脆性材料の 3 点曲げにおける負荷速度急変試験*

小 林 秀 敏^{*1}, 臺丸谷 政 志^{*1}
野 島 武 敏^{*2}, 大 原 弘 嗣^{*3}Three Point Bending Tests with Abrupt Change of
Loading Velocity for Brittle MaterialsHidetoshi KOBAYASHI, Masashi DAIMARUYA,
Taketoshi NOJIMA and Hiroshi OOHARA

In this research, the behaviour of crack-rate sensitive brittle materials in three point bending tests with an abrupt change of loading velocity was studied. The experiments using crack stabilizer and the numerical simulations taking account of crack-rate effect on fracture toughness were performed for two types of tests, i.e. incremental (or decremental) and relaxation tests. After a change of loading velocity from V_0 to V_1 , a transition range on the load-deflection curve was observed. In the relaxation tests, the load decreases gradually with time. However, the stable crack extension still continued even after the loading velocity equalled zero. These results observed in incremental and relaxation tests were well simulated by the numerical simulations. It was also found that these tests were quite useful to determine the crack-rate sensitivity parameter of the test materials.

Key Words: Crack-Rate Sensitivity, Stable Fracture, Abrupt Velocity Change, Relaxation Test, Brittle Fracture, Numerical Analysis, Material Testing, Bending, Crack Propagation

1. 緒 言

近年, アルミナ^{(1),(2)}, ムライト⁽³⁾, 窒化ケイ素^{(2),(4)}等のセラミックスをはじめ, ガラス⁽⁴⁾⁻⁽⁷⁾, 岩石⁽⁸⁾等の脆性材料は, その応力拡大係数(K_I 値)とき裂進展速度($\dot{a}$)の間に $\dot{a} \propto K_I^n$ の関係があり, き裂速度依存性を示すことが多くの実験から明らかにされた。最近, この関係をき裂進展抵抗 R の構成式($R \propto \dot{a}^m$, $m = 2/n$)に導入し, き裂速度依存性を考慮した理論展開がなされ, これらの脆性材料の種々の破壊条件⁽⁹⁾や, DCB 試験を用いた負荷速度急変試験の有用性⁽¹⁰⁾が報告されている。さらに, き裂速度依存性を考慮することで, き裂が進展しているにもかかわらず荷重が上昇する擬安定現象^{(11),(12)}や, 最高荷重時の K_{Ic} 値より大きい K_I 値が最高荷重時以後のき裂速度が最大となる時点で生じること⁽¹³⁾, き裂速度依存性の存在により破壊強度は試験片サイズに依存する⁽¹⁴⁾ことが明らかにされている。また, 脆性材料の強度を保証する保証試験の評価⁽¹⁵⁾においてもき裂速度依存性は極めて重要であることが報告されている。これらのことから, き裂速度依存性パラメータである n 値 (又は m 値) を知ることが, 脆性材料の破壊挙動を明らかにするうえで必要不可欠となってきた。

これまでに, 破壊靱性値とき裂速度の関係は, 主に DCB 試験片⁽¹⁶⁾や DT (Double Torsion) 試験片⁽¹⁾を用いた実験から求められているが, き裂が試験片中央部からそれないよう試験片にサイドグループを付ける必要があること, き裂の先端が弧を描き試験片表面に必ずしも垂直にならないことや, データのばらつきにより, き裂速度依存性パラメータの決定に極めて多数の試験片が必要である等の困難さがある。これに比べ, 片側にき裂を持つ矩形試験片の曲げ試験は, 上記の問題を回避でき, 制御された予き裂が導入でき, 安定破壊が達成⁽¹⁷⁾されれば, 比較的容易でセラミックス等の試験に適用しやすい利点を有している。

