一方向 SiC 繊維強化耐熱ガラス基複合材料 における損傷進展過程*

岡部 朋永^{*1}, 武田 展雄^{*2}, 今井 克広^{*3}
小茂鳥 潤^{*4}, 清水 真佐男^{*4}, 今井 義一^{*5}

Damage Process of Unidirectional SiC Fiber Reinforced Glass-Matrix Composites

Tomonaga OKABE, Nobuo TAKEDA, Katuhiro IMAI,
Jun KOMOTORI, Masao SHIMIZU and Yoshikazu IMAI

This paper examines the damage process of unidirectional BN-coated HI-NICALON SiC fiber reinforced glass Composites under tensile loading. The nonlinear stress-strain relation is predicted with the mean matrix cracking interval from replica observation during tensile testing. The prediction gives good agreement with experimental results. Ultimate tensile strength can be predicted by using a probabilistic fracture model based on the strength distribution data of fibers extracted from fabricated composites. Difference between the experimental strength and the predicted one is examined. The fracture surfaces after tensile testing are observed with SEM and fiber pull-outs can be found in fiber rich region more frequently than in matrix rich region.

Key Words: Ceramics Matrix Composites, Matrix Crack, Interface Debonding, Energy Release Rates, Ultimate Tensile Strength, Fracture Mechanics

1. 緒 言

近年、航空宇宙構造、高効率発電構造体等の積極的な開発により、以前には考えられない程の過酷な環境に構造部材がさらされることが多くなってきている。特に、耐熱性・耐酸化性は重要であり、また設計に適した軽量化も問題視されている。そのような要求に対して、機械構造部材としてほとんど用いられることのなかった耐熱性・耐酸化性を有するセラミックスの適用が期待されている。しかしながら脆性材料であるセラミックスの単相での使用は危険であり、様々な強化機構が考えられている。その中でも、SiC連続繊維によって強化されたセラミックス基複合材料は靱性の面で最も優れており期待されている⁽¹⁾。

一般に連続繊維強化セラミックス基複合材料の繊維方向引張負荷下での初期損傷として、まず繊維に比べて破断ひずみの小さいマトリックスにクラックが発生

する。その際に繊維-マトリックス界面にデボンディングが発生し、そのマトリックスクラックが繊維を破断しないことにより材料の健全性を保っている^{(2),(3)}。このため、繊維-マトリックス界面におけるデボンディングは非常に重要であり、界面に脆弱な層を持たせる等の材料設計が行われている⁽⁴⁾。また、界面の特性を考慮した損傷進展に関する研究が多く行われている^{(5),(6)}。特に HutchinsonとJensen⁽⁶⁾はマトリックスクラックに伴うデボンディングと界面の滑り摩擦の影響を定量化することを目的として、円筒状軸対称モデルによる解析を行い、簡便な理論式を導出している。また、界面の挙動はマトリックスクラックが飽和した後の損傷進展についても影響を及ぼすことが明らかにされており^{(7),(8)}、Curtin⁽⁸⁾は破断していない繊維による荷重負担とブルアウトによる荷重負担との両方を考えることにより最終強度の予測を行っている。しかし、これらの研究の多くは解析のみによって検討されており、実際の材料においてどの程度有効であるかについての報告はあまりなされていない。

本研究においては、最近開発された高性能SiC連続繊維(HI-NICALON)によって強化されたガラス基複合材料を用い、引張負荷下の損傷進展過程をレプリカ観

* 原稿受付 1997年12月11日。

^{*1} 慶応義塾大学院(☎223-0061 横浜市港北区日吉3-14-1)。

^{*2} 正員、東京大学国際・産学共同研究センター(☎153-0041 東京都目黒区駒場4-6-1)。

^{*3} 慶応義塾大学学部生。

^{*4} 正員、慶応義塾大学理工学部。

^{*5} 日本カーボン(☎221-0031 横浜市神奈川区新浦島町1-1)。

察を行うことより評価した。さらに、これらの結果に基づき、マトリックスクラック発生前後における測定された応力-ひずみ線図について、HutchinsonとJensenのモデルを拡張することにより予測を行った。また、繊維強度分布を考慮に入れたCurtinモデルを用いて、マトリックスクラックが飽和した後の応力-ひずみ線図、最終強度を予測し、実験で得られたものとの比較を行い、その破断面を観察することより、実際の破壊過程に関して検討を加えた。

