波板状に折り畳まれた植物の葉の展開様式*

小林 秀 敏^{*1}, 臺丸谷 政志^{*1}, Julian F. V. VINCENT^{*2}

Unfolding Manners of Corrugated Plant Leaves

Hidetoshi KOBAYASHI, Masashi DAIMARUYA and Julian F. V. VINCENT

In this study, the unfolding manner of corrugated simple leaves such as Hornbeam and Beech leaves, was observed from buds to fully opened leaves. Based on these observations, a series of paper models with various vein angles was considered to investigate the effect of vein angles on the unfolding manner of corrugated leaves. By using vector analysis and transformation of co-ordinates, the numerical simulation for the unfolding of corrugated leaves was carried out. A number of characteristic values such as locations in space of veins and of leaf element divided by creases are calculated during unfolding. The kinematic energy during unfolding of the leaf was also estimated to examine the relationship between the vein angle and the energy.

Key Words: Biomechanics, Bio-Motion, Numerical Analysis, Vector Analysis, Corrugated Leaf, Unfolding, Vein Angle

1. 緒 言

春の訪れとともに、多くの木々は、それまで硬く閉じた小さな蕾から、葉や茎を延ばし、花を咲かせ始める。少し注意して観察すると、春の初めにわずか 5~10 mm 程の蕾のあったところに、初夏には 100~150 mm の大きさの葉が何枚もついていることが、容易に確認できる。もちろん、サイズの拡大の主役は成長であるが、小さい蕾のスペースにできるだけ効率的に葉をしまい込むために、色々な工夫がなされている。例えば、ポプラ(図 1 (a))や柳の葉などは細長く巻いているし、ブナの葉(図 1 (b))は、規則正しく波板状に折り畳まれている。このような自然界の折畳み構造について、生物学的視点ばかりでなく、工学的視点から研究することは、人工衛星のアンテナ⁽¹⁾や太陽電池パネル⁽²⁾などの宇宙展開構造物の設計や、テントや衣服の効率的な収納様式の研究に、有益な知見を与えるものと考えられる。生物が持つ折畳み・展開構造の代表的な昆虫の翅^{(3)~(5)}や植物の葉⁽⁶⁾⁽⁷⁾に関する報告も行われているが、工学的視点からの研究はほとんどみあたらない。

本研究では、ブナやクマシデの葉に見られる、単葉で羽状脈系を持ち、比較的規則正しくコルゲート状に折り畳まれている葉について、二次脈の中央脈に対する角度(葉脈角)と折畳み・展開様式の関係に着目し、これらの木々の葉の葉脈角の計測や、折畳み数値モデルを用いた

数値解析を行い、葉の折畳み・展開時の幾何学的特性や、展開時の葉脈や葉身の移動、葉身要素の運動エネルギー等について検討した。

2. 波板状に折り畳まれた葉とそのモデル

2・1 ブナとイヌシデ 図 2 (a) は、ブナ(Common Beech), 図 2 (b) はイヌシデ(Hornbeam)の成長・展開途中の葉を示している。これらの葉は、波板状(コルゲート状)に折り畳まれて蕾の中に収納されていた葉が、展開・

Fig.1 Tree leaves during unfolding, (a) Gray Poplar (*Populus canescens*), (b) Common Beech (*Fagus sylvatica*)

* 原稿受付 1998 年 5 月 14 日。

^{*1} 正員, 室蘭工業大学(☎ 050-8585 室蘭市水元町 27-1)。

^{*2} The University of Reading(Reading, RG 6 6 AT, U. K.)。

成長して、しだいに滑らかな曲面を持つ葉になっていく。葉の表から見た場合の谷折れ線は、中央の主脈から分かれている二次脈に沿って、また山折れ線は隣り合う二次脈に挟まれた葉身部分のほぼ中央を二次脈に平行に走っており、主脈と二次脈の間の角（以後、葉脈角と呼ぶ）は、これらの葉の折畳み・展開様式の重要な因子と考えられる。

図3は、ブナおよびイヌシデの複数枚の葉について計測した葉脈角 α を示している。横軸は、主脈と葉柄の境目を原点とする主脈上の位置 X を主脈の長さ L_0 で無次元化した無次元位置 $X^* (= X/L_0)$ である。どちらの葉についても、葉脈角は概ね $30^\circ \sim 50^\circ$ の間の値であり、葉先に近くなる程小さくなり、平均値は約 40° であることがわかる。葉脈は葉の支持部材であると同時に、水分や養分の輸送管である⁽⁸⁾から、葉脈角は当然これらの2つの働きを担うのに適した角度になっていると考えられるが、ここでは、折畳み・展開構造の面から葉脈角について検討する。

2.2 三浦折りモデルによる近似 図2の様な波板状に折り畳まれた葉の折畳み・展開様式を詳細に検討す

Fig.2 Regularly corrugated leaves, (a) Common Beech (*Fagus sylvatica*), (b) Hornbeam (*Carpinus betulus*)

るために、図4に示す様な、一枚の平面を折り畳んでできる折畳み構造を、近似モデルとして考える。このモデルは、中央の折り線を含む平面を対称平面とする左右対称な構造で、図2のブナやイヌシデの実際の葉と比較して、葉身が波板状に折り畳まれている状態を良くモデル化できていると考えられる。この構造は、一つの方に開くとそれに垂直な方向にも同時に開く2次元的展開構造を持ち、三浦折り⁽⁹⁾と呼ばれる折り方の単純化された構造になっている。ただ、このモデルでは、中央の主脈が葉身と同様にジグザグに折り畳まれており、実際の葉のまっすぐな主脈と異なっている。これは、モデルの方は一つの平面を折り畳んだ構造であるのに対し、実際の葉では、葉身が中央脈付近で3次元的構造（図2参照）を持ち、成長によってこの3次元的構造をしだいに2次元的な平面構造に移行していくためと考えられる。この

Fig.3 Measurement of vein angle, (a) Beech leaves and (b) Hornbeam leaves.

Fig.4 Symmetric corrugated model and coordinates.

ように、近似モデルは、細部で実際の葉と若干異なる構造となっているが、波板状に折り畳まれた葉の全体的な折畳み・展開様式について検討するのであれば、この近似モデルで妥当と考える。

3. 葉身モデルと折畳み形状

3.1 葉身の数値モデル 波板状に折り畳まれた葉の展開時の形状を把握するために、図5に示す台形を2つ合わせた形状の葉身モデルを考える。この葉身モデルでは、葉脈角 α の違いによる折畳み・展開様式への影響を調べるために、 α のみを $\alpha = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 85^\circ$ の5段階に変え、その他の葉身の形状(全長 $L = 108$ mm, 半幅 $b = 20$ mm, 面積 $A_0 = 2934$ mm²), 台形のサイドの辺の傾き(30°), 片側の折れ線の本数(8本)とその間隔($l = 12$ mm)は、すべてすべて同一にしてある。図5は、 $\alpha = 45^\circ$ の場合で、実線は山折れ線を、破線は二次脈に相当する谷折れ線を表している。

Fig.5 Double trapezium model for numerical simulation.

3.2 折畳み時の葉身形状 図6(a)は、これらのモデルを完全に折り畳んだ時の、葉身モデルの横から見た形状を示している。簡単のため、ここでは葉身モデルの肉厚は葉身のサイズに比べ極端に小さいとして、無視した。影の部分は裏面を表しており、この折畳み時の形状の面積を A_F とし、元の葉身モデルとの面積比 $A_F^* = A_F/A_0$ を定義し、葉脈角を横軸にとって図6(b)に示す。 A_F^* は $\alpha = 45^\circ$ の時最大で元の葉身モデルの約20%程度の面積であるが、それ以上の葉脈角になると、 α が大きくなるにつれて小さくなり、 $\alpha = 85^\circ$ では $\alpha = 45^\circ$ の場合の約半分の面積となることがわかる。一般に、小さいスペースに効率良く収納するには、 A_F^* は小さいほうが適していると考えられるので、 $\alpha = 75^\circ, 85^\circ$ 等の大きい葉脈角の方が、実際の葉に採用されている $\alpha = 30^\circ, 45^\circ$ 等の小さい葉脈角より有利と考えられる。

4. 展開様式の数値シミュレーション

4.1 ベクトル解析 図4や図5で示した葉身モデル

Fig.6 Leaf model shapes fully folded, (a) side views of folded model leaves, (b) relation between folded leaf ratio, A_F^* , and vein angle, α .

は、図7(a)で示すように3本の谷折れ線と1本の山折れ線が一点で交差する構造Aと、反対に3本の山折れ線と1本の谷折れ線が一点で交わる構造Bの2種類の比較的単純な単位構造が交互に繰り返されて構成されている。さらに、構造Bも裏返せば構造Aと同じになり、結局、単位構造AあるいはBのどちらか一方の展開様式がわかれば、それを容易に全体の構造に拡張できると考えられる。

そこで、長方形の紙に図7(a)に示すように3本の谷折れ線OA, AH, AH'と、1本の山折れ線AO'が山折れ線に沿って折り畳む構造を考える。葉身モデルでは、OAO'が中央脈に、AO'に対して α 傾いているAH, AH'が二次脈に対応している。図7(b)は、この長方形の展開途中の状態を座標軸と合わせて示しており、xz面を対称面とする左右対称の展開構造となる。したがって、解析においては、図7(c)に示す対称面から右側の部分のみを考える。OAをx軸上にとり、面OAHEと対称面となす角を開き角 θ と定義する。開き角 θ は、折畳み時はゼロ、完全な展開時には 90° である。

今、開き角 θ のとき、折れ線AH, AO'上の単位ベクトル $\mathbf{AP}(p_x, p_y, p_z)$, $\mathbf{AQ}(q_x, q_y, q_z)$ を考える。 $\mathbf{AQ}$ はxz面上にあるから、 $q_y = 0$ であり、 $\angle AHE = \alpha$ であることを考慮すると、

$$\begin{aligned} \mathbf{AP} &= p_x \mathbf{i} + p_y \mathbf{j} + p_z \mathbf{k} \\ &= \cos \alpha \mathbf{i} + \sin \alpha \sin \theta \mathbf{j} + \sin \alpha \cos \theta \mathbf{k} \quad \dots\dots(1) \end{aligned}$$

$$\mathbf{AQ} = q_x \mathbf{i} + q_z \mathbf{k} \quad \dots\dots(2)$$

と表される。ここで、 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ はそれぞれx, y, z方向の単位ベクトルである。 α, θ が既知であるとする、式(1)から $\mathbf{AP}$ は既知であり、未知数は q_x, q_z の2つとなる。ここ

で $\angle \text{HAO}' = \alpha$ を考慮して $\mathbf{AP}$ と $\mathbf{AQ}$ の内積を考えると,

$$\begin{aligned}\mathbf{AP} \cdot \mathbf{AQ} &= q_x \cos \alpha + q_z \sin \alpha \cos \theta \\ &= |\mathbf{AP}| |\mathbf{AQ}| \cos \alpha = \cos \alpha \quad \dots\dots\dots (3)\end{aligned}$$

である。また、 $\mathbf{AQ}$ は単位ベクトルだから,

$$q_x^2 + q_z^2 = 1 \quad \dots\dots\dots (4)$$

を満足するから式(3)と(4)を連立させて q_x, q_z について解くと,

$$q_x = \frac{1-h^2}{1+h^2}, \quad q_z = \frac{2h}{1+h^2} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$h = \tan \alpha \cos \theta \quad \dots\dots\dots (6)$$

と求められる。よって、 AO' の x 軸に対する傾き角 ξ は,

$$\xi = \tan^{-1}(q_z/q_x) = \tan^{-1}(2h/(1-h^2)) \quad \dots\dots\dots (7)$$

となる。したがって式(1)と式(7)から、開き角 θ のときの AH, AO' の 3 次元空間における位置が計算できる。

これらの結果を葉身モデル全体に拡張するためには、今考察した単位構造 $\mathbf{A}$ に連なる単位構造 $\mathbf{B}$ の開き角に相当する、面 AHFO' と対称面 (xz 面) とのなす角 θ' (図 7(d)参照) がわからなければならない。そこで、点 $\mathbf{P}$ から直線 AO' に垂線を降ろしその足を $\mathbf{B}$ とし、そこから対称面上に垂線 $\mathbf{BC}$ を引く。ベクトル $\mathbf{BP}(b_x, b_y, b_z)$ は $\mathbf{BP} = \mathbf{AP} - \mathbf{AB}$ であり、 $\mathbf{AB} = (\cos \alpha) \mathbf{AQ}$ であるから

$$\begin{aligned}\mathbf{BP} &= b_x \mathbf{i} + b_y \mathbf{j} + b_z \mathbf{k} \\ &= \{(1-q_x) \cos \alpha\} \mathbf{i} + \sin \alpha \sin \theta \mathbf{j} \\ &\quad + (\sin \alpha \cos \theta - q_z \cos \alpha) \mathbf{k} \quad \dots\dots\dots (8)\end{aligned}$$

で与えられる。一方、ベクトル $\mathbf{BC}$ は対称面上にあり $\mathbf{AQ}$ に垂直な単位ベクトルと考えれば,

$$\mathbf{BC} = -q_z \mathbf{i} + q_x \mathbf{k} \quad \dots\dots\dots (9)$$

と表わされる。ここで、 $\mathbf{BP}$ と $\mathbf{BC}$ の内積を考え、さらに式(8), (9)を考慮すると,

$$\cos \theta' = \frac{-q_z b_x + q_x b_z}{\sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}} = -\cos \theta = \cos(\pi - \theta) \quad \dots\dots\dots (10)$$

が得られる。式(10)の結果から、単位構造 $\mathbf{B}$ の表からみた開き角 θ' は $\pi - \theta$ に等しいことがわかり、葉身モデルの裏側から見た開き角 θ_B は、 $\theta_B = \pi - \theta' = \pi - (\pi - \theta) = \theta$ となり、図 7 で考察した単位構造 $\mathbf{A}$ と同じ開き角を持つことがわかる。

以下、上記のことを考慮して座標変換を行えば、順次隣の単位構造の折り線の位置が確定され、開き角 θ のときの葉身モデル全体の 3 次元空間における位置が計算できる。

4.2 展開時の主脈位置と葉身形状 図 8 は、葉脈角が $\alpha = 45^\circ$ と $\alpha = 85^\circ$ の葉身モデルについて前節で述べた数値解析より得られた、 xz 面上にある主脈の展開途中の位置を示しており、破線は葉身の先端の軌跡である。図で示した主脈の初期形状は、図 6 から明らかなように $\alpha = 85^\circ$ のモデルの方がはるかにコンパクトであり、

その分、完全に展開するまでの移動量も大きくなっている。いずれの場合も、主脈の移動は必ずしも開き角 θ に比例しておらず、 θ が大きい範囲での移動量は、 θ が小さい範囲の移動量に比べて大きくなる傾向を示しており、この傾向は、 α が大きいモデルほど顕著であることがわかる。

図 9 は、展開時の中央脈の方向、即ち x' 軸 (図 4 参照) と y 軸のつくる平面に投影した葉身形状 (中央脈か

Fig.7 Schematic figures for vector analysis: (a) structural unit with four creases, (b) folded structural unit, (c) locations of AH and AO' in 3D space and (d) angle of partial lamina plane AHFO' , θ' .

Fig.8 Movement of midrib during unfolding: (a) $\alpha = 45^\circ$, (b) $\alpha = 85^\circ$.

ら上半分の葉身)を示している。葉脈角が小さい($\alpha = 30^\circ$)場合は、開き角 θ の増加に伴い、 x' 方向よりも主として y 方向に緩やかに展開していく。これに対し、 $\alpha = 85^\circ$ の場合では、 $\theta = 0^\circ \sim 70^\circ$ では主に y 方向に展開し、残りの $\theta = 70^\circ \sim 90^\circ$ で急激に x' 方向へ伸展していくことがわかる。このように、葉脈角が大きい折畳み様式は、展開初期から中期にかけて主に横方向に、展開終期で一気に長手方向への展開が生じる2段階展開様式⁽¹⁰⁾となることがわかる。

図10は、展開時の葉身の $x'y$ 平面への投影面積(A_p)を A_0 で除した葉身投影面積比(A_p^*)を、葉脈角をパラメータにとって示している。展開角 $\theta = 45^\circ$ までの展開前半における A_p^* の増加の割合は、葉脈角が小さいほど大きく、 $\alpha = 30^\circ$ や $\alpha = 45^\circ$ の葉身モデルでは、 $\theta = 45^\circ$ で全葉身面積の約60%の面積となっているのに対し、 $\alpha = 85^\circ$ のモデルでは10%程度の面積にしか達していない。即ち、葉脈角の小さい葉身モデルでは、展開が比較的スムーズで、展開前半である程度の面積を確保できるが、葉脈角が大きいモデルでは、面積の拡大は展開後半に集中し、その増加の割合は非常に大きいことがわかる。これらの展開様式の特徴を植物の側から考えると、葉は、光合成器官であり、受光面積が広いほうがより多くの養分を生産でき有利であるから、比較的早くから広い葉身面積を確保できる小さい葉脈角の方が、植物にとっては適していると考えられる。図2、3から明らかなように、ブナやイヌシデの葉に採用されている葉脈角は概ね $30^\circ \sim 50^\circ$ で、これらの葉脈角は、葉身面積の確保という点から考えると、妥当な選択と考えられる。

4.3 展開時の運動エネルギー 葉脈角が大きい葉身モデルは、展開後半に集中的に展開することから、展開

時の運動エネルギーも大きくなることが考えられる。実際の植物においては、展開速度は非常に遅く、運動エネルギーの絶対値はさほど小さくなく、あまり重要なパラメータではないと考えられるが、この展開構造の人工的な展開構造物への応用を考えれば、調べておく必要があると思われる。そこで、折れ線で分割される葉身要素を、要素の重心位置(図5の○印)にある質点と考え、その質点の展開時の運動から運動エネルギーの評価を試みた。葉身の密度と肉厚は一定でそれぞれ ρ 、 a とし葉身要素 i の面積を A_i とすると、各葉身要素の質量 m_i は $m_i = \rho \times a \times A_i$ で与えられる。さらに、時間増分 Δt とその間の重心の移動距離 Δs から平均速度 $V_i (= \Delta s / \Delta t)$ を求め、次式を用いて展開時の運動エネルギー w を見積もった。

$$w = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} m_i \cdot V_i^2 \right) \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 n ($n = 18$) は全葉身要素の数である。

図11に、展開中の各葉身モデルの運動エネルギーの変化の様子を示す。ここで、 w^* は、 w を基準値 w_0 で無次元化した値であり、 w_0 には、開き角 θ が 0° から 1° 変化する間のエネルギーの平均値(この間のエネルギーは、いずれの葉身モデルもほぼ同じ値になる)を採用した。 $\alpha = 85^\circ$ のモデルに $\theta = 50^\circ$ 付近までわずかな減少する領域があるが、それ以外のモデルではいずれも開き角が大きくなるに従って、運動エネルギーは増加する傾向を示している。 $\alpha = 30^\circ$ のモデルでは、展開初期と展開終期でのエネルギーの差は10倍程度であるが、この差は葉脈角が大きいモデルほど顕著になり、 $\alpha = 85^\circ$ のモデルにいたっては1000倍以上の差となることがわかる。

Table 1に各葉身モデルの展開中における全運動エネルギーの和 W を $\alpha = 30^\circ$ のモデルのそれで無次元化して示す。この表から、葉脈角が大きくなるほど全エネルギーは増加

Fig.9 Half model leaves with $\alpha = 30^\circ$ and 85° during unfolding.

Fig.10 Relationship between leaf area ratio, A_p^* , and opening angle, θ .

する傾向を示し、 $\alpha = 60^\circ$ まではその差は5倍以下であるが、 $\alpha = 85^\circ$ の葉身モデルでは $\alpha = 30^\circ$ のモデルの30倍以上のエネルギーが展開に要することがわかる。

Fig.11 Changes of kinetic energy of model leaves during unfolding.

Table 1 Total kinetic energy of model leaves for perfect unfolding.

Vein angle α	30°	45°	60°	75°	85°
Total energy ratio W^*	1	2.3	4.8	12.4	36.5

5. 結 言

ブナやクマシデの葉に見られる様な、比較的規則正しく波板状に折り畳まれている葉について、葉脈角と折畳み・展開様式の関係に着目し、実際の葉の葉脈角の計測や、葉の折畳み数値モデルを用いた数値解析を行い、葉の折畳み・展開時の幾何学的特性や、展開時の葉脈や葉身の移動、葉身要素の運動エネルギー等について検討した。得られた主な結果は以下のとおりである。

(1) ブナやイヌシデの葉は、二次脈に沿って波板状に折り畳まれており、主脈と二次脈の間の葉脈角は、概ね $30^\circ \sim 50^\circ$ の範囲で、葉柄に近い部分から葉先に向かっ

てほぼ直線的に減少している。また、平均の葉脈角はいずれの葉も約 40° である。

(2) $75^\circ \sim 85^\circ$ と大きい葉脈角を持つ葉は、 $30^\circ \sim 45^\circ$ の比較的小さい葉脈角を持つ葉に比べて、よりコンパクトに折り畳むことができる。

(3) 展開時において、葉脈角の小さい葉は、早い段階からほぼ一様に葉身面積が拡大し比較的大きな葉身面積を確保できるが、葉脈角の大きい葉では、展開前半での葉身面積の増加は小さく、展開後半に集中的に増大する、2段階展開様式となる。

(4) 展開時の運動エネルギーは、極端に大きい葉脈角の場合を除いて、いずれの場合も展開の進行とともに増大するが、展開初期と展開終期の運動エネルギーの差は、葉脈角が大きいほど顕著である。また、展開時の全運動エネルギーは、葉脈角が大きいほど大きくなる。

最後に、本研究は、文部省科学研究費（基盤研究(c)(2)09650 084）を得て行ったことを記し、感謝の意を表します。

文 献

- (1) You Z. and Pellegrino, "Dynamic Deployment of the CRTS Reflector", *Proc. 35th Structures, Structural Dynamics and Mater. Conf., Part 3*, (1994), 1497-1505.
- (2) Miura K. and Natori M., 2-D Array Experiment on Board a Space Flyer Unit, *Space Solar Power Review*, 5 (1985), 345-356.
- (3) Wootton R.J., Support and deformability in insect wings, *J. Zool. Lond.*, 193 (1981), 447-468.
- (4) Brackenbury J.H. "Wing folding and free-flight kinematics in Coleoptera (Insecta): a comparative study", *J. Zool. Lond.*, 232 (1994), 253-283.
- (5) Hass F., "Geometry and mechanics of hind-wing folding in Dermaptera and Coleoptera", *M.Phil thesis, Exeter Univ.*, (1994).
- (6) Kresling B., "Folded structure in nature - lesson in design", *Proc. 2nd Int. Sympo. SFB 230 Part 2*, Stuttgart, (1991), 155-161.
- (7) Kresling B., "Plant "Design": Mechanical simulations of growth patterns and bionics", *Biomimetics*, 3 (1996), 105-120.
- (8) Herbig A. and Kull U., "Leaves and ramification", *Proc. 2nd Int. Sympo. SFB 230 Part 2*, Stuttgart, (1991), 109-117.
- (9) Miura K., Method of Packaging and Deployment of Large Membranes in Space, *Proc. 31st Cong. Int. Astronautical Federation*, Tokyo, (1980), 1-10.
- (10) Miura K., Concepts of Deployable Space Structures, *Int. J. Space Struct.*, 8, (1993), 3-16.