本研究では, 3 点曲げ試験において, 負荷速度を急変する速度急変試験やリラクゼーション試験から, 脆性材料のき裂速度依存性パラメータを簡便に求めるための手法の確立を目的としている。そのためには, き裂速度依存性を考慮した理論的考察から各試験における荷重-変位や荷重-時間関係を定式化する必要がある。しかしながら, 試験片のコンプライアンスが比較的単純な形で表わされる DCB 試験の場合と異なり, 3 点曲げ試験の場合, 積分項を含む複雑な形をしているため, 解析的に定式化するのは困難であため, 本研究では, 数値計算により定式化を行った。また, ソーダ石灰ガラスを用いた 3 点曲げ負荷速度急変試験も実施し, 得られた手法の妥当性を検討した。

* 原稿受付 1998 年 6 月 12 日。

^{*1} 正員, 室蘭工業大学 (☎ 050-8585 室蘭市水元町 27-1)。^{*2} 正員, 京都大学 (☎ 606-8501 京都市左京区吉田本町)。^{*3} 学生員, 室蘭工業大学大学院。

E-mail: kobayashi@muroran-it.ac.jp

2. 理論的考察と基礎式

2・1 負荷速度急変試験 図1に示すような、片側に初期き裂長さ a_0 を持つ幅 B 高さ W の試験片を用いたスパン S の3点曲げ試験を考える。 P を荷重、 δ をクロスヘッド変位、 $\lambda(A)$ 、 Λ を試験片及び試験機のコンプライアンスとすると、 $\delta = P \{ \lambda(A) + \Lambda \}$ と表される。ここで、 λ はき裂面積 $A (= aB)$ の関数である(付録参照)。今、材料は完全脆性体でき裂進展抵抗 R がき裂速度 $\dot{a}$ のみに依存すると仮定し、 $\dot{a}^*$ を速度を無次元化するための任意の参照き裂進展速度、 m を R のき裂速度依存性指数 ($\dot{a}^*$, m はともに定数) として、 $R = R_0 (\dot{a} / \dot{a}^*)^m$ と表わす。したがって、ここでは $\log \dot{a} - \log K_I$ の関係が直線近似できると仮定している。さらに準静的なき裂の伝播を仮定し、エネルギー解放率 $G \equiv (P^2 / 2)(d\lambda / dA)$ と R を等置して $G = R$ とすると、

$$\delta = \delta_0 \cdot (\dot{a} / \dot{a}^*)^{m/2} \quad \text{or} \quad \dot{a} = \dot{a}^* (\delta / \delta_0)^{2/m} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$\delta_0(a) = \sqrt{2BR_0 / (d\lambda / da)} (\lambda(a) + \Lambda) \quad \dots\dots\dots (2)$
 が得られる。ここで、 $\delta_0(a)$ は、 R がき裂速度依存性を示さない場合 ($m = 0$) の変位である。

時刻 t_1 でクロスヘッド速度を $V_0 \rightarrow V_1$ へ変化させる場合、図2で示されるように、 V_1 の大きさにより加速試験と減速試験が考えられるが、時刻 t_1 以後のクロスヘッドの速度を $V_1 = \alpha V_0$ ($\alpha > 0$) として統一的に扱うことにすると、クロスヘッド変位は、

$$\delta = V_0 t \quad (0 \leq t \leq t_1) \quad \dots\dots\dots (3-1)$$

$$\delta = \alpha V_0 t + (1 - \alpha) V_0 t_1 \quad (t \geq t_1) \quad \dots\dots\dots (3-2)$$

Fig.1 Specimens for three point bending test.

Fig.2 Velocity-time and displacement-time curves of incremental and decremental tests.

となるから、式(1)と等置して積分すると、それぞれ、

$$(0 \leq t \leq t_1)$$

$$\delta = \left\{ \left(\frac{V_0}{\dot{a}^*} \right) \left(\frac{m+2}{m} \right) \int_{a_0}^a \delta_0^{2/m} da \right\}^{\frac{m}{m+2}} \quad \dots\dots\dots (4-1)$$

$$(t \geq t_1)$$

$$\delta = \left\{ \delta_1^{(m+2)/m} + \left(\frac{\alpha V_0}{\dot{a}^*} \right) \left(\frac{m+2}{m} \right) \int_{a_1}^a \delta_0^{2/m} da \right\}^{\frac{m}{m+2}} \quad \dots\dots\dots (4-2)$$