2. 実験方法

2・1 供試材 本研究では日本カーボン社製の一方向HI-NICALON SiC繊維強化PYREXガラス（コーニング社）を供試材として用いた。繊維であるHI-NICALONは従来のSiC繊維の耐熱性を改善することを目的に開発されてきた低酸素含有繊維であり、その特性は高温特性に止まらず、機械的特性においても優れている。本供試材においては繊維表面にCVD法により1 μ m厚のBNコーティングを施した繊維とコーティング処理を施していないものとの2種類を用いた。マトリックスであるPYREXはホウケイ酸ガラスに属し、最も利用されている構造用ガラスである。

複合材の作成方法はスラリー法であり、HI-NICALONプリプレグにマトリックスを含浸させ、9プライのプリプレグを積層させたものをホットプレス成形した。作製された複合材の形状は100mm×100mm×2.5mmの板材である。

2・2 複合材引張試験および損傷進展その場観察

引張試験に供した試験片の寸法は100mm×3mm×2.5mmの直方体形状で、試験片両端にテーパを付けたGFRP製タブ（35mm×3mm×1mm）を接着した。引張試験片のゲージ長さは30mmである。複合材の引張試験における損傷を観察するため、試験片の側面の鏡面研磨を行った。

また、引張負荷におけるマトリックスクラックの発生状況を明らかにすることを目的にレプリカ法を用い、適宜、荷重を一時停止させることで、損傷のその場観察およびき裂間隔の測定を行った。

引張試験機にはTENSILON UTM-1 5000-W（（株）オリエンテック製）を使用し、クロスヘッド速度0.4mm/minの準静的な条件により試験を行った。ひずみの測定はひずみゲージ（（株）共和電業 KFG-5-120-CI-11L1M2R）を用いて測定した。ロードセルおよびひずみゲージからの出力は、アンプ、デジタルペンレコーダー・SCSI-GPIBを経てコンピューターにより記録処理した。

2・3 単繊維引張試験 複合材の強化繊維の強度分布を測定するために単繊維引張試験（ゲージ部長さ25mm）を行った。その際に成形の段階の繊維の劣化を考慮し、複合材中から抽出した強化繊維を用いて評価を行った。

強化繊維の抽出法は以下の通りである。室温において、約3日間、フッ酸水溶液に複合材を浸し、マトリックス溶かすことにより完全に除去した後、水洗、乾燥して抽出繊維を得た。

3. 解析手法

3・1 マトリックスクラック周辺の応力場の解析

損傷が進展している際の挙動を明確にするためには、デボンディングも考慮にいたれたマトリックスクラック周辺の応力およびひずみ分布の解析が必要である。HutchinsonとJensen⁽⁶⁾は、図1に示すようなマトリックスクラック中のブリッジングした1本の繊維に注目し、円筒状軸対称モデルにより繊維の近傍の応力・変位解を導出している。本研究ではまずHutchinsonとJensenのモデルを、図2に示すような2つのマトリックスクラックを両端に考えた場合に拡張し、応力場を解析する。

繊維、マトリックスともに等方性体とし、そのヤング率を E_f 、 E_m 、ポアソン比を ν_f 、 ν_m とする。また、繊維の半径を R_f 、マトリックスの半径を R_m とすれば、このモデルの繊維体積含有率 V_f は次式となり、これは規則的に繊維が配列した複合材の V_f とみなせる。

$$V_f = \left(\frac{R_f}{R_m}\right)^2 \dots\dots\dots (1)$$

Fig.1 Schematic of fiber debonding and pull-out behind a matrix crack

Fig.2 Axisymmetric cylindrical cell model

繊維とマトリックスには熱残留応力が生じており、その熱ひずみ ϵ_f^I は次式で表せる。

$$\epsilon_f^I = \int_0^{\Delta T} (\alpha_f - \alpha_m) dT \quad (2)$$

α_f , α_m はそれぞれ一定な繊維、マトリックスの線膨張係数であり、 ΔT は成形時と室温との温度差である。

接合部の円筒の断面は軸方向に一樣に変形するとし、この断面に対して2次元弾性解析⁽⁹⁾を行うと、全体応力 σ が負荷された際の接合部の繊維には次式のような応力とひずみが生じることとなる。

$$\sigma_f^* = a_1 \sigma - a_2 E_m \epsilon_f^I \quad (3)$$

$$\sigma_r^* = a_3 \sigma - a_4 E_m \epsilon_f^I \quad (4)$$

$$\epsilon_f^* = \epsilon_m^* = a_5 (\sigma / E_m) + a_6 \epsilon_f^I \quad (5)$$

