動的き裂分岐現象の支配条件に関する基礎研究*

西岡 俊 久^{*1}, 岸 本 岳 史^{*2}
小 野 泰 丈^{*2}, 坂 倉 慧 悟^{*1}

Basic Studies on the Governing Criterion for Dynamic Crack Branching Phenomena

Toshihisa NISHIOKA, Takeshi KISHIMOTO,
Yasutake ONO and Keigo SAKAKURA

Branched cracks are often observed in brittle materials and structures. However the mechanism of crack branching is not fully clarified. In this paper, first, dynamic crack branching phenomena in Homalite-911 and Homalite-100 were experimentally investigated. Caustic patterns during dynamic crack branching were recorded by an ultrahigh-speed camera. Next, on the basis of the dynamic J integral, energy concepts for dynamic crack branching are presented. Special attentions are focused on the energy flow into dynamically propagating crack tips. Then four possible fracture parameters associated with the dynamic J integral are proposed. The dynamic J integral values in a dynamic crack branching test are directly evaluated by the caustic patterns taken by the high-speed camera. The variations of four fracture parameters during dynamic crack propagation including at the instant of crack branching are presented. The experimental results reveal that the energy flux per a unit time into a propagating crack tip governs the crack branching.

Key Words: Fracture Mechanics, Fracture Criterion, Brittle Fracture, Crack Propagation, Crack Branching, Dynamic J Integral, Energy Release Rate, Process Zone, Method of Caustics, High-Speed Photography

1. 緒言

動的破壊のき裂伝ば経路の予測は構造物の安全設計において極めて重要になってきている。これと関連し、脆性の強い材料や構造物では、高速で伝ばするき裂が分岐する現象が事後にしばしば観察される。このため、き裂分岐が生じる力学的条件についての研究が古くからなされており、理論的あるいは実験的に調べられてきた⁽¹⁾⁻⁽⁸⁾。しかし、必ずしもき裂分岐現象のメカニズムを十分に解明しているとは言えない。このため現在でも、動的き裂分岐のメカニズムは動的破壊力学の中の重要な未解決の問題の1つとして残っている。

一方、動的破壊のシミュレーション技術も進展してきている⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾が、動的き裂分岐現象に対しては、分岐しているき裂の詳細な伝ば履歴の不足と動的破壊シミュレーション技術における様々な困難がある。これらの問題のために、世界的に見てもいまだ動的き裂分岐の精密なシミュレーションの成功例はない。このため高速分岐しているき裂の実験的測定を行うことにより、詳細な破壊履歴のデータを取得する必要がある。これは、数値解析のみならず理論解析にも有効で基本的なデータとなる。

このため、本研究では、はじめに実験的研究として、動的き裂分岐現象を超高速度カメラとコースティック法を用いて、動的き裂分岐とコースティック像の詳細な履歴を取得した。

一方、理論的研究としては、動的伝ばき裂先端あるいはプロセスゾーンへのエネルギー流入に着目した。これ

と関連し、Nishioka・Atluri⁽¹¹⁾は先に、動的に進展しているき裂先端のプロセスゾーンへの単位き裂進展量当りのエネルギー流入率の意味を持っている動的J積分を導いている。本研究では、この動的J積分に基づいて4種の破壊力学パラメータを動的き裂分岐基準の候補として提案した。すなわち、4種の仮説を考えた。さらに撮影された高速度写真から4種の動的き裂分岐基準の評価および理論的考察を行った。これらにより、動的き裂分岐を支配する条件を明らかにした。