が得られる。ここで、 δ_1 、 a_1 は、それぞれ時刻 t_1 での変位及びき裂長さである。また、これらの変位に対応する荷重は、 $P = \delta / \{ \lambda(a) + \Lambda \}$ から計算できる。

2・2 リラクゼーション試験 試験速度 V_0 の安定破壊試験の途中で変位を停止するリラクゼーション試験を考える。これは、図2(b)において、 $\alpha = 0$ の場合に相当する。今、リラクゼーション試験開始時刻を t_1 とすると、 $t \geq t_1$ では $\delta = \delta_1$ であるから、これを式(1)に代入し、 $\dot{a}^* \cdot \delta_1^{(2/m)} dt = \delta_0^{(2/m)} da$ を得て、両辺を積分し整理すると、

$$1 + \frac{m+2}{m} \cdot \frac{T}{t_1} = \int_{a_0}^a \delta_0^{2/m} da / \int_{a_1}^{a_1} \delta_0^{2/m} da \equiv H_*(a, a_1) \quad \dots\dots\dots (5)$$

が得られる。ここで、 $T \equiv t - t_1$ はリラクゼーション試験開始点からの経過時間である。この式は、リラクゼーション試験中の試験片のコンプライアンス(式(2)より δ_0 には $\lambda(a)$ が含まれている)と経過時間の関係を表わしており、脆性材料のき裂進展抵抗がき裂進展速度に依存する限り、時間の経過にともなわて、リラクゼーション試験中も、き裂が進展することを示唆している。

一方、リラクゼーション試験開始時の荷重と試験片のコンプライアンスをそれぞれ P_1 、 λ_1 とすると、 $P_1 = \delta_1 / (\lambda_1 + \Lambda)$ であり、試験中 ($t \geq t_1$) の荷重は、 $P = \delta_1 / (\lambda + \Lambda)$ であるから、両者の比をとって δ_1 を消去すると、

$$\frac{P_1}{P} = \frac{\lambda(a) + \Lambda}{\lambda(a_1) + \Lambda} \equiv H_{**}(a, a_1) \quad \dots\dots\dots (6)$$

となり、試験中の P と λ の関係が得られる。 λ が式(5)の積分の中に含まれているため、式(6)を用いてこの λ の項を消去して荷重と経過時間の関係式を解析的に得るのは困難である。そこで、数値計算により H_* と H_{**} の関係を求めることにする。

ここで、無次元き裂長さ x を $x = a/W$ と定義し、 x_0 を無次元初期き裂長さ、 x_1 を速度急変時の無次元初期き裂長さとする。図3は、 $x_0 = 0.5$ の試験片に対して、 $x_1 = 0.6, 0.7, 0.8$ からリラクゼーション試験を開始した場合の H_* と H_{**} の関係を m 値をパラメータにとって示している。この図から、 $\ln H_*$ と $\ln H_{**}$ の間に直線関係があり、 $t = t_1$ では $H_* = H_{**} = 1$ であるから、両者の関係は $H_* \equiv H_{**}^\beta$ と近似できることがわかる。また、これらの直線の傾き $\beta (> 0)$ は、 m 値によって変化するが、試験開始点の x_1 にはほとんど依存しないと考えられる。

次に、この β と m 値の関係を調べるために、0.02 ~ 0.3 までの m 値に対する β を求め、 m 値を横軸にとって図4に示す。この β 値の中には、図3の場合以外に、 $x_0 = 0.3$, $x_1 = 0.5, 0.7$ および $x_0 = 0.7$, $x_1 = 0.8$ の場合の β が含まれている。図中の曲線は、 $\beta = (1-m)/2m$ の曲線であり、すべての β 値のデータは概ねこの曲線上に分布していることから、 β と m 値の関係は、 $\beta \cong (1-m)/2m$ と近似できると考えられる。したがって、この関係と上記の関係式 $H_* \cong H_{**}^\beta$ 及び式(5)、(6)を用いれば、

$$\ln\left(\frac{P}{P_1}\right) = -\left(\frac{2m}{1-m}\right) \cdot \ln\left(1 + \frac{m+2}{m} \cdot \frac{T}{t_1}\right) \quad \dots\dots\dots (7)$$