ここで下付きの添字の f, r, m は繊維の軸方向、半径方向およびマトリックスの軸方向を示しており、上付きの添字 (+) はデボンディングクラック先端よりも充分離れた接合部を示している。また、上の式における係数 $a_1 \sim a_6$ は表 1 に示され、Hutchinson と Jensen の論文と同じである。

次に界面にデボンディングが生じた部分の応力とひずみを求める。デボンディング部は全面閉じていて滑り摩擦が生じているものとする。摩擦を扱う方法としては古典理論 (Coulomb 則) と滑り摩擦力を一定とするものの 2 つがある。本研究では界面のばらつき等を考慮し、滑り摩擦力を一定として取り扱う。

デボンディング部の繊維の軸方向応力を σ_f 、ひずみを ϵ_f とし、デボンディング先端より充分離れた接合部

の応力、ひずみとの差を

$$\Delta \sigma_f = \sigma_f - \sigma_f^* \quad (6)$$

$$\Delta \epsilon_f = \epsilon_f - \epsilon_f^* \quad (7)$$

と定義する。そのときデボンディング部の応力、ひずみの解は、接合部との差の形で、

$$\Delta \sigma_m = -\frac{V_f}{1-V_f} \Delta \sigma_f \quad (8)$$

$$\Delta \sigma_r = b_1 \Delta \sigma_f \quad (9)$$

$$\Delta \epsilon_f = b_2 \Delta \sigma_f / E_m \quad (10)$$

$$\Delta \epsilon_m = -b_3 \Delta \sigma_f / E_m \quad (11)$$

となる。上の式における係数 $b_1 \sim b_3$ も係数 $a_1 \sim a_6$ 同様に表 1 に示す。

デボンディング先端部の応力はデボンディングの臨界エネルギー解放率を用いることにより表現できる。エネルギー解放率は滑り摩擦によるエネルギー損失は考慮しないものとする、次式で表現できる⁽⁶⁾。

$$g = \frac{R_f}{E_m} [V_f (1-V_f)^{-1} c_1 c_2 (\sigma_f^* - \sigma_f^*)] \quad (12)$$

上式において上付きの添字(-)はデボンディング先端部を示し、 c_1 , c_2 も表 1 に示す。また、デボンディングの進展する条件を臨界エネルギー解放率 g_{lc} を用いて

$$g = g_{lc} \quad (13)$$

とすると、式(12)よりデボンディング先端部の繊維の応力 σ_f^* は次式で表現できる。

$$\sigma_f^* = \sigma_f + \frac{1}{c_1 c_2} \frac{1-V_f}{V_f} \sqrt{\frac{E_m g_{lc}}{R_f}} \quad (14)$$

Table1 Summary of constants

$a_1 = \frac{E_f}{\bar{E}}$	$b_1 = \frac{v\bar{E}}{(1+v)E_f + (1-v)\bar{E}}$
$a_2 = \frac{(1-V_f)(1+v + (1+v)(E_f/\bar{E}))E_f}{(1+v)(E_f + (1-2v)\bar{E})}$	$b_2 = \frac{(1+v)E_m(E_f + (1-2v)\bar{E})}{E_f((1+v)E_f + (1-v)\bar{E})}$
$a_3 = 0$	$b_3 = \frac{(1+v)(E_f + (1-2v)\bar{E})V_f}{(1-V_f)(1+v)E_f + (1-v)\bar{E}}$
$a_4 = \frac{(1-V_f)(1+v)E_f}{(1+v)(E_f + (1-2v)\bar{E})}$	$c_1 = (2V_f)^{-1}(1-a_1V_f)(b_2+b_3)^{1/2}$
$a_5 = \frac{E_m}{\bar{E}}$	$c_2 = \frac{1-V_f}{1-a_1V_f}$
$a_6 = V_f \frac{E_f}{\bar{E}}$	

where $\bar{E} = V_f E_f + (1-V_f)E_m$ is the overall modulus of the bonded system.

デボンディング部全表面には滑り摩擦力が一定に働いているとすると、デボンディング部の繊維の応力は

$$\sigma_f = a_1 \sigma - a_2 E_m \varepsilon_z^r + \frac{1}{c_1 c_2} \frac{1 - V_f}{V_f} \sqrt{\frac{E_m g_{ic}}{R_f}} + 2\tau \left(\frac{z}{R_f} \right) \quad (15)$$

と表すことができる。

3・2 デボンディング長さの導出 式(15)から明らかなようにデボンディング部の繊維の応力はデボンディング長さに大きく依存する。本論文ではデボンディング長さ l を Hutchinson と Jensen⁽⁶⁾ によって示された解である式(16)によって求めた。

$$\frac{l}{R_f} = \frac{1 - V_f}{V_f} (\sigma - \sigma_f) / 2c_2 \tau \quad \dots\dots\dots (16)$$

但し、 σ_f は Hutchinson と Jensen の論文と同じであり、 g_{ic} に依存する量である。

3・3 全体ひずみの導出 以上述べてきた応力とひずみの解をもとに、2つのマトリックスクラック間の繊維に発生する変位よりひずみの平均値を算出し、その値が材料全体のひずみ ε に等しいと考える。すなわち、マトリックスクラック間隔を d とすると、マトリックスクラック間の平均ひずみ ε_d はデボンディング部と接合部とを別々に考えた次式で表せる。

$$\varepsilon_d = \varepsilon_f^* + 2 \left(\int_0^l \Delta \varepsilon_f dz \right) / d \quad \dots\dots\dots (17)$$

また、

$$\varepsilon = \varepsilon_d \quad \dots\dots\dots (18)$$

とすると、材料全体のひずみ ε が導出される。

4. 最終強度予測

本材料においては、マトリックスの破断ひずみが繊維の破断ひずみより小さいために、繊維方向引張負荷下ではマトリックスに多数のクラックが発生していく。その際同時にデボンディングが発生し、隣り合うクラックのデボンディングと連結することで、マトリックスクラックが飽和し、その後は、負荷の大半を繊維が負担することになる。

よって、マトリックスクラックが飽和した後の力学的挙動は繊維の強度分布に依存することになる。本論文では、セラミックス基複合材料の最終強度の予測として最もよく用いられる Curtin⁽⁶⁾ モデルを用いて評価を行った。

Curtin モデルでは、以下に示す2つの仮定をする。

(1) マトリックスクラックは負荷以前よりすでに材料中に飽和している。

(2) 試験片のゲージ部内の繊維の応力は一定とし、マトリックスクラックから式(19)で与えられる距離 $\pm l_f$ 以内で破断していない繊維は応力を負担すると考える。

$$l_f = \frac{R_f \sigma_f}{2\tau} \quad \dots\dots\dots (19)$$

また、この範囲内で破断した繊維においても、プルアウトによる荷重負担能を有するとする。この範囲を有効プルアウト範囲とよぶ。

この2つの仮定のもとに、マトリックスクラック面での力の釣り合いを考えると、次式を得る。

$$\frac{\sigma}{V_f} = \left\{ 1 - P_f(2l_f, \sigma_f) \right\} \sigma_f + \frac{2\tau}{R_f} P_f(2l_f, \sigma_f) \langle L \rangle \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここで $P_f(2l_f, \sigma_f)$ は有効プルアウト範囲において、繊維に応力 σ_f が生じた時の繊維の累積破断確率であり、 $\langle L \rangle$ は平均プルアウト長さである。また、最終強度 σ_{UTS} は全体応力の最大値を求めることにより、次式により与えられる⁽⁸⁾。

$$\sigma_{UTS} = V_f \left(\frac{\sigma_0^m d_0}{R_f} \right)^{1/m+1} \left(\frac{2}{m+2} \right)^{1/m+1} \left(\frac{m+1}{m+2} \right) \quad \dots\dots\dots (21)$$

一方、ひずみに関しては繊維の連続性より、繊維に生じるひずみと材料全体のひずみ ε が等しいと考えることにより

$$\varepsilon = \frac{\sigma_f}{E_f} \quad \dots\dots\dots (22)$$

とすることで算出できる。

5. 結果および考察

5・1 界面処理が及ぼす影響 BNコーティングを施した繊維とコーティング処理を施していない繊維からなる2種類の試験片の引張応力-ひずみ線図を図3に示す。界面処理を施していない試験片の応力-ひずみ関係は、破壊に至るまで線形挙動を示し、非常に低い応力において破断に至っている。

一方、BNによって界面処理を施した試験片の応力-ひずみ線図は界面処理を施していないものと比べると破断ひずみおよび応力とも大きな値を示している。試験途中に行ったレプリカ観察においても多重マトリックスクラックの存在が確認される。

5・2 マトリックスクラック発生・進展過程

前節の結果より、損傷許容性・強度特性の観点より界面処理が不可欠であることが明らかになった。本節ではBNコーティング界面処理を施された試験片の損傷進展過程を解明することを目的として、解析と実験の両面より検討を行う。表2に解析に用いた本材料の基本的な力学的性質を示す。

Fig.3 Stress-strain curves for composites reinforced with BN coated and uncoated fibers.