2. 動的き裂分岐におけるエネルギー論

2.1 動的伝ばき裂先端へのエネルギー流入率と動的J積分
いま図1のように動的伝ばき裂先端にある形をしたプロセスゾーンを考える。プロセスゾーンの領域を V_c とし、その境界を Γ_c とする。この時、 Γ_c を通して流入するプロセスゾーンへの単位き裂進展量当りのエネルギー流入率 J' は、Nishioka・Atluri⁽¹¹⁾により導かれた動的J積分を利用して以下のように表される。

$$J' = J'_1 \cos \theta_0 + J'_2 \sin \theta \quad (1)$$

$$J'_k = \int_{\Gamma_c} [(W + K)n_k - t_i u_{i,k}] dS \quad (2.a)$$

$$= \int_{\Gamma + \Gamma_c} [(W + K)n_k - t_i u_{i,k}] dS + \int_{V_r - V_c} [\rho \ddot{u}_i u_{i,k} - \rho \dot{u}_i \dot{u}_{i,k}] dV \quad (2.b)$$

ここで J'_k ($k=1,2$) は動的J積分の全体座標系 X_k 成分であり、 W はひずみエネルギー密度、 K は運動エネルギー密度、 u_i 、 t_i は変位と表面力、 ρ は密度、 n_k は経路上の方向余弦を表す。また、式(2.a)は近傍場積分表示であり、式(2.b)は遠方場経路独立積分表示である。 Γ 、 Γ_c は図2に示すように、それぞれ遠方場、き裂面経路で、 V_r は経路 $\Gamma + \Gamma_c$

* 1996年10月4日 材料力学部門講演会において講演、原稿受付 1998年6月19日。

^{*1} 正員、神戸商船大学(〒658-0022 神戸市東灘区深江南町5-1-1)。

^{*2} 学生員、神戸商船大学大学院。

E-mail: nishioka@cc.kshosen.ac.jp

Fig.1 Energy flow to a process zone

Fig.2 The dynamic J integral paths

で囲まれた領域である。

動的 J 積分のき裂先端座標系 x_k^0 の成分 J_k^0 は、動的 J 積分表示式 (2.a), (2.b) の被積分関数をき裂先端座標系で直接表示することにより、あるいは J_k^0 のベクトル座標変換より求めることができる⁽¹²⁾。

き裂長さに対して無視できるような微小プロセスゾーンや無限小プロセスゾーンに対しては、近傍場経路 Γ_c をゼロとする極限をとり、動的 J 積分は、速度 C で進展しているき裂先端の応力拡大係数と関連づけることができる⁽¹¹⁾。

$$J_1^0 = \frac{1}{2\mu} \{ A_I(C) K_I^2 + A_{II}(C) K_{II}^2 + A_{III}(C) K_{III}^2 \} \quad (3)$$

$$J_2^0 = - \frac{A_{IV}(C)}{\mu} K_I K_{II} \quad (4)$$

ここで、 $A_I(C)$ 、 $\dots$ 、 $A_{IV}(C)$ はき裂速度関数であり⁽¹¹⁾、 $A_I(C) = \beta_1 (1 - \beta_2^2) / D(C)$ 、 $A_{II}(C) = \beta_2 (1 - \beta_2^2) / D(C)$ 、 $A_{III}(C) = 1 / \beta_2$ 、 $A_{IV}(C) = \frac{(\beta_1 - \beta_2)(1 - \beta_2^2)}{D(C)^2} \left[\frac{4\beta_1\beta_2 + (1 + \beta_2^2)^2}{2(1 + \beta_1)(1 + \beta_2)^{1/2}} - 2(1 + \beta_2^2) \right]$ (5)

で表される。ここに、 $D(C) = 4\beta_1\beta_2(1 + \beta_2^2)^2$ である。また、 β_1 および β_2 はき裂速度パラメータで次式で定義される。

$$\beta_1 = (1 - C^2/C_d^2)^{1/2}, \quad \beta_2 = (1 - C^2/C_s^2)^{1/2} \quad (7)$$

ここに、 C_d 、 C_s はそれぞれ膨張波速度およびせん断波速度である。衝撃荷重下の停留き裂 ($C=0$) の場合、き裂速度関数は次式で表される。

$$A_I(0) = A_{II}(0) = A_{IV}(0) = (\kappa + 1) / 4, \quad A_{III}(0) = 1 \quad (8)$$

ここで、 κ は、ポアソン比を ν とすると、平面応力の場合 $\kappa = (3 - \nu) / (1 + \nu)$ で、平面ひずみの場合は $\kappa = 3 - 4\nu$ である。