と、リラクゼーション試験中の荷重と時間の関係が定式化できる。式(7)は、材料のき裂速度依存性指数 m が与えられれば、リラクゼーション試験中の $P-T$ 曲線が予測できることを示している。

3. 数値解析結果の検討

3.1 負荷速度急変試験 表1に示した、ソーダ石灰ガラスの物性値を用いて、無次元き裂長さ x を、 x_0 か

Fig.3 Relation between two parameters of H_* and H_{**} .

Fig.4 Relation between linking parameter, β , and crack-rate sensitivity parameter, m .

Table 1 Characteristic values of soda-lime glass used for numerical simulations.

B (mm)	W (mm)	S (mm)	E (GPa)	ν	$\dot{a}^*$ (m/s)	$E'W/R_0$
2.8	20	80	70	0.24	10^{-5}	3.65×10^8

ら一定の増分で変化させ、3点曲げ試験における負荷速度急変試験の数値解析を行った。

図5は、 $\alpha = 10$, $x_0 = 0.4$, $m = 0.1$, $\Lambda = 0$ として、 $x_1 = 0.5, 0.6, 0.7$ で初期速度 V_0 から $V_1 (= \alpha V_0)$ へ試験速度を急変した場合の計算結果で、荷重-変位曲線(図5(a))と、き裂進展速度-変位曲線(図5(b))を示している。ここで、初期速度は、 $V_0 = 0.01$ mm/min であり、荷重、変位、き裂速度は、それぞれ $P^* = P/\sqrt{R_0 E' B^2 W}$, $\delta^* = \delta/\sqrt{R_0 W/E'}$, $v^* = \dot{a}/\dot{a}^*$ の、数値計算に用いた無次元量で示している。実線は $V_0 \rightarrow V_1$ の遷移領域の $P^*-\delta^*$ あるいは $v^*-\delta^*$ 曲線であり、点線及び破線は、初期速度がそれぞれ、 V_0 , V_1 で一定の場合の曲線である。図5から $\alpha > 1$ の場合、負荷速度を急変すると、減少していた荷重は上昇に転じ、

Fig.5 Numerical results of incremental tests ($\alpha = 10$) (a) load-displacement curves and (b) crack velocity-displacement curves.

第2ピークを経てから V_1 の $P^*-\delta^*$ 曲線に漸近していくことがわかる。また、図5(a)に示す x_2 の値は、荷重が初期速度 V_1 の曲線に漸近し、その差異が0.1%以下になったときのき裂長さである。 V_1 の曲線に移行するまでのき裂の進展量 $\Delta x (=x_2-x_1)$ は、 x_1 が小さい程大きいことがわかる。さらに、 $v^*-\delta^*$ 曲線においても $P^*-\delta^*$ 曲線の場合と同様に、点線の V_0 の曲線から第2ピークを経て破線の V_1 の曲線に漸近していく。

図6は、 $\alpha = 1/10$, $V_0 = 0.1 \text{ mm/min}$ とし、他のパラメータは図5の場合と同じにした減速試験 ($0 < \alpha < 1$) の場合の $P^*-\delta^*$ 曲線、 $v^*-\delta^*$ 曲線である。加速試験の場合と同様に、速度急変後の荷重やき裂速度は、 V_1 の $P^*-\delta^*$ 又は $v^*-\delta^*$ 曲線の方へ急激に低下・漸近していき、 x_1 が小さい程より大きいき裂遷移領域が現れる。また、 V_1 の曲線に移行するまでのき裂の進展量 Δx は、いずれの x_1 においても減速試験の方が加速試験の場合より大きくなることわかる。

3・2 リラクゼーション試験 図7は、無次元初期き裂長さ $x_0 = 0.4$ の試験片を用いて、 $x_1 = 0.5$ (○印)

Fig.6 Numerical results of decremental tests ($\alpha = 1/10$) (a) load-displacement curves and (b) crack velocity-displacement curves.