Fig.4 Experimental results of stress-strain curve and crack density

Table2 Material properties

Material properties	Values
Fiber modulus with BN coating : E_f	230 GPa
Matrix modulus : E_m	60 GPa
Fiber volume fraction : V_f	0.31
Fiber radius : R_f	8 μm
Poisson ratio : $\nu_f = \nu_m$	0.3
Fiber thermal expansion coefficient : α_f	3.10×10^{-6}
Matrix thermal expansion coefficient : α_m	3.25×10^{-6}
Temperature change : ΔT	-1000 $^{\circ}\text{C}$

5・2・1 マトリックスクラック発生による非線形挙動 レプリカ法によって得られたマトリックスクラックの密度と応力-ひずみ線図の関係を図 4 に示す。線形挙動を示す領域においてはマトリックスクラックの存在が確認されない。本実験の結果では、200MPa程度で応力-ひずみの非線形性が現れ、その際のレプリカ観察によりマトリックスクラックの存在も同時に確認した。その後、マトリックスクラックが増加するとともに応力-ひずみ線図は非線形性を示す。また、270～300MPaでマトリックスクラックは飽和している。また、最終的な平均マトリックスクラック間隔は157 μm であった。

5・2・2 解析によるマトリックスクラック進展挙動の予測 デボンディング長さの予測値と実験値を比較することより適当な物性値を推定し、それに基づき応力-ひずみ線図の予測を行った。

図 5 に界面デボンディングの臨界エネルギー解放率 g_{ic} の値を変化させた際の、式(16)を用いたデボンディング長さの予測値を示す。本解析においてはデボンディング部に生じる滑り摩擦力 τ を平均マトリックスクラック間隔 d を用い、マルチプルフラクチャ法による次式^{(8),(10),(11),(12)}によって算出した。

$$\tau = 1.34 \left\{ \frac{\Gamma_m R_f^2 E_m E_f V_m^2}{E_c V_f d^3} \right\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots (23)$$

ここで Γ_m はマトリックスの破壊エネルギーであり、その値には10.2Nm⁻¹を用いた。その際に算出された滑り摩擦力は7.6MPaであった。

270～300MPaで確認されたマトリックスクラックの飽和は、隣り合うデボンディングとの連結によって生じると考えられ、図中の斜線で示されている領域はレプリカ観察によって確認された飽和した後のマトリッ

Fig.5 The debonding length predicted from Hutchinson & Jensen analysis with changing g_{ic} at $\tau=7.6\text{MPa}$.

クスクラック間隔の半分の値である。図5では、臨界エネルギー解放率 g_c が 0.4Nm^{-1} の時は非常に低い応力でデボンディングが進展しており、マトリックスクラックが飽和する前に隣り合うデボンディングとの連結、もしくはオーバーラップが生じることになる。また、 g_c が 1.2Nm^{-1} の時にはマトリックスクラックが飽和しているはずの $270\sim 300\text{MPa}$ においても隣り合うデボンディングとの連結が生じていない。以上のことより本材料の g_c としては 0.8Nm^{-1} 程度が妥当である。

次に、これらの物性値に基づき応力-ひずみ線図を予測した結果を図6に示す。この解析では、実験で得た平均クラック間隔と負荷応力を用い、式(16)、(17)および(18)より理論予測した。理論予測解析結果は実験結果とよく一致している。ただし、マトリックスクラックが飽和する傾向とともに実験結果よりも大きなひずみを算出してしまう傾向がある。これはマトリックスクラック間隔に対して、発生したデボンディング長さの占める割合が大きくなり、デボンディングの進展もしくはマトリックスクラック間隔のばらつき等の影響が大きく現れやすいためと考えられる。

5・3 繊維破断発生・進展過程 マトリックスクラックが材料中に飽和した後の力学的挙動は繊維の強度分布に依存する。以下にCurtinモデルに基づき、この損傷段階について考察する。

5・3・1 単繊維強度特性 図7に複合材から抽出した繊維に対する単繊維強度試験の結果をワイブル分布によって整理したものを示す。ワイブル分布によく合っており、脆性材料特有の強度分布を示している。得られた単繊維強度特性を表3に示す。