微小プロセスゾーンや無限小プロセスゾーンの場合、動的 J 積分は動的エネルギー解放率 G と等価であり、次の関係が成立する。

$$G = J' = J_1^0 \quad (9)$$

ここで、再度強調しておきたい点は、本研究では、動

的エネルギー解放率 G よりも、むしろプロセスゾーンやき裂先端へのエネルギー流入率の視点から分岐現象を考察することである。

2.2 動的き裂分岐破壊基準の提案 一般に、き裂分岐現象における支配方程式は以下のように表されると考えられる。

$$A_b \geq R_b \quad (10)$$

ここで、 A_b はき裂先端の駆動力あるいはき裂先端場の強さで R_b はき裂分岐に対する材料の抵抗力である。 A_b は破壊力学パラメータとも言える。

本研究では、動的き裂分岐現象において以下のような破壊力学パラメータを提案する。

[I] J'_{total} (単位き裂進展量当りの全エネルギー流入率)

このパラメータは、伝ばき裂に対する動的 J 積分そのものである。すなわち、

$$J'_{total} = J' \quad (11)$$

であり、プロセスゾーンへの、あるいはき裂先端への単位進展量当りのエネルギー流入率である。これが臨界値に達した時、分岐が生じるという仮説が考えられる。

[II] J'_{excess} (単位き裂進展量当りの余剰エネルギー流入率)

このパラメータは以下のように定義される。

$$J'_{excess} = J' - J'_{arrest} \quad (12)$$

ここで、 J'_{arrest} はき裂が停止した瞬間のき裂先端の動的 J 積分値である。すなわち、材料のき裂停止に対する抵抗値である。 J'_{arrest} はき裂停止時の応力拡大係数と次式の関係がある。

$$J'_{arrest} = \frac{1}{2\mu} \{ A_I(0) K_I^2_{arrest} + A_{II}(0) K_{II}^2_{arrest} + A_{III}(0) K_{III}^2_{arrest} \} \quad (13)$$

したがって、 J'_{excess} は、き裂停止に打ち勝ってき裂が進展する単位き裂進展量当りの余剰エネルギー流入率を表している。この余剰エネルギーが分岐を生じさせるといふ仮説を考える。

[III] Φ_{total} (単位時間当りの全エネルギー流入束)

このパラメータは、プロセスゾーンあるいはき裂先端への単位時間当りのエネルギー流入束を表す。この量は次式のように動的 J 積分とき裂速度の積で表される。

$$\Phi_{total} = J' \cdot C \quad (14)$$

これが臨界値に達した時、分岐が生じるという仮説が考えられる。

[IV] Φ_{excess} (単位時間当りの余剰エネルギー流入束)

これは上記 [II] および [III] のパラメータから導かれるもので、次式で表される。

$$\Phi_{excess} = (J' - J'_{arrest}) \cdot C = \Phi_{total} - \Phi_{arrest} \quad (15)$$

ここに、 Φ_{arrest} はき裂停止抵抗に消費されるエネルギー流入束である。この様に、超過エネルギー流入束がある臨界値に達する時、き裂分岐が生じるという仮説である。

上記 [IV] の破壊パラメータと同じ次元で表現される

パラメーターを、Arakawa・Takahashi⁽⁸⁾が導いている。しかし、彼等のパラメーターは動的破壊力学の理論的観点からは動的伝ばき裂先端への余剰エネルギー流入率を表してはいない。

3. コースティックス法による動的 J 積分の評価

コースティックス法は 1964 年に Mannog⁽¹³⁾によってモード I 荷重下にある透明材の静止き裂の応力拡大係数測定法として提案された。その後、動的伝ばき裂に対するコースティックス法理論は直進伝ばするモード I き裂に対して Theocaris ら⁽¹⁴⁾、Kalthoff ら⁽¹⁵⁾、Rosakis ら⁽¹⁶⁾によって研究され、拡張された。さらに、混合モード高速進展き裂のコースティックス法理論が西岡・橋高⁽¹⁷⁾によって発表された。