からリラクゼーション試験 ($\alpha = 0$) を開始した場合の荷重-時間曲線の計算結果を、無次元試験機コンプライアンス EBA をパラメータにとって示している。計算では、式(5), (6)を用いてそれぞれ経過時間と荷重を別々に算出した。この図から、 EBA が大きくなると、リラクゼーション試験中に保持される荷重は小さくなり、リラクゼーション試験開始点($x_1 = 0.5$)の荷重は大きくなる。それゆえ、 EBA が大きい程、最高荷重後の荷重の低下は急激でアレストする荷重もより小さくなり、不安定破壊の部分が拡大している。

図8は、図7の○印以降のリラクゼーション試験中の荷重-時間曲線を、試験開始点の荷重 P_1 と時間 t_1 で無次元化して両対数グラフ上にプロットしたものである。 EBA が大きい場合は、リラクゼーション試験開始直後の不安定破壊による急激な荷重の低下のために、 EBA の大きさに応じて下方にずれる。しかし、この部分を除けば $\ln(P/P_1)$ と $\ln(T/t_1)$ の関係は概ね右下がりの直線となり、

Fig.7 Non-dimensional load - time curves with various machine compliances.

Fig.8 Relation between load ratio, P/P_1 , and time ratio, T/t_1 , with various machine compliance.

その傾き $-\kappa^{**}$ ($\kappa^{**} > 0$) は EBA に依存せずほぼ同じになることがわかる。

そこで, EBA = 0 とし, $m = 0.02 \sim 0.2$ の範囲で式(5), (6)を用いて計算し, P/P_1 と T/t_1 の関係を図 9 に実線で示す。比較のために, 式(7)から求めた $P/P_1 - T/t_1$ 曲線を□印で示している。リラクゼーション試験開始直後を除けば $\ln(P/P_1) - \ln(T/t_1)$ 関係は, 概ね右下がりの直線となり, その傾きは m 値が大きいほど大きくなる。また, 式(7)の計算結果は, 式(5), (6)から求めた $\ln(P/P_1) - \ln(T/t_1)$ 曲線と比べ, m 値の大きい曲線でやや大きな差が認められるが, 全体的にはよい近似になっていることがわかる。さらに, m 値の大きい場合でも, 式(7)の結果は, 式(5), (6)から求めた曲線とほぼ平行にずれているため, $T/t_1 > 1$ での傾きの誤差は, 図示の $m = 0.02 \sim 0.2$ の範囲で 4 % 以下であった。

4. き裂速度依存性指数の推定

4.1 負荷速度急変試験 図 5, 6 に, 負荷速度を $V_0 \rightarrow V_1$ へ急変すると, 荷重-変位曲線は遷移領域を経て V_0 から V_1 の曲線に漸近していくことが示された。このことを利用して, 供試材のき裂速度依存性指数 m を求める。図 10 の実線は, 初期き裂長さが $x = x_0$ で 3 点曲げ試験を開始し, 安定破壊中の $x = x_1$ のときに試験速度を $V_0 \rightarrow V_1$ へ急変し, その後 $x = x_2$ で再び $V_1 \rightarrow V_0$ へ戻した場合の $P-\delta$ 曲線を示している。原点から 2 番目の急変点 A に向かって直線を引き, 両脇の V_0 の部分から外挿した試験速度 $V = V_0$ の曲線 (点線) との交点を B とする。原点から引いた直線上では λ は一定であるから, 点 A, B から求められる荷重 P_A, P_B は, それぞれ, V_1 及び V_0 の一定速度で試験した場合の, $\lambda = \lambda_2$ での荷重に相当する。式(4-1)を $\delta = C \cdot V_0^{m/(m+2)}$ と書き直し $C_1 = C(\lambda_2 + \lambda)$ とすると,

