SiC/SiC コンポジットにおける微視的挙動の有限要素解析* (マトリックス中に存在する気孔および不整繊維の影響)

諏訪正典^{*1}, 大鍋寿一^{*2}, 三好俊郎^{*3}

Finite Element Analysis of Microscopic Behaviors of SiC/SiC Composites (Effects of Porosity and Sin Waved Fiber)

Masanori SUWA, Hisaichi OHNABE and Toshiro MIYOSHI

Ceramic matrix composites based on silicon carbide (SiC) matrix offer high strength, toughness and oxidative stability up to 1200°C. However there are many cases in which it is difficult to evaluate stiffness and stress of SiC/SiC composites because of material's microscopic factors. Therefore, in this paper, (1) the relationship between stiffness and porosity were estimated by a Monte-Carlo simulation technique based on a finite element method. Results approximated to the equation of Wagh et al. (2) The effect of sin waved fiber was analyzed. Microscopic-scale stress distribution was investigated.

Key Words: Fiber Reinforced Ceramics, Material Design, Stress Concentration, Numerical Analysis, Finite Element Method, Probabilistic Method

1 緒言

SiC/SiC コンポジットは耐熱性, 耐食性, 高強度, 高靱性を有する材料であり, 強度部材であるタービンディスクへの応用が検討されている⁽¹⁾。

CVI(Chemical Vapor Infiltration:化学蒸気浸透法)で作られた SiC/SiC コンポジットには約 8~12%の気孔が存在する⁽²⁾。気孔が少ないほど, 剛性・強度を維持できると考えられるが, CVI で無気孔の材料を作るのには, 非常に長い時間がかかる。また, ディスク等, 高速回転する部材において, 気孔率は体積力(遠心力)と関わりがあり, 気孔率の増加が円周方向応力を低減させるという報告もある⁽⁴⁾。十分なディスクの回転強度を発現させるためには, 気孔率をどの程度に設定すべきかが重要な問題であり, 不確定な気孔の存在を考慮した, 予測手法が必要である。

また, 引張強度の制限や層間剥離への配慮からディスクを 2 次元積層形ではなく, 3 次元織物で作ることが検討されている⁽⁵⁾。この場合, 周方向の繊維に不規則なうねりが生じやすく, 繊維のうねりによる材料挙動への影響が懸念される。

本論文では, 不確定に気孔が存在する材料の解析手法として, モンテカルロ法を用いた。SiC/SiC コンポジットの母材中に気孔をランダムに分布させた有限要素モデルを多数作成し, この有限要素モデルを用いヤング率を算出した。気孔率とヤング率の関係を示す, Wagh et

al. の提案式⁽³⁾と比較したところ, 良好な結果を得ることができた。剛性の予測手法として, モンテカルロ法の有用性を示せたので, 報告する。

また, 不規則な繊維のうねりの影響については, 今回, 繊維が sin カーブ状にうねっていると仮定し, (1) 最大振幅:繊維幅, (2) 最小波長:繊維幅の 5 倍, までの有限要素解析を行った。繊維がうねっている場合の微視的な応力状態に関する知見を得ることが出来たので報告する。

2 解析方法

2.1 母材に気孔を有する場合

2.1.1 解析部材 部材は (1) 単層で, (2) 3 本の繊維が, (3) 等間隔, (4) 平行に配置している状態を想定したものを用い, 繊維は 0.2mm × 0.1mm の長方形断面で近似した。繊維幅: $w = 0.2\text{mm}$ を基準とした部材の各寸法を図 1 に, 材料定数を表 1 に示す (() 内は実寸: 単位 mm)。

Fig. 1 Geometry of the model

* 原稿受付 1998 年 4 月 17 日。

^{*1} 正員, 東海大学大学院(〒259 1292 平塚市北金目 1117)。

^{*2} 正員, 石川島播磨重工業(株)(〒188 0013 田無市向台町 3 5 1)。

^{*3} 正員, 東海大学工学部。

Table 1 Material Properties

	Fiber	Matrix
Young's Modulus	$E_f = 200\text{GPa}$	$E_{m0} = 400\text{GPa}$
Poisson's ratio	$\nu_f = 0.2$	$\nu_m = 0.2$
Fiber Contents	$V_f = 40\%$	-

この部材を 4 節点平面応力要素を使って有限要素モデル化した。要素サイズは次の 2 種類を使用した。

- $\frac{1}{4}w \times \frac{1}{4}w$ 角 ($0.05 \times 0.05\text{mm}$ 角:要素数 900)
- $\frac{1}{8}w \times \frac{1}{8}w$ 角 ($0.025 \times 0.025\text{mm}$ 角:要素数 3600)

2.1.2 気孔のモデル化 不確定に存在する気孔を、モンテカルロ法を用い次の手順でモデル化した。

1. 気孔率 p_0 を定める。
2. マトリックス部の要素を 1 列ずつ順に走査し、各列の要素に“線形合同法”によって得られた乱数 R_i ($0 \leq R_i < 1$, $i = 1, 2, 3, \dots$) を与える。
3. R_i が p_0 未満の要素を消去し、気孔とする。
4. 最後に剛体変位を起こす“孤立した要素 (図 2)”を消去する。この操作により、概して最初に定めた p_0 より気孔率の高いモデルができるので、改めてマトリックス部の要素を計数して求めた気孔率をモデルの気孔率 p とする。

線形合同法は一樣乱数を得る一般的な方法であり、乱数列 $R_1, R_2, R_3, \dots$ は次の漸化式から $0 \leq R_i < 1$ の値を得ることができる⁽⁶⁾。

$$R_i = \frac{Q_i}{M+1} \quad (1)$$

$$Q_i = (aQ_{i-1} + c) \bmod M$$

$$(0 \leq Q_i < M, i = 1, 2, 3, \dots)$$

ここで、 $M = 2^{32}$, $a = 1566083941$, $c = 1$, また $Q_0 = 1$ とした。得られる乱数は一樣乱数なので、例えば 0.3 未満の値を得る確率は 30% である。 $p_0 = 0.30$ の有限要素モデルを図 3 に示す。

2.1.3 ヤング率算出法 $1.5 \times 10^{-6}\text{mm}$ の強制変位を、 E_1 計算用には y 方向 (繊維方向) に、 E_2 計算用には x 方向 (繊維直角方向) に与える (図 4)。この時、部材には $\varepsilon = 1.0 \times 10^{-6}$ のひずみが生じる。

部材に ε のひずみを生じさせる変位端の等価節点力 (f_x, f_y) は有限要素解析より求めることができるので、次式からヤング率を求める。

$$E_1 = \frac{\Sigma f_y / B}{\varepsilon}$$

$$E_2 = \frac{\Sigma f_x / B}{\varepsilon} \quad (2)$$

B は変位端の断面積 ($B = 0.1\text{mm} \times 1.5\text{mm}$) である。

Fig. 2 Isolated Elements

Fig. 3 Finite element model for porosity 0.30

Fig. 4 Boundary conditions

2.2 繊維が sin カーブ状の形状を持つ場合

2.2.1 解析部材 部材は (1) 単層で、(2) 5 本の繊維が、(3) 等間隔、(4) うねりがない場合は平行に配置している状態を想定したものを用い、繊維は $0.2\text{mm} \times 0.1\text{mm}$ の長方形断面で近似した (図 5)。材料定数は表 1 の値を用いた。

この部材を 4 節点平面応力要素を使って有限要素モデル化し、 y 方向に $\varepsilon = 10 \times 10^{-6}$ のひずみが生じるように強制変位を与えた。

Fig. 5 Geometry of finite element model for sin waved fiber

2.2.2 繊維のうねり量 次式に示す x 方向のうねり量 (d) を繊維に与える。

$$d = A \sin \left(\frac{2\pi}{L} y \right) \quad (3)$$

各記号については次のとおりである。

A : 振幅

L : 波長

y : 部材下端から上方向への距離

振幅: $0.5w$ (0.1mm), 波長: $10w$ (2mm) の有限要素モデルを図 5 に示す。

3 結果

3.1 母材に気孔を有する場合 解析結果を次式の複合則より求めたヤング率と比較する。

$$\begin{aligned} E_1 &= E_f V_f + E_m(p)(1 - V_f) \\ E_2 &= \frac{E_f E_m(p)}{E_f(1 - V_f) + E_m(p)V_f} \end{aligned} \quad (4)$$

ここで, $E_m(p)$ は Wagh et al. の提案式⁽³⁾

$$E_m(p) = E_{m0}(1 - p)^m \quad (5)$$

であり, $m = 2 \sim 5$ 程度である。

Fig. 6 Comparison of FEM analysis and the equation of Wagh et al. (Porosity-Young's Modulus curves)

Table 2 The number of trials on Monte-Carlo technique

Porosity		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40
1/4w	E1	901	922	927	872	796	648	527	324
	E2	892	913	921	882	817	696	609	375
1/8w	E2	154	151	135	154	116	93	48	6
	E1	156	154	138	155	113	84	36	5

表 2 は本研究で行った計算回数である。

気孔率 p とヤング率 E_1, E_2 の関係を 図 6 に示す。概ね提案式で $m = 2 \sim 4$ の範囲内に収まる計算値が求められた。

3.2 繊維が sin カーブ状の時の応力分布 図 8 に、任意断面 (図 7) の応力分布 (σ_y) を示す。

1. A-A' 断面では、マトリックス・繊維境界に近づくにつれ、マトリックス・繊維部とも応力値は減少する。
2. B-B' 断面では、繊維部の応力が増加するのに対し、マトリックス部の応力は A-A' 断面と同傾向の減少をしている。
3. C-C' 断面では、繊維部の応力は減少し、マトリックス部の応力は境界に近づくにつれ急激に増加する。この傾向は、振幅の増加、波長の減少に伴いより顕著になる。

Fig. 7 Measurement area

Fig. 8 Stress distribution at some sections

繊維・マトリックス境界から一定距離における応力集中係数 (α) の平均値を整理した結果を図 9 に示す。 α は次式から算出した。

$$\alpha = \begin{cases} \sigma_y / \sigma_{n_f} & (\text{繊維部}) \\ \sigma_y / \sigma_{n_m} & (\text{マトリックス部}) \end{cases} \quad (6)$$

$\sigma_{n_f}, \sigma_{n_m}$ は繊維が真直な場合の応力値で、今回の境界条件では $\sigma_{n_f} = 2.0 \text{ MPa}$, $\sigma_{n_m} = 4.0 \text{ MPa}$ である。

1. マトリックス部の平均値は境界からの距離に関わらず、減少する傾向がある。
2. 逆に繊維部の応力は境界からの距離に関わらず、増加する傾向がある。
3. マトリックス部・繊維部とも、境界に近づくにつれ、分散値が増加し、境界近辺での応力変化が激しいことを示している。
4. 境界近辺では、マトリックス部には大きな偏りをもつ最大値が、繊維部には最小値が存在する。

Fig. 9 Stress intensity Factor

振幅と $\alpha_{\max}$ の関係を図 10 に、波長と $\alpha_{\max}$ の関係を図 11 に示す。

振幅の増加にともない、マトリックス部・繊維部とも $\alpha_{\max}$ は増加するが、特に繊維部では、2 次関数的に増加している。

波長の減少にともない、 $\alpha_{\max}$ は急激に増加する。ここでも、繊維部での増加傾向が著しい。

Fig. 10 Relationship between amplitude and stress intensity factor

Fig. 11 Relationship between wave length and stress intensity factor

4 結言

SiC/SiC コンポジットの微視的挙動の把握という観点から、1) モンテカルロ法による剛性の算出、2) 繊維に sin カーブ状の不整がある場合の応力解析を行い、以下に記す知見を得た。

1. モンテカルロ法による剛性の算出結果は Wagh et al. の提案式に十分収まる結果を得ることができた。気孔のような、材料中に不確定に存在する因子の材料への影響の予測手段としてのモンテカルロ法の有用性を確認した。
2. 繊維のうねりは、平均的には繊維の応力値を増加させ、マトリックスの応力を減少させる働きがあることを確認した。
3. 局所的には繊維・マトリックス境界付近に強い応力集中箇所が存在する。繊維近傍でき裂が発生しやすく、発生したき裂は高応力状態の繊維に伝わり、き裂進展速度の増加を増加させることが予想できる。

文 献

- (1) 石崎・ほか 7 名, 石川島播磨技報, **34-6** (1994), 418-422.
- (2) Karandikar, P.G. and Headinger, M., Proc. American Soc. Composite -9th(1994), 538-545.
- (3) Wagh, A.S., ほか 2 名, J. Mat. Sci., **26**(1991), 3862-3868.
- (4) 大鍋・夏村, “SiC/SiC ロータ・ディスクの応力解析”, 日本機械学会 第 73 期全国大会講演論文集 (1996)
- (5) 夏村, ほか 4 名, “3 次元直交強化 SiC/SiC の繊維構造設計法の研究”, 日本機械学会 第 73 期全国大会講演論文集 (1996)
- (6) 伏見, 乱数, 東京大学出版会 (1989).