コースティックス像から破壊力学パラメータである動的 J 積分値を求めるには、コースティックス像の大きさがき裂速度に依存するため、まず初めにき裂速度を決定する必要がある。このため、以下に手順を用いた。

- (i) はじめに、分岐した試験片上で、x 軸方向に 1mm 刻みで、き裂伝ば経路の y 座標値を測定する。これら測定点が試験片のき裂線と一致することを確認する。
- (ii) 高速度写真を、フィルムスキャナーでコンピュータに取り込む。写真番号の遅いもの（例えば図 10 写真 24 など）で全域的にき裂伝ば経路が写っている画像をき裂先端を計測する写真画像に重ね合わせて画像処理をし、コースティックス像でき裂線が分かるようにする。き裂線上で、付録で示すき裂先端位置係数 k_f を用いてコースティックス像内のき裂先端位置を正確に計測する。
- なお、分岐直後や、両き裂先端ともコースティックス像内にある場合やコースティックス像が干渉している場合も $k_f=0.562$ を近似的に用いた。
- (iii) 上記(i)および(ii)で取得したき裂伝ば経路の曲線どうしがよく一致していることを確認する。
- (iv) 上記(iii)のデータを最小自乗法により時間 t に関する多項式表示にし、き裂伝ば履歴の式を決定する。さらに、これを時間微分することにより、き裂速度履歴が決定される。

動的伝ば中の応力拡大係数は、コースティックス像の垂直方向最大寸法 D (図 3 参照) より次式で評価することができる⁽¹⁷⁾。

$$K_I = \frac{2\lambda^{-3/2}}{3N} \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}} (D/\delta)^{5/2} \quad (16.a)$$

$$K_{II} = \frac{2\lambda^{-3/2}}{3N} \frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}} (D/\delta)^{5/2} \quad (16.b)$$

$$N = C_0 \cdot h \cdot z_0 \cdot (2\pi)^{0.5} \quad (17)$$

ここで、 λ は光学系の倍率、 C_0 は応力光定数、 h は試験片の板厚、 z_0 は試験片からスクリーン（またはカメラによる撮影面）までの距離である。また、 α は混合モード

比で、図 3 の $D_I^{\min}$ および $D_I^{\max}$ から決定できる⁽¹⁷⁾。さらに、 δ は α とき裂速度から決定できる⁽¹⁷⁾。

式(16.a)および式(16.b)を式(3)に代入して、動的 J 積分値とコースティックス像の直径 D との直接的関係式を面内問題に対して次のように導くことができる。

$$J' = \frac{2D^5}{9\mu N^2 \lambda^3} \Omega(C, \alpha) \quad (18)$$

$$\Omega(C, \alpha) = \{A_I(C) + A_{II}(C)\alpha^2\} / \{(1+\alpha^2)\delta^5\} \quad (19)$$

本論文では、動的き裂分岐まではき裂が直進するような試験片を用いて実験を行った。この場合、き裂は純粋モード I の状態であるので、混合モード比を $\alpha=0$ とおくことができる。また、純粋モード I の δ はき裂速度のみから次式のように決定できる⁽¹⁸⁾。

$$\delta(C) = 3.1702 + 0.0964\beta - 0.1443\beta^2 + 1.4994\beta^3 \quad (20)$$

ここで、 β は無次元化したき裂速度で、 C/C_s である。

なお、図 3 のようなスクリーン上のコースティックス曲線は試験片上の初期曲線を通して光で形成される。この初期曲線はき裂先端を原点とするほぼ円形をしている⁽¹⁷⁾。なお、停留き裂では初期曲線は真円となる。

Fig.3 Characteristic dimensions of a caustic pattern

4. 動的き裂分岐に関する実験方法

4.1 試験片および荷重装置 本研究で実験に使用した材料は、透明な脆性材料であるホマライト 911 (アリルジグリコールカーボネイト樹脂) とホマライト 100 (ポリエステル樹脂) である。コースティックス法に必要な材料定数を表 1 に示す⁽¹⁵⁾。