$P_A = C_1 \cdot V_1^{m/(m+2)}, P_B = C_1 \cdot V_0^{m/(m+2)}$ となるから, 両者の比の対数をとると, $\ln(P_A/P_B) = \{m/(m+2)\} \cdot \ln(V_1/V_0)$ が得られる。この関係から, $\kappa^* = \ln(P_A/P_B) / \ln(V_1/V_0)$ とすると,

$$m = 2\kappa^*/(1 - \kappa^*) \quad (8)$$

が得られる。したがって, 負荷速度急変試験から κ^* を得て, 式(8)を用いれば, m 値の推定が可能となる。

図 11 は, $x_0 = 0.71$ の初期き裂を有するソーダ石灰ガラス試験片 ($B = 2.8 \text{ mm}, W = 20 \text{ mm}, S/W = 4$) を安定破壊治具⁽¹⁸⁾を用いて 3 点曲げ試験したときの $P-\delta$ 曲線である。安定破壊中に, $x_1 = 0.75$ で負荷速度を $V_0 = 0.01 \text{ mm/min}$ から 5 倍の $V_1 = 0.05 \text{ mm/min}$ に加速し, $x_2 = 0.83$ で再び $V_2 = 0.01 \text{ mm/min}$ に戻している。比較のため計算結果も 0.001 mm オフセットして示した。実験結果は, 計算結果に比べ, 速度を変化させた場合の変化量にやや違いが見られるが, 最高荷重, き裂長さとの対応, 全体的な $P-\delta$ 曲線の形状等, 概ねよい一致を示しており, 数値解析の有用性を示唆している。この実験結果から破壊線のように $V_0 = \text{一定}$ の曲線を推定し, $P_A = 4.03 \text{ N}, P_B = 3.71 \text{ N}$ を得て, 式(8)から m 値を計算すると $m = 0.108$ が得られる。ソーダ石灰ガラスの m 値は Wiederhorn⁽⁶⁾ の実

Fig. 10 Schematic $P-\delta$ curves in abrupt velocity change tests for determining crack sensitive parameter, m .

Fig. 9 Relation between load ratio, P/P_1 , and time ratio, T/t_1 during relaxation tests.

Fig. 11 $P-\delta$ curves in incremental / decremental velocity test obtained from experiment and simulation.

験から $m = 1/10 \sim 1/9$ 程度であるから、この推定値は妥当な値といえる。

4.2 リラクゼーション試験 図8, 9で示したリラクゼーション試験の結果の $\ln(P/P_1) - \ln(T/t_1)$ 曲線の直線部分の傾き $-\kappa^{**}$ ($\kappa^{**} > 0$) に着目して供試材の m 値を求める。式(7)において、 $\{(m+2)/m\} \cdot (T/t_1) \gg 1$ とすると、 $\ln(P/P_1) \cong -(2m/(1-m)) \ln[\{(m+2)/m\} \cdot (T/t_1)]$ であるから、 $\kappa^{**} = 2m/(1-m)$ において、 m について解くと、

$$m = \kappa^{**} / (\kappa^{**} + 2) \quad (9)$$

が得られる。式(9)を用いれば、リラクゼーション試験結果から、 m 値を容易に求めることができる。

図12は、 $x_0 = 0.42$ のソーダ石灰ガラス試験片を用いてリラクゼーション試験を行ったときの実験結果であり、安定破壊中の $P = 21.2 \text{ N}$ の点から試験を開始した。この結果を $P/P_1 - T/t_1$ グラフに書き換え図12(b)に示す。参考のために、 $x_0 = 0.4$, $x_1 = 0.5$, $m = 0.1$, $EBA = 50$ として得られた計算結果も合わせて示した。実験結果は、計算結果に定性的に一致しており、この実験からはば妥当な結果が得られていると考えられる。実験点に沿って直線を引きその傾きを求めると、 $\kappa^{**} = 0.225$ が得られ、これから式(9)を用いて m 値を計算すると、 $m = 0.101$ が得られる。先に、加速・減速試験から得られた m 値とやや異なるが、概ね妥当な m 値を与えていると考えられる。

5. 結 言

破壊靱性値がき裂速度に依存する脆性材料に対する3点曲げ試験において、き裂速度依存性を考慮した理論的

Fig.12 Result of experiment, (a) $P-t$ curve and (b) $P/P_1 - T/t_1$ curve with result of numerical simulation.

考察から、負荷速度を急変する速度急変試験とリラクゼーション試験における荷重-変位や荷重-時間関係の定式化を行なった。得られた主な結果は以下の通りである。

- (1) 試験速度を $V_0 \rightarrow V_1$ へ加速または減速する試験において、荷重-変位曲線は、遷移領域を経て初期速度が V_1 の曲線へ漸近していく。また、遷移領域中のき裂の進展量 Δx は、速度急変時のき裂 x_1 が大きいほど小さいことを明らかにした。
- (2) リラクゼーション試験中の荷重-時間曲線は、試験開始直後を除いて、両対数グラフ上で概ね右下がりの直線となり、その傾き κ^{**} はき裂速度依存性指数 m を用いて、 $\kappa^{**} = 2m/(1-m)$ と近似的できる。
- (3) 速度急変試験及びリラクゼーション試験結果から、脆性材料の m 値を推定する簡便な方法を提案し、ソーダ石灰ガラスを用いた3点曲げ試験から実際に m 値を求め、これらの方法の妥当性を確認した。

付 録

E, ν をそれぞれ試験材の縦弾性係数、ポアソン比とすると、平面ひずみの場合 $E' = E/(1-\nu^2)$ として、 λ は、

$$\lambda = \frac{1}{E'B} \left[\frac{1}{4(1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{S}{W} \right)^3 + \frac{9}{2} \cdot \left(\frac{S}{W} \right)^2 \int_0^1 x \cdot f(x)^2 dx \right]$$

$$f(x) = \frac{1.99 - x(1-x)(2.15 - 3.93x + 2.7x^2)}{(1+2x)(1-x)^{3/2}}$$

で与えられる⁽¹⁸⁾。

文 献

- (1) Evans A.G., *J. Mater. Sci.*, **7** (1972), 1137-1146.
- (2) 若井史博, 桜本 久, 阪口修司, 松野外男, 材料, **35** (1986), 898-903.
- (3) 山出善章, 川口喜昭, 武田展雄, 岸輝雄, 日本セラミックス協会学術論文誌, **99** (1991), 467-471.
- (4) 菅原宏人, 大塚昭夫, 石原泰之, 天野岳彦, 材料, **40** (1991), 914-920.
- (5) Wiederhorn S.M., *J. Amer. Ceram. Soc.*, **50** (1967), 407-414.
- (6) Wiederhorn S.M., *Fracture Mechanics of Ceramics Vol.2*, ed. R.C. Bradt et al., (1974), 613-648, Plenum Press.
- (7) Freiman S.W., Mulville D.R. and Mast P.W., *J. Mater. Sci.*, **8** (1973) 1527-1533.
- (8) 佐野 修, 材料, **37** (1988), 152-158.
- (9) 野島武敏, 中井 治, 材料, **42** (1993), 969-975.
- (10) 野島武敏, 材料, **46** (1997), 781-786.
- (11) 野島武敏, 中井 治, 材料, **43** (1994), 75-81.
- (12) 小林秀敏, 臺丸谷政志, 野島武敏, 材料, **45** (1996), 310-315.
- (13) 野島武敏, 津吉宏卓, 材料, **44** (1995), 445-450.
- (14) 野島武敏, 津吉宏卓, 材料, **44** (1995), 451-456.
- (15) Fuller E.B., Wiederhorn S.M., Ritten J.E. and Oates P.B., *J. Mater. Sci.*, **15** (1980), 2282-2294.
- (16) Wiederhorn S.M. and Bolz L.H., *J. Amer. Ceram. Soc.*, **53** (1970), 543-548.
- (17) 西田俊彦・安田榮一, セラミックスの力学的特性評価, (1986), 71, 日刊工業新聞社.
- (18) 小林秀敏, 臺丸谷政志, 野島武敏, 機論, **62-604 A** (1996), 2698-2703.