xi_{cr}$ ($\xi_{cr} = 19.2156495380469598\cdots$)

経過しても破壊する必然性が全くないことを示した。式(3)から分かるようにこの領域では $(K_I/K_{Ic})^n = \dot{a}/\dot{a}^*$ 1であるから $S(a)$ 値が外力 σ よりも小さくなることを表している。このように $\dot{a}/\dot{a}^* > 1$ を許容した場合の $S(a)$ の時間的変化は図10のように示される。図10-(a)と(b)は各々 S 曲線が除荷中、あるいは最高応力に達する前に σ より小さくなる場合を表し、何れの場合も図6や8で K_I がピークを示す点で $\dot{a}$ が最大となり、この時 $\sigma-S(a) > 0$ が最大となることを示している。

理想的な高速の除荷条件下 ($\dot{a} \rightarrow \infty$)で保証試験を行なうと「除荷中にき裂は進展しないから、保証強度 σ_P と残留強度 S_r は等しい」とアプリアリに記述されている^{1) 8)}。しかしながら、速度効果を斟酌するとこの記述は一般的に成立しない; $K_I/K_{Ic} = \kappa > 1$ の状態(例えば図6のP'点)から $\dot{a} \rightarrow \infty$ で除荷すると、図5の曲線④で示されるように残留強度 S_r は σ_P/κ となる。これは除荷される直前のき裂の速度が $\dot{a} > \dot{a}^*$ であるため、 σ 値が速度効果で上昇していることに因る。式(3)に従うと、外力 σ が0になると、き裂速度 $\dot{a}$ も瞬時に0になる。これは除荷速度 $\dot{a}$ を高速にすればする程、 K_I 値の大きな状態から破壊させずに除荷し得ることを示し、これにつれて残留強度の最小値も低下する。これをき裂の成長度合いから考えると、大きく成長したき裂でも高速の除荷では破壊させずに除荷し得ることを意味する。

本解析とその考察においては、なお力学的に詳細な検討を要する問題が残された。それらは①Fuller等に従って行なった $\dot{a}$ 一定のもとでの解析は、通常のクロスヘッド速度 V 一定の試験に厳密には対応し得ないこと、及び②試料の運動エネルギーを考慮しなかったこと等にある。これらの点は特に破壊強度や保証強度を決定づける破壊直前の状況において問題となると推測され、前者は $\dot{a}$ 一定を保持するためには V の加速を必要とすること、後者は破壊直前には上述の考察の基にし

た基本仮定「外力 σ が0になるとき裂速度 $\dot{a}$ も瞬時に0になる」が成立し得なくなると推測されること等の問題と関連する。打切り強度を力学的観点からその全容を明らかにするためには、なおこのような問題の解明が不可欠であると考えられる。

しかしながらFuller等が用いた破壊基準「 $K_I = K_{Ic}$ 」は破壊強度を評価する観点からは安全側にあるが、残留強度が重要な因子となる保証試験においてはこの破壊基準は逆に危険なものであることは明らかである。これらのことを踏まえ、上述の議論を包括的にまとめると κ 値の上限の確定が困難な現状では打切り強度は存在しない、あるいは数多くの試料の保証試験を行なうと残留強度の極めて小さなものが混入する危険性が極めて高いこと等を念頭においてセラミックス材の保証試験のデータ解析や設計を行なうことが最低限必要であると言える。

5. 結論

静的な破壊基準「 $K_I = K_{Ic}$ 」を設定した場合としない場合の保証試験における除荷時の破壊挙動を $K_I-\sigma$ 図を用いて考察し、打切り強度の評価に及ぼす速度の効果と破壊基準の影響を議論し、以下の結論を得た。

- (1) 破壊基準を設定しないと、速度効果によって保証試験中の残留強度 $S(a)$ は負荷応力 σ より小さな値となる領域が存在する。このため超高速の除荷を行なうと式(2)で定義された残留強度 S_r 値は速度効果のため保証応力 σ_P より小さくなる場合がある。
- (2) ある規定された K_I (例えば K_{IM})値に達すると破壊すると考える「強制的な」破壊基準を設定すると、その破壊基準に対応した種々の残留強度の最小値(打切り強度)が存在する。一方、破壊基準を設定しないと打切り強度を解析的に確定することは出来ない。

文献

- (1) Fuller E.R., Wiederhorn S.M., Ritter J.E. and Oates P.B., J. of Mat. Sci., 15 (1980) 2282-94
- (2) Ritter J.E., Oates P.B., Fuller E.R. and Wiederhorn S.M., J. of Mat. Sci., 15 (1980) 2275-81
- (3) 市川昌弘, 機論 53 A (1987) 2216-22
- (4) 市川昌弘, 機械の研究, 40-1 (1988) 97-103
- (5) 野島武敏, 足立晋也, 機論 64 A (1998) 1991-96
- (6) 坂井田喜久, 淡路英夫, 市川昌弘, 機論 58 A (1992) 936-42
- (7) 小磯信重, 機論 59 A (1993) 144-49
- (8) Evans A.G. and Fuller E.R., Mater. Sci. Eng., 19 (1975) 69-75

Fig.10 S -time and σ -time curves showing $S < \sigma$ for $K_I > K_{Ic}$ ($\dot{a} > \dot{a}^*$) due to rate effect