Fig.6 Comparison between predicted and experimental stress-strain curves

Fig.7 Strength distribution of HI-NICALON SiC fibers

Table3 Mechanical properties of HI-NICALON SiC fibers

Fiber statistical properties	Values
Mean strength	2.4 GPa
Minimum strength	1.6 GPa
Maximum strength	3.4 GPa
Shape parameter, m	4.0
Scale parameter, σ_0	2.7 GPa

5・3・2 最終強度予測および破断面観察 図8にCurtinモデルに基づく応力-ひずみ線図および最終強度の解析結果を示す。この解析においては、滑り摩擦力としてはすでに検討を行った 7.6MPa を採用した。

図8に示すように、この解析結果では実際に得られた実験結果の最終強度 592MPa を上回っている。Curtin

Fig.8 Comparison between predicted and experimental stress-strain curves

モデルはマトリックスクラック飽和後についてのものであり、低応力域の応力-ひずみ関係は実験とは異なることに注意されたい。

図9に、破断面の走査型電子顕微鏡による観察結果を示す。低繊維含有率領域では、高繊維含有率領域に比べて繊維プルアウトが認められず、また、マトリックスクラックの面内にて破断した繊維が数多く確認できる。ガラス基複合材料においてはマトリックスクラックは非常に低い応力で、低繊維含有率領域より発生することがKagawa等⁽¹³⁾によって確認されており、このマトリックスクラックが、繊維を貫通してしまうと考えられる。Curtinモデルは繊維の配置を考慮していない理想強度を与えており、材料の持つ強度の上限を与えていると言える。最終強度の実験値は、繊維配置のばらつきの抑制や試験片形状の改良により、Curtinモデルによって与えられる理想強度に近づくと考えられる。

Fig.9 Photograph of fracture surface

6. 結言

本研究では、一方向SiC繊維強化耐熱ガラス基複合材料の引張試験および損傷の観察を行い、その損傷進展過程を解析によって検討することにより以下の結論を得た。

(1) 材料中に発生するマトリックスクラックの間隔をレプリカ観察することで、材料の示す応力-ひずみ線図を予測可能であることを示し、実験結果とも良く一致することを示した。

(2) 最終強度を予測するCurtinモデルと実験結果との比較を行い、複合材より抽出した繊維の強度試験によって得られた繊維の強度分布を用いた予測結果は実験結果を上回ることを示した。これは、主として材料中に繊維含有率のばらつきが存在し、局所的なプルアウトの発生に変化が生じること、および、試験片形状が真の引張強度を測定出来るものになっていないことのためと考えられる。

本研究に示したマトリックスクラック、繊維破断の両方を同時に考慮すれば、より一般的な応力-ひずみ線図の予測が可能となる。今後の研究課題としたい。

参考文献

- (1) K.M.Prewo and J.J.Brennan : J.Mater.Sci., **15** (1980), pp. 463-468
- (2) D.B.Marshall and A.G.Evans : J.Am.Ceram.Soc., **68** (1985), pp. 225-231
- (3) 津田 浩, 榎 学, 岸 輝雄, 高橋 淳, 剣持 潔, 林 龍一 : 日本複合材料学会誌, **22** (1996), pp. 10-14
- (4) D.C.Cranmer : Am.Ceram.Soc.Bull., **68** (1989), pp. 415-419
- (5) L.S.Sigl and A.G.Evans : Mech.Mater., **8** (1989), pp. 1-12
- (6) J.W.Hutchinson and H.M.Jensen : Mech.Mater., **9** (1990), pp. 139-163
- (7) H.Cao and M.D.Thouless : J.Am.Ceram.Soc., **73** (1990), pp. 2837-2845
- (8) W.A.Curtin : J.Am.Ceram.Soc., **74** (1991), pp. 2837-2845
- (9) S.P.Timoshenko and J.N.Goodier : "Theory of Elasticity", (McGraw-Hill, New York, 1951), pp. 70
- (10) J.Aveston, G.A.Cooper, and A.Kelly : "The Properties of Fiber Composites", Conf. Proc., National Physical Laboratory, Guildford (IPC Sci. Tech., Teddington, U.K., 1971), pp. 15-26
- (11) A.C.Kimber and J.G.Keer : J.Mater.Sci.Lett., **1** (1982), pp. 353-354
- (12) H. Tsuda, M. Enoki, T. Kishi, H. Ichikawa and K.M. Prewo : Proc. of 3rd Int. SAMPE. Symp., (1993), pp. 542-546
- (13) Y.Kagawa and K.Goto : Proc.Ceram.Trans., **57** (1995), pp. 247-251