GA 利用による機械構造物の位相最適化の一方法*

(第 3 報, 有限要素の除去・付加パラメータを用いた単一個体による確定的方法)

鈴木雄作^{*1}, 鶴田 靖^{*2}, 川面恵司^{*3}

A Method for Shape and Topology Optimization of Mechanical Structures by Using Genetic Algorithm (3rd Report, A Deterministic Approach with A Single Individual by Using Removal and Addition parameters)

Yusaku SUZUKI, Yasushi TSURUTA and Keishi KAWAMO

In the previous papers we proposed a method for shape and topology optimization (i.e., layout optimization) of two-dimensional finite element models of mechanical structures using genetic algorithm. The method is contrived in such a way that optimal layouts are obtained by selecting the layouts of the models as individuals, and by adopting removal and addition parameters of the elements as chromosomes. A certain relationship between the both parameters are certified to exist in various experiments. We, therefore, proposed a finite-difference-type of sensitive optimal method using the relationship, which can be called a deterministic GA approach with a single individual. It is demonstrated that the final layouts obtained by the approach are similar to those gained by GA and cellular automaton.

Key Words: Optimum Design, Structural Analysis, Sensitivity Analysis, Finite Element Method, Genetic Algorithm

1. 緒言

筆者らは 2 次元連続体の有限要素モデルに関する位相最適化問題を大河内らが提案している差分形式の感度解析法⁽¹⁾⁽²⁾を基に、感度解析法および遺伝的アルゴリズム (genetic algorithm, 簡単に GA という) を用いて検討してきた^{(3)~(5)}。大河内らの感度解析法は、ひと言でいうと、軽量化プロセスの 1 ステップごとに応力の最も小さい要素を 1 個ずつ除去あるいは移動する方法である。筆者らのアプローチはいずれも、基本的には最適化プロセスにおいて応力の低い要素を有限要素モデルから一度に複数個除去し、また除去された要素の一部を再びモデルに戻すといった要素の除去と付加の操作を繰り返しながら位相最適化解を得ようとするものである。

モデル内に発生する応力の大きさに応じて要素をいくつかのクラスに分け、応力の小さい要素が属する複数のクラス内の要素を除去し、必要に応じてその一部を再びモデルに戻す方法で、この除去するクラスの数と戻す要素の数を除去と付加のパラメータを用いて最適化プロセスを制御するものである。

感度解析法では、このパラメータを最適化プロセス中で一定とした。それに原因すると思われるが、解の収束性があまり良くなかった。そこで、要素の除去と付加を行わず、除去に代えて弾性係数値を減じ、付加に代えてその値を増やす方法を探った。これは解の収束性を改善するために行なった工夫で、この弾性係数値の増減法は、伊能らのセルオートマトンによる方法⁽⁶⁾⁽⁷⁾、および鈴木らの均質化法⁽⁸⁾による位相最適化問題でも行なわれている。しかし、得られた最終構造形態は多数の異なる弾性係数値の要素で構成されているので、これを同一値の弾性係数値を持つ構造形態に置換するにはまた別の操作が必要になる。そこで、筆者らは同じ位相最適化問題に除去・付加パラメータを染色体とする GA を用いる方法を考案し、多くの有限要素モデルに適用してみたところ、最適化プロセス中の除去パラメータと付加パラメータの間に一定の関係があることがわかった⁽⁵⁾。そこで、まず GA プロセスにおける突然変異を行なわないで最適化を行なったところ、この関係を再確認できたので、これを用いて先に提案した感度解析法 (いわば、1 個の個体による確定的 GA と呼ぶことのできる方法で、この場合残存要素の弾性係数は一定としている) に適用してみたところ、文献^{(3)~(8)}で求められた最終形態とほぼ同様の形態が得られた。ここではその経緯について報告する。

* 1997 年 7 月 30 日 International Symposium on Optimization and Innovative Design '97 において講演、原稿受付 1997 年 9 月 10 日。