Table 1 Material properties

	Young's modulus E [GPa]	Poisson's ratio ν	Mass density ρ [kg/m ³]	Elasto-optical constant C_0 [m/N]
Homalite 911	2.58	0.443	1300	-1.20×10^{-10}
Homalite 100	4.82	0.310	1230	-0.92×10^{-10}

次に、試験片の形状を図 4 に示す。初期切欠長さを 15 mm、幅 1mm で加工し、その先端をき裂進展エネルギーを蓄える目的で直径 1 mm の半円形に加工した。図中の x-y 座標軸はき裂先端位置計測のための座標系であり、原点を初期き裂先端とした。

また、初期き裂先端の周囲には、超高速カメラシステムおよびレーザー光学系のトリガー用に導電性塗料

を塗布した。この塗料で描かれた線が、き裂進展開始に伴い切断されるとトリガー回路が作動する。

Fig.4 Specimen geometry

本研究で使用した荷重装置を図5に示す。試験片に挿入した2組のピンを介して、変位制御荷重を負荷した。第一（上側）荷重システムは、図4に示した試験片の左側のピン穴 ($x = -a_0$) を介して初期き裂に開口荷重を与え、き裂進展を開始するエネルギーを供給する。

第二（下側）荷重システムは、試験片の左側のピン穴 ($x = b$) を介して、進展中のき裂を加速させ、かつ分岐するのに十分なエネルギーを供給するための高い応力領域を作り出す。実験する際には、まず第二荷重システムで荷重を負荷しその荷重を保持しておく。次に、第一荷重システムで荷重を負荷し、き裂進展を開始させる。分岐時のき裂速度および応力場を調整するため、第二荷重

Fig.5 Loading equipment

Fig.6 Optical system for laser caustics method

システムのピンの位置を $b=35\text{ mm}$, 45 mm , $c=70\text{ mm}$, 90 mm と変化させた。

4.2 超高速カメラシステムおよびレーザーコースティックス法光学系 本研究で用いた超高速カメラ (Cordin 330A) は、ロータリーミラー方式のフレーミング/ストリーク (コマ撮り/流し撮り) 両用カメラである。フレーミング速度は最高 200 万コマ/秒で 35mm フィルムに $25 \times 17\text{ mm}$ のサイズで 80 枚撮影可能である。また、露光時間はミラーの回転に同期して出力されるパルス信号によりフレームインターバル内で任意に設定することが可能である。これにより、高速で運動する物体を撮影する際、運動によるブレの少ない撮影が可能である。

本研究で用いた、透過型コースティックス法に基づく光学系の概略を図6に示す。アルゴンレーザー (波長 514 nm) を出力 0.4 W で光源として用いた。試験片の初期き裂先端周りに塗布してある導電性塗料がき裂進展開始により切断されると、トリガー信号が超高速カメラの同期システムを介して AO シャッター (音響光学変調器) に送られる。AO シャッターはこの信号を受けると、レーザー光の角度を極めて短時間で変化させる。角度を変えられたレーザー光は各ミラーとレンズを経由して試験片を通り超高速カメラのレンズ上に収束して到達する。以上のシステムにより、試験片中を高速で進展・分岐するき裂のコースティックス像を高速撮影した。

本研究での撮影速度は 20 万コマ/秒 (写真間隔 $5\mu\text{s}$) で、露光時間を $1\mu\text{s}$ とした。また、試験片に負荷した荷重は、ペンレコーダーとオシロスコープで記録した。

5. 実験結果

動的き裂分岐の実験を繰り返すうちに、いくつかの試験片において多数の微小き裂群が主要き裂分岐点の周囲に見られた。これらの微小き裂は、分岐しようと試みるも、これらのき裂先端に十分なエネルギーが流入せず、主要な分岐き裂に成長せず停止してしまったものと考えられる。図7に、この様な結果を示した試験片の主要

Fig.7 Many short cracks prior to major crