架橋繊維を有する一方向繊維強化複合材料中の き裂の応力拡大係数* (体積含有率, 架橋繊維の本数と位置, 繊維と母材のすべり抵抗の影響)

嵯 明^{*1}, 石川 晴 雄^{*2}

The Stress Intensity Factor of a Crack with Bridging Fibers in Unidirectional Fiber-Reinforced Composites (The Numerical Investigation of the Effects of Bridging Fibers)

Ming JI and Haruo ISHIKAWA

By using the method of the analysis of a crack with bridging fibers in unidirectional fiber-reinforced composites, which was previously proposed by the authors, the effects of the Young's moduli of fiber and matrix, the volume fraction of fiber, the numbers and locations of the bridging fibers and the frictional shear stress τ at the interface of fiber and matrix on the stress intensity factor of the crack are numerically investigated. The distribution of the reaction forces to the crack surfaces induced by the bridging fibers is also obtained. Based on these numerical results, the possible behaviors of the crack propagation are considered.

Key Words: Composite Material, Bridging Crack, Stress Intensity Factor, Crack Propagation

1. 緒 言

繊維強化複合材料中のき裂に架橋繊維(ブリッジング繊維)が存在する場合には, 架橋繊維がき裂部材の強度に大きな影響を与えることが現在までに実験的にもよく知られている⁽¹⁾⁽²⁾. Evans らはその影響因子として母材の破壊靱性, 繊維の引張強度, 繊維と母材の界面のすべり抵抗, 繊維と母材それぞれの弾性特性などをあげ, これらの因子がき裂の進展強度に与える影響について総合的に検討すべきことを説明している⁽³⁾.

一方著者らは前報⁽⁴⁾⁽⁵⁾において, 繊維強化複合材料中の強化繊維がこれに対して直交するき裂について架橋状態にある場合を対象にして, 負荷荷重のもとで架橋繊維の母材からの引抜状態をも考慮した一方向繊維強化複合材料の平板の解析手法を提案した. またき裂の破壊力学パラメータ(応力拡大係数 K_I とエネルギー解放率 G_I)を前報で新たに提案した架橋繊維の影響を示す影響係数 B_K などの関数として定義した. 提案

した解析方法では B_K を繊維の体積含有率, き裂中の架橋繊維の本数と位置, 繊維と母材の界面のすべり抵抗, 繊維と母材それぞれの弾性特性および負荷荷重の変数として求めることができる.

そこで, 本研究では前報⁽⁴⁾での解析方法の提案を受けて, 架橋繊維の諸影響因子が主に応力拡大係数に対してどのように影響するかについて数値的に示すことにする. また, 架橋繊維の存在によるき裂面閉口力の分布形についても計算結果を示し, これらの点からもき裂挙動に及ぼす架橋繊維の影響について検討する. また, これらの解析結果を基に, き裂進展挙動の可能性についても検討した.

上述のように本研究の方法では強化繊維と母材の任意の組合せの複合材料に対して計算可能であるが, ここでは実際上比較的良好に用いられている材料を解析対象とした. すなわち炭化けい素繊維で強化したチタン合金母材(Ti-6Al-4V/SCS-6)⁽⁶⁾と炭化けい素繊維で強化した炭化けい素母材(SiC/SiC)⁽³⁾の一方向繊維強化複合材料である.

2. 提案した解析方法の概略

前報⁽⁴⁾で扱った解析モデルは無限遠方で, 一様引張応力負荷 σ_a (y 方向)を受ける直交異方性無限平板(材

* 原稿受付 1997 年 10 月 16 日.

*¹ 正員, 電気通信大学大学院 [現: 関東自動車工業(株)].

*² 正員, 電気通信大学 ☎ 182-8585 調布市調布ヶ丘 1-5-1).

E mail: ishikawa@mce.uec.ac.jp

Fig. 1 An orthotropic infinite plate with a central bridging crack under uniform tension stress

料の主軸 1, 2 が x, y 軸と平行) 中のき裂が架橋繊維を有するモデル(図 1)である。すなわち一方向繊維強化複合材料を直交異方性板に置き換え、架橋繊維をき裂面閉口集中力で表す。その際、集中力とこれによる繊維の引抜量の関係は Marshall らのモデル⁽⁷⁾を用いる。前報で提案した解析方法は、これらのモデルを基に、負荷外力の下で各架橋繊維がそれぞれの引抜現象に伴うき裂面の変形に対応した閉口集中力を生じ、この集中力とリガメント部の分布力の合力が外力との釣り合い条件を満足する状態で応力拡大係数を求める方法である。

解析手順の詳細は前報によるものとして、ここではその概略を以下に示す。

(1) 与えられた σ_a と仮定した一定分布の架橋繊維による閉口集中力 P_j (j は架橋繊維の本数, $j=0, 1, \dots, n$) に対して、外力によるき裂開口量 v_a と P_j によるき裂閉口量 v_p の差 v_y を求める。

(2) 各架橋繊維に対して v_y による引抜力 P_j ($=P_j'$) を求める。

(3) $P_j - P_j' = \Delta P_j'$ を求め、最大の $\Delta P_j'$ に対して、 $\Delta P_j'/h$ (h : 一定値, 今回は 50 とした) だけ P_j の値を修正する。

(4) P_j の修正値 ($P_j - \Delta P_j'$) を新たな P_j として、その他の架橋繊維の P_j は (1) の P_j の値のまま、上記 (1) に戻って計算を行う。

(5) すべての $\Delta P_j'$ が零となるまで以上の計算を繰り返す。

以上の解析におけるき裂開口量などは Lekhnitskii の二次元線形弾性異方性理論⁽⁸⁾に基づいている。上述のように v_y は

$$v_y|_{y=0} = v_a|_{y=0} + v_p|_{y=0} \quad \dots\dots\dots (1)$$

となり、 v_a と v_p はそれぞれ以下のように求められている。

$$v_a|_{y=0} = 2\sigma_a \sqrt{a^2 - x^2} F(a_{\alpha\beta})$$

$$F(a_{\alpha\beta}) = \left(\frac{a_{11}a_{22}}{2} \right)^{1/2} \left[\left(\frac{a_{22}}{a_{11}} \right)^{1/2} + \frac{2a_{12} + a_{66}}{2a_{11}} \right]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$v_p|_{y=0} = 2 \sum_{j=0}^n \frac{P_j}{\pi} \log \frac{\sqrt{a^2 - (b+jc)^2} + \sqrt{a^2 - x^2}}{\sqrt{a^2 - (b+jc)^2} - \sqrt{a^2 - x^2}} \times F(a_{\alpha\beta}) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで $a_{\alpha\beta}$ は平面応力の弾性コンプライアンス定数、 a はき裂の半長、 b と c は架橋繊維の位置に関する寸法である(図 1 参照)。

また架橋繊維の引抜量(開口量 v_y)と引抜力(架橋繊維の集中力 P_j)との関係は Marshall らのモデル⁽⁷⁾によって、前報⁽⁴⁾で得られた関係として、

$$P_j = - \left[\frac{4DE_f\tau(1+\eta)^2 v_y}{(1+2\eta)} \right]^{1/2}, \quad \eta = \frac{E_f A_f}{E_m A_m} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 E_f と E_m はそれぞれ繊維と母材のヤング率、 A_f ($A_f = D$, 繊維の幅)と A_m はそれぞれ繊維と母材の断面積である。 τ は繊維と母材の引抜界面のせん断摩擦応力である。

P_j が求めれば、応力拡大係数 $(K_I)_b$ は次式から求められる。

$$(K_I)_b = \sigma_a \sqrt{a} \cdot (1 - B_K) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$B_K = \frac{2}{\pi} \sum_{j=0}^n \frac{P_j}{\sigma_a} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^2 - (b+jc)^2}} \quad \dots\dots\dots (6)$$

係数 B_K を架橋繊維の影響係数と呼び、応力拡大係数に対する架橋繊維の影響を表すパラメータとして前報⁽⁴⁾で提案されている。

3. 解析に用いた一方向繊維強化複合材料の弾性特性

前述したように本研究では炭化けい素繊維で強化したチタン合金母材(以下 Ti-6Al-4V/SCS-6 と称する)と炭化けい素繊維で強化した炭化けい素母材(以下 SiC/SiC と称する)の一方向繊維強化複合材料を用いた。それぞれの繊維と母材の材料特性を表 1⁽³⁾⁽⁶⁾に示す。 E は弾性係数、 ν はポアソン比で、添字 f, m はそれぞれ繊維、母材を示す。また σ_b は繊維の引張破断応力を示す。表 1 の強化繊維は本来、異方性弾性を示す可能性があるが、ここでは文献⁽³⁾⁽⁶⁾に従い等方性とした。これらの数値を用いて Ti-6Al-4V/SCS-6

Table 1 The properties of fibers and matrices

	E_f (GPa)	ν_f	σ_b (MPa)		E_m (GPa)	ν_m
SCS-6 fiber	400	0.13	3400	Ti-6Al-4V matrix	100	0.3
SiC fiber	200	0.13	1500	SiC matrix	400	0.3

Table 2 The orthotropic properties of SiC/SiC plates

SiC / SiC					
V_f	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	ν_{21}	G_{21} (GPa)	σ_{max} (MPa)
0.2	333.33	360.00	0.266	134.05	2700
0.3	307.69	340.00	0.249	125.95	2550
0.4	285.71	320.00	0.232	118.77	2400
0.5	266.67	300.00	0.215	112.36	2250

Table 3 The orthotropic properties of Ti-6Al-4V/SCS-6 plates

Ti-6Al-4V / SCS-6					
V_f	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	ν_{21}	G_{21} (GPa)	σ_{max} (MPa)
0.2	117.65	160.00	0.266	45.60	1360
0.3	129.03	190.00	0.249	50.26	1615
0.4	142.86	220.00	0.232	55.99	1870
0.5	160.00	250.00	0.215	63.19	2125

Table 4 The relation of the data of V_f and c

V_f	0.2	0.3	0.4	0.5
c (mm)	0.3	0.2	0.15	0.12

および SiC/SiC の弾性特性を複合則によって繊維体積含有率 $V_f=0.2, 0.3, 0.4, 0.5$ の場合について求めた結果を表 2, 3 に示す。G は横弾性係数であり、各係数の添字 1, 2 は x, y 方向を意味する。表中の最大引張応力 σ_{max} は等ひずみ変形の仮定の基に繊維の破断ひずみ時における複合材料平板の繊維方向応力である。ここで用いた複合則は文献⁽⁹⁾によるものであるが、これによって得られた異方性弾性率の値の精度の実験的確認は行っていない。

また強化繊維(多数繊維の束)の幅を $D=0.06$ mm にとれば⁽⁵⁾、各繊維体積含有率に対して繊維間の間隔 c は表 4 のようになる。

4. 計算結果ならびに検討

4.1 体積含有率と界面せん断摩擦応力の影響

前述したように応力拡大係数 $(K_I)_b$ は影響係数 B_K によって表される。そこでここでは B_K に対するき裂長さ a の影響を示す計算結果を主に体積含有率 V_f と

Fig. 2 The variations of B_K vs. a with different fiber volume fractions of SiC/SiC composite plate Fig. 3 The variations of B_K vs. a with different fiber volume fractions of Ti-6Al-4V/SCS-6 composite plate

繊維と母材の界面のすべり抵抗 τ を変数として表す。なおすべり抵抗としては繊維が母材から引き抜かれるときのせん断摩擦応力 τ が文献値として与えられているので⁽³⁾⁽⁶⁾、これを用いるものとする。

(a) 体積含有率の影響

SiC/SiC 複合材料に関する計算結果を図 2 に示す。計算に用いている繊維と母材の界面のせん断摩擦応力は $\tau=100$ MPa である。この値は後述するようにセラミックス系や金属基系の複合材料の示す実験値のほぼ中間の値である。また無限遠方で一様引張応力負荷 $\sigma_a=0.5\sigma_{max}$ である。

同一条件での Ti-6Al-4V/SCS-6 複合材料の計算結果を図 3 に示す。これらの図中の記号 b はき裂中心から最初の架橋繊維までの距離であるが、これらの

図の場合は $b=c$ である。

図2, 3より分かるように架橋繊維の影響下で, 体積含有率の値にかかわらず, a の増加とともに B_K の値は増加する。また, a が b より小さい場合にはき裂に架橋繊維は存在しないので, B_K は零になる。 B_K の a による増加率は a が大きいほど小さい。

図2と図3を比較すると, 図2の SiC/SiC のほうが図3の Ti-6Al-4V/SCS-6 より同一のき裂長さおよび体積含有率に対して B_K の値は小さくなる。これは用いている強化繊維(架橋繊維)の弾性係数が SCS-6 のほうが SiC より2倍大きいことによっている。体積含有率についてはその値が大きくなれば架橋繊維の本数が増え, B_K の値は大きくなる。

(b) 繊維と母材の界面のせん断摩擦応力の影響
セラミック系や金属基系の複合材料の場合のせん断

摩擦応力は $\tau=1\sim 200$ MPa の値を取るとされている⁽³⁾⁽⁶⁾。そこで本研究では $\tau=10, 50, 100, 150$ MPa に変化した場合の B_K の値の変化を数値計算から検討した。その結果を図4(SiC/SiC)と図5(Ti-6Al-4V/SCS-6)に示す。計算条件は $V_f=0.3$, $\sigma_a=0.5\sigma_{max}$ である。

せん断摩擦応力 τ が小さいほど架橋繊維の引抜量は大きくなると考えられるので, 一定の a に対して B_K の値は小さくなり, 架橋繊維の応力拡大係数に対する寄与は小さくなることが分かる。

4・2 架橋繊維の位置の影響 架橋繊維を有するき裂部材の破壊状況を考えて, 場合によってはき裂進展以前に架橋繊維が破断することもありえる。その場合には架橋繊維はき裂中心から破断することが予想される。このような状況を念頭において, 図1の b が

Fig. 4 The variations of B_K vs. a with different interface shear stresses of SiC/SiC composite plate

Fig. 6 The variations of B_K vs. b with different crack lengths of SiC/SiC composite plate

Fig. 5 The variations of B_K vs. a with different interface shear stresses of Ti-6Al-4V/SCS-6 composite plate

Fig. 7 The variations of B_K vs. b with different crack lengths of Ti-6Al-4V/SCS-6 composite plate

c より大きい場合 (b は架橋繊維までの距離に対応) について計算した。計算条件は $V_f=0.3$, $\sigma_a=0.5\sigma_{max}$ である。変数はき裂長さ a である。結果は図6(SiC/SiC)と図7(Ti-6Al-4V/SCS-6)に示す。

これらの結果より、 b が大きいほど B_K は小さくなるが、その減少の割合は b の大きい範囲ほど大きくなる。また a が大きいほど B_K の値は大きくなる。したがってき裂中心部の架橋繊維が仮に破壊すると応力拡大係数 $(K_I)_b$ は大きくなり、き裂進展の可能性は大きくなる。特に破断した架橋繊維の数が大きいほど $(K_I)_b$ は大きくなり (B_K は小さくなり)、架橋繊維の影響が減少する。

4.3 架橋繊維に生じる集中力の分布形 次に、架橋繊維を有するき裂板に荷重が負荷された場合に、

各架橋繊維に生じる集中力がどのように分布するのかについて検討した。

まず Ti-6Al-4V/SCS-6 の場合について界面のせん断摩擦応力 τ の値を2種類に変えた結果を示す。図8が $\tau=100$ MPa および図9が $\tau=50$ MPa の場合である。計算条件は図中に示してある。図の縦軸は集中力 P_j 、横軸はき裂の中心からの各架橋繊維までの距離である。各分布曲線がいずれのき裂長さの場合の結果であるかを示すために、分布曲線から点線をおろし、横軸上の値でこれを示した。これらの図より τ が大きくなるほど、また a が大きくなるほど架橋繊維の引張力は大きくなる。分布形は基本的には横 S 字形になり、き裂中心部でより大きな値を取り、この部分の架橋繊維によるき裂開口に対する抵抗が大きいことが

Fig. 8 The distributions of traction forces at bridging fibers with different crack lengths of Ti-6Al-4V/SCS-6 composite plate

Fig. 10 The distributions of traction forces at bridging fibers with different crack lengths of SiC/SiC composite plate

Fig. 9 The distributions of traction forces at bridging fibers with different crack lengths of Ti-6Al-4V/SCS-6 composite plate

Fig. 11 The distributions of traction forces at bridging fibers with different b of Ti-6Al-4V/SCS-6 composite plate

分かる。

図10にはSiC/SiCの場合について P_j の分布形を示した。ほぼ同様な計算条件(σ_a の値が異なる)のTi-6Al-4V/SCS-6の結果(図9)と比較するとSiC/SiCではき裂中央付近での P_j の突出はないが、この部分の P_j のとき裂先端付近での P_j との差が大きくなっている。これは母材の剛性に比べて繊維の剛性が相対的に低く、架橋繊維のないき裂の開口により近い開口変形が生じているものと思われる。

次にき裂中心から架橋繊維までの距離 b に対する P_j の分布形の影響を見てみる。き裂長さ $a=4.0$ mmの場合に対してTi-6Al-4V/SCS-6の結果を図11に示す。計算条件は図中に示す。この図より b の値によらず、つねにき裂中心に近い方の P_j が大きいこと、また b が大きくなると P_j の分布は全体的に上昇する

が、特にき裂中心に近い架橋繊維の P_j の上昇が大きいことが分かる。この傾向はSiC/SiCについても同様であった。

したがって架橋繊維の破断に対応した b の増加による P_j や B_K (図6, 7)の変化に関係した計算結果を用いれば、繊維の強度やき裂強度(破壊靱性値)などと組み合わせることにより、架橋繊維の破断とき裂進展の優劣などの議論をすることが可能になる。

4・4 負荷の増大に伴う引抜量の変化の影響 本研究の解析では架橋繊維の存在を評価するのに不可欠と考えたき裂面からの架橋繊維の引抜モデルを導入している。前報⁽⁴⁾によれば引抜量は引抜荷重による母材の変形によってまかなわれ、引抜荷重 P_j の二乗に比例する。図12(SiC/SiC)および図13(Ti-6Al-4V/SCS-6)には界面のせん断摩擦応力 τ を変数として σ_a

Fig. 12 The variations of B_K vs. σ_a with different shear stresses of SiC/SiC composite plate

Fig. 14 The variations of stress intensity factor with different crack lengths (shear stress τ is 10 MPa)

Fig. 13 The variations of B_K vs. σ_a with different shear stresses of Ti 6Al-4V/SCS-6 composite plate

Fig. 15 The variations of stress intensity factor with different crack lengths (shear stress τ is 100 MPa)

Fig. 16 The variations of stress intensity factor with different crack lengths (shear stress τ is 10 MPa)

Fig. 17 The variations of stress intensity factor with different crack lengths (shear stress τ is 100 MPa)

と B_K の関係を示している。計算条件は図中に示す。これらの図において $\sigma_a = 0$ のとき(縦軸上)の B_K の値は引抜量が零のときの影響係数 B_K を意味している。横軸の σ_a の増加とともに B_K は減少するが、この低下分が繊維の引抜量に対応している。 τ が小さいほど界面でのすべりに対応した変形が大きく、 B_K の低下分が大きく出てくる。また図 12 と図 13 を比較すると、低剛性強化材の SiC/SiC の方が B_K の低下が大きく、引抜きの影響が大きく出ている。これは強化繊維の変形が大きく、き裂の開口量が大きくなる分、引抜き量も大きくなるものと思われる。

4.5 き裂の進展挙動に関する繊維と母材の界面のせん断摩擦応力 τ の影響 一例として Ti-6Al-4V/SCS-6 の複合材料 ($V_f = 0.3$) に対して、応力拡大係数

$(K_I)_b$ とき裂長さ a の関係を負荷荷重 σ_a を変数として求めた。まず $b = 0.2$ mm で、 $\tau = 10$ MPa と 100 MPa の場合の結果をそれぞれ図 14 と図 15 に示す。図 14 の場合にはき裂長さ a の増加(架橋繊維の増加)とともに $(K_I)_b$ は増加する傾向にあるが、図 15 の場合には逆に減少する。 σ_a が大きいほどそれらの傾向は大きい。

次にこれらの図の架橋繊維のうち、最も中央に近いところの 1 本がそれぞれ破断したとして、ないものとし、 $b = 0.4$ mm になった場合の結果を図 16 ($\tau = 10$ MPa) と図 17 ($\tau = 100$ MPa) に示す。また比較するために図 14, 15 の計算結果もそれぞれの点線で示す。この一本の架橋繊維はなくなることに対して、き裂が短いときに $(K_I)_b$ の増加量は相対的に大きいですが、き裂が長くなるとその影響は少なくなり、 $(K_I)_b$ の増加量も徐々に減少する。

以上より、 $\tau = 10$ MPa (図 14) の場合には、比較的高い負荷応力 σ_a に対して、いったんき裂の進展を開始するとその進展とともに $(K_I)_b$ の値は増加し、き裂は進展し続けるものと考えられる。また、そのときに最初の架橋繊維が破断すると、図 16 より $(K_I)_b$ の増加につれてき裂の進展はさらに続くと考えられる。

一方、 $\tau = 100$ MPa (図 15) の場合には、架橋繊維の閉口作用が比較的大きいので、き裂の進展とともに $(K_I)_b$ の値は減少する(特に負荷応力が比較的高い場合)ことから、き裂の進展が開始しても、それ以上進展しない可能性がある。またそのときに最初の架橋繊維が破断すると、図 17 より $(K_I)_b$ は増加するが、 a に対しては引き続き減少傾向なので、やはりき裂は停止する可能性がある。

以上のき裂進展挙動に関する検討については応力拡大係数 $(K_I)_b$ 一定の条件のときの負荷応力の変化からも議論できる。 $\tau = 10$ MPa (図 14, 16) の場合は $(K_I)_b$ 一定の条件の基ではき裂長さ a の増加に伴って σ_a は減少することが読み取れる。したがってき裂がいったん発生すると負荷荷重は減少することになる。

一方、 $\tau = 100$ MPa (図 15, 17) の場合は逆の傾向になり、き裂進展の持続のためには負荷荷重の増加が必要となる。これらの議論は負荷荷重一定の場合での前述の議論と本質的に同一の傾向を示している。

5. ま と め

以上の検討より、架橋繊維を有する一方向繊維強化複合材料中のき裂の応力拡大係数に対する構成素材の弾性特性、繊維の体積含有率、繊維と母材の界面強度の影響を示す数値計算結果を示した。これらの結果の

傾向は力学的に合理的なものであり、架橋繊維を有する一方向繊維強化複合材料中のき裂の挙動を破壊力学的に検討するための基礎的資料を与えることができた。

文 献

- (1) Ji, M., ほか 3 名, *JSME Int. J.*, **40**, A(1997), 37-43.
- (2) Evans, A. G., *Acta Metall.*, **45**(1997), 23-40.
- (3) Evans, A. G., ほか 1 名, *J. Mater. Sci.*, **29**(1994), 3857-3896.
- (4) 嵯明・ほか 1 名, 機論, **62**-593, A(1996), 26-31.
- (5) Ji, M., ほか 1 名, *Int. J. Eng. Sci.*, **35**(1997), 549-560.
- (6) Guo, Z. X., ほか 1 名, *Progress in Mater. Sci.*, **39**(1995), 411-495.
- (7) Marshall, D. B., ほか 2 名, *Acta Metall.*, **33**(1985), 2013-2021.
- (8) Lekhnitskii, S. G., *Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body*, (1963), 103-216, Holden-Day, Inc, San Francisco, USA.
- (9) 林毅編, 複合材料工学, 532-534, (1971), 日科技連.