^{*1} 芝浦工業大学大学院 (☎ 330-0003 大宮市深作 307)。

^{*2} (株)三菱マテリアル (☎ 330-0835 大宮市北袋 1-297)。

^{*3} 正員、芝浦工業大学システム工学部。

2. レイアウト最適化方法

2.1. 最適化アルゴリズム

筆者らの提案した最適化アルゴリズムを簡単に再記する。詳細は文献(4)に述べてある。

- Step 1. 有限要素法により対象構造の応力を求めて、応力値の大小により要素をクラス分けする。
- Step 2. 応力の平均値の属するクラスの β 倍 ($0 \leq \beta \leq 1.27$) のクラス以下に属する要素を除去の対象とする。
- Step 3. さらに個々の要素の除去に曖昧さを持たせるために *c-means* 法によりメンバーシップ関数の係数 α を導入する。ここで、対象となった要素を除去し、これらを除去要素ファイルに格納する。本報告では過去の数値実験の結果⁽⁵⁾から $\alpha = 0.5$ と置く。
- Step 4. 除去要素ファイルから、全要素の γ 倍 ($0 \leq \gamma \leq 1.27$) の要素を再び構造に付加する。

2.2. 個体および遺伝子の表現方法

β を要素除去係数、 γ を要素付加係数と呼ぶことにし、これを2進数7ビットの1または0からなる遺伝子型コードで表現する。この2つの係数からなるストリングを1つの染色体として定義し、これを1/100倍して対象とする構造の係数に対応させる。個体すなわち構造レイアウトは、各々の構造レイアウトからどのように要素を付加または除去するかを表現した染色体とその世代までに除去された要素が格納されている除去要素ファイルとからなっている。

Fig. 1 Coding into strings as chromosomes

Fig. 2 Individual

2.3. 適応度関数

以下に示したように適応度関数を決定した。

$$\phi_i = \frac{V_0 - V_i(t)}{V_0} + \zeta \left(1 - \frac{\sigma_{i,max}(t)}{\sigma_{all}} \right) \quad (1)$$

$$f_i = \phi_i^2 \quad (2)$$

ただし、 i は個体番号、 t は世代数、 V_0 は構造の初期体積、 $V_i(t)$ は個体 i の世代 t における体積、 σ_{all} は許容応力、 $\sigma_{i,max}(t)$ は個体 i の世代 t における要素の最大応力である。

これらの応力はいずれも *Mises* 形の応力であり、応力の評価は *Mises* 形を基準として行なうことにする。

ここで第1項は目的関数、第2項はペナルティー関数である。第2項の係数 ζ は、要素の最大応力が許容応力以内ならば $\zeta = 0.0$ 、許容応力を越えた場合は $\zeta = 1.0$ とした。

GA による最適化プロセス (今後簡単に GA プロセスということにする) の収束性を高め、早期収束を極力回避できるようにするために評価関数 f を以下に示す線形スケールリングの式(3)~(5)を用いて F_i の個体ごとの評価値の差異が世代を経るにつれて拡大するように工夫した。すなわち、一般に世代の初期段階では個体間の適応度 f_i の差異は比較的大きいが、世代を経るにともないこの差異が小さくなるので、世代にともないスケールリングの度合が大きくなるようにした。

$$F_i^t = a \cdot (f_i^t - f_{min}^t) + F_{min}^t \quad (3)$$

ただし、

$$a = \frac{F_{max}^t - F_{min}^t}{f_{max}^t - f_{min}^t} \quad (4)$$

$$F_{max}^t = f_{max}^t, \quad F_{min}^t = \frac{f_{min}^t}{t} \quad (5)$$

つまり、式(5)の第2式で $F_{min}^t = f_{min}^t/t$ とおくことにより、スケールリング係数 a を世代にともない増加するようにし、スケールリングの度合を大きくした。詳細は文献(5)で述べているのでここでは省略する。

2.4. 遺伝的操作

本報告で扱ういくつかの遺伝的操作を以下に示す。

2.4.1. 交差と突然変異

交差は除去と付加のパラメータについてそれぞれ1点交差を行なう。過去の数値実験結果より交差確率 $P_c = 0.8$ とした。前報⁽⁵⁾の世代 $t-1$ 線図、世代 $t-\gamma$ 線図 (前報⁽⁵⁾ 図 9.10 参照) の曲線は突然変異操作によりかえってバラツキが生じていること、また後述の3.3節で述べるように突然変異操作なしで行なったGAプロセスによる収束時における結果には多少バラツキが認められるが、本報告では突然変異操作は行なわないことにした。個体数はすべての場合で30に固定した。

2.4.2. ルーレット戦略

個体の選択方法としては、適応度の大きさに比例した面積を有するルーレットを作成することにより行なう。通常のルーレット戦略を用いた。つまり、適応度の高い個体ほど次世代に残る確率が高くなるようにした。

2.4.3. エリート保存戦略

GAプロセスを高速化するために世代 t において適応度が最も優れた個体1個は世代 $t+1$ にそのまま残すことにした.これは個体群の平均適応度を低下させないようにする方法である⁽⁵⁾.

2.5. 計算条件

対象構造はすべて板厚1.0, 弾性係数 $E=206.0GPa$, ポアソン比0.3とし, 除去される要素は実際には極端に小さな弾性係数 $E_0=103.0MPa$ をもつ要素に置き換える.しかし式(1)の V_i には除去された要素の体積は含めないことにした⁽⁴⁾⁽⁵⁾.これに関しては前報⁽⁵⁾に詳しく述べてある.

2.6. 収束条件

最適化プロセスは体積減少比を用いて終了させることにする.式(6)より各世代で得られる体積減少比の個体に関する平均値 $\overline{\Delta V}$ (これを平均体積減少比という)を求める.

$$\overline{\Delta V}(t) = \frac{1}{n} \sum_i \frac{V_0 - V(t)}{V_0} \quad (6)$$

この値が,2世代に渡る平均体積減少比の値で評価した,式(7)を満たしたときに最適化プロセスを終了する.

$$\frac{\overline{\Delta V}(t+1) - \overline{\Delta V}(t)}{\overline{\Delta V}(t+1)} \leq 10^{-3} \quad (7)$$

3. 計算実験

3.1. 対象構造

本報告で扱う対象構造は図3~図5に示すような設計領域の寸法,荷重条件,境界条件,許容応力,有限要素分割である.構造I,IIおよびIIIの構造内部全体にわたって発生する主な応力のうち支配的なものはそれぞれせん断応力,曲げ応力および引張応力である.

Fig. 3 Structure I

Fig. 4 Structure II

Fig. 5 Structure III

3.2. 染色体の探索範囲についての検討

前報⁽⁵⁾でGAプロセスの安定性と係数 β と γ の領域の関係を検討した.しかし,初期世代の段階で適応度が急速に増加する個体はほとんどすべてある世代で適応度が突然0.00となる(これを個体の死滅と呼ぶことにする)現象が観察されていた.この現象は初期世代で要素が多数除去され,一方再付加される要素数が少ないため構造の一部が切断され,構造としての形態を保持し得なくなることによることがわかった.そこで要素の急激な除去をおさえるように係数 β の適正値を決定する目的で β の範囲を次の3ケースに設定し,個体の死滅と β の範囲の関係を調べた.ここで,遺伝的操作は β, γ で行ない,実際の要素の除去と付加は $\beta_i (i=1,2,3)$ と γ' で行なう.

Case 1: $0.00 \leq \beta_1 \leq 1.27$, $0.00 \leq \gamma' \leq 0.60$

Case 2: $0.00 \leq \beta_2 \leq 1.00$, $0.00 \leq \gamma' \leq 0.60$

Case 3: $0.00 \leq \beta_3 \leq 0.80$, $0.00 \leq \gamma' \leq 0.60$

ここで,例えば, $0.00 \leq \beta_2 \leq 1.00$ では,遺伝的操作で得られた β より $\beta_2 = \frac{1.00}{1.27} \beta$ と β に係数1.00/1.27を乗じて求められた β_2 を用いて要素の除去を行なう.つまり,GA操作は β, γ とも0.00~1.27の範囲で行なうが実際の要素の除去と付加は β_i, γ' で行なうことにした.

Fig. 6 Death of the individuals

図6に死滅する個体数と β の範囲を示す。同図よりケース1, 2では要素の除去に対して要素の再付加が対応しきれなくて、個体が死滅してしまう。ケース3の場合では要素の除去と再付加が適度に行なわれていて個体はほとんど死滅することがなかった。そこで、以降の数値実験はすべてケース3で行なうことにした。

3.3. GAプロセスの安定性についての検討

本GAプロセスが安定であることを確認するために、先に示した構造IIについて10回試行した結果を以下に示す。ここでは、前述のように交差確率を0.8に設定し、突然変異操作は行っていない。

Table 1 Results of simulation

Trial	Fitness	V.R.	S.R.	F.G.
1	0.530	0.793	0.954	31
2	0.533	0.771	1.004	24
3	0.517	0.739	0.948	27
4	0.572	0.798	0.990	24
5	0.617	0.839	1.055	26
6	0.586	0.790	0.957	24
7	0.503	0.766	0.882	38
8	0.497	0.746	1.010	25
9	0.512	0.766	0.983	47
10	0.494	0.748	0.956	23

* V.R., S.R. and F.G. are abbreviations of volume reduction ratios, stress ratios of final layouts and final generations.

Fig. 7 Final Layouts in Structure II

表1は収束時における最も適応度の優れた個体の適応度、体積減少比($= \frac{V_0 - V_f(t)}{V_0}$)、応力比($= \frac{\sigma_f(t)}{\sigma_{all}}$)を示している。同表が示すように各諸元はそれぞれ20, 13, 16%ばらついている。これはGA自体が確率的な手法あるうえ、本法が個々の要素に対して「存在する」、「存在しない」を指定する方法でないことに起因していると考えられる。図7に収束時における最終レイアウトを示す。試行3, 8, 10を除き、最終レイアウトは構造IIと同一諸元で均質化法で解析した最終レイアウトとほとんど同じである。そこで、上記のパラメータ、最終レイアウトの差異を許容したうえで、以降のGAプロセスを突然変異操作を行わずに実行することにする。

3.4. 感度解析

先に示した計算条件で構造I, IIおよびIIIについて各2回ずつ試行した結果を図8と図9に示す。図8は世代に対する除去係数の個体に関する平均 $\bar{\beta}$ の推移。図9は $\bar{\beta}_3$ に対する付加係数の個体に関する平均 $\bar{\gamma}$ の関係を示している。なお図9中の矢印は世代の進行方向を示している。

Fig. 8 Behavior of $\bar{\beta}$

Fig. 9 Behavior of $\bar{\beta}_3$ and $\bar{\gamma}$

GAが確率的な方法であるにも関わらず、両パラメータの関係は対象構造の差異にほとんど関係なくほぼ同じ傾向を有し、なおかつばらつきの巾が狭い。そこで両パラメータの関係を式(8)と式(9)で近似する。

$$\bar{\beta} = \begin{cases} 0.1807 \log_e t + 0.6516 & (\bar{\beta} \leq 1.27) \\ 1.27 & (\bar{\beta} > 1.27) \end{cases} \quad (8)$$

$$R^2 = 0.826$$

$$\bar{\beta}_3 = \frac{0.80}{1.27} \bar{\beta}$$

$$\bar{\gamma} = \begin{cases} 19.782 \bar{\beta}_3^5 - 56.679 \bar{\beta}_3^4 + 62.518 \bar{\beta}_3^3 \\ -32.619 \bar{\beta}_3^2 + 7.735 \bar{\beta}_3 - 0.5876 & (\bar{\gamma} \geq 0.00) \\ 0.00 & (\bar{\gamma} < 0.00) \end{cases} \quad (9)$$

$$R^2 = 0.999$$

ここで R^2 は決定係数で、数値実験値と近似値の適合の程度を示す統計指標のひとつである。世代 $n - \bar{\beta}$ 曲線では実験値と近似値の一致度はやや劣るが、 $\bar{\beta}_3 - \bar{\gamma}$ 曲線では両者の一致度が極めて良い。決定係数値から判断して、近似式はほぼ実験値を近似していると考ええる。

ここで提案する本方法は、まず GA によって求めた世代に対応する $\bar{\beta}$ の値を式 (8) を用いて求め、次いで $\bar{\beta}_3$ から式 (9) により $\bar{\gamma}$ を求め、この両値を用いて最適化プロセスを繰り返し、最終レイアウトを求めるものである。

3.5. 最終レイアウト

ここで新たに伊能らがセル・オートマトンを適応した構造 IV ~ VII⁽⁷⁾ を対象構造として加える。文献 (7) を参考とし、対象構造の設計領域の寸法、要素分割数、厚さはそれぞれ $60\text{mm} \times 40\text{mm}$ 、 60×40 、 1mm である。荷重条件は図 10 ~ 図 13 中のそれぞれの矢印の所に大きさ 50N の荷重が作用する。許容応力値は、最終レイアウトが同文献で得られた体積減少比とはほぼ同じ程度になるように調整した。

Fig. 10 Structure IV

Fig. 11 Structure V

Fig. 12 Structure VI

Fig. 13 Structure VII

以上のような7つの構造に対して個体数を30個としたGAプロセスを10回試行した場合と感度解析法、つまり係数 $\bar{\beta}$ と $\bar{\gamma}$ が式 (8) と式 (9) に従う個体1個の確定的な方法によりそれぞれ数値実験を行なった。その結果を表2に最終レイアウトを図14 ~ 図20に示す。図中の要素の色の濃淡は応力の高低に対応しており、応力の高い要素ほど色を濃くしてある。

Table 2 Results of simulation

Structures	N.I.		Fitness	V.R.	S.R.	F.G.
I	30	mean	0.703	0.857	0.968	30.3
		S.D.	0.0418	0.0335	0.0446	2.518
	1		0.706	0.825	0.956	24
II	30	mean	0.536	0.780	0.974	28.9
		S.D.	0.0396	0.0315	0.0439	7.409
	1		0.521	0.722	0.999	30
III	30	mean	0.346	0.606	0.996	45.0
		S.D.	0.0208	0.0160	0.0545	2.449
	1		0.297	0.588	1.042	40
IV	30	mean	0.687	0.832	1.034	35.3
		S.D.	0.0326	0.0238	0.0900	2.625
	1		0.684	0.842	1.015	40
V	30	mean	0.480	0.693	0.928	32.0
		S.D.	0.0057	0.0043	0.0153	1.633
	1		0.474	0.727	0.949	35
VI	30	mean	0.706	0.840	1.009	50.0
		S.D.	0.0300	0.0173	0.0250	2.160
	1		0.725	0.852	0.983	54
VII	30	mean	0.642	0.806	0.919	44.3
		S.D.	0.0175	0.0031	0.0026	3.859
	1		0.640	0.843	0.973	55

* N.I. is abbreviation of number of individuals.

Fig. 14 Final Layouts in Structure I

Fig. 15 Final Layouts in Structure II

Fig. 16 Final Layouts in Structure III

Fig. 17 Final Layouts in Structure IV

Fig. 18 Final Layouts in Structure V

Fig. 19 Final Layouts in Structure VI

Fig. 20 Final Layouts in Structure VII

表2より適応度、体積減少比、応力比および最終世代数(本報告で提案している感度解析法についても、いわば1個の個体による確定的GAであり、わかりやすく世代として表現することにする)が両方法間でほとんど同じである。また図14～図20より、構造IVでは文献(7)の最終レイアウトは本方法によるそれと比べて、はり部aとa'が短く、bとb'およびcとc'がX字状に交叉した形状であって両者に多少の違いがあったが、その他の構造についてはほとんど等しい最終レイアウトを両方法により得ることができた。これは感度解析法で用いられる係数の傾向がGAで得られた結果を用いているので、構造I～IIIについては両方法の結果がほとんど等しいのは当然であるといえるが、構造IV～VIIについても同じレイアウトが得られたことから、本感度解析法により位相最適解を得ることができると結論づけられよう。

4. 結言

- (1) 染色体の探索範囲を限定することにより、構造としての形態を保持できなくなることによる個体の死滅を回避し、最適化シミュレーションの安定性を高めることが確認できた。
- (2) 最適化シミュレーションの過程において、本報告で用いたそれぞれ応力分布の異なる2次元連続体に対して、除去と付加パラメータの間にはほぼ一定の関係があることが確かめられた。
- (3) 除去と付加パラメータの関係を定式化し、個体を1個とすることで確定的GA、すなわち差分形式の感度解析法による最適化を行なえることが確認できた。

なお、ここではGAを数値実験の道具として用い、パラメータを実験的に求めたが、このようなアプローチは他の現象解析に应用できるのではないかと思う。

文献

- (1) 大河内他, 機械構造の形状最適化計画(離散化形状変換の感度関数), 機論, 52-476, A (1986-4), 1119-1125.
- (2) 大河内他, 機械構造の軽量化計画(多連結体創成による構造軽量化), 機論, 56-525, A (1990-5), 1304-1310.
- (3) 川面, 長谷川, 機械構造の位相最適化に関する一数值実験, シミュレーション, 第13巻4号(1994-12), 51-60.
- (4) 長谷川, 川面, GA利用による機械構造物の位相最適化の一方法, 機論, 61-581, A (1995-1), 183-190.
- (5) 鶴田, 長谷川, 川面, GA利用による機械構造物の位相最適化の一方法(第2報:有限要素の除去・付加パラメータを染色体とする方法の収束性の検討), 機論, 63-605, A (1997-1), 170-177.
- (6) 伊能, 上杉, 力学構造物を自己組織化するセル・オートマトン(さまざまな位相構造の生成とその形態比較), 機論, 61-585, A (1995-5), 241-246.
- (7) 伊能, 下平, 小林, 力学構造物を自己組織化するセル・オートマトン(ローカルルールによって生じるシステム全体の挙動), 機論, 61-586, A (1995-6), 272-278.
- (8) Suzuki, K. and Kikuchi, N., A homogenization method for shape and topology optimization, Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg., Vol. 93(1991), 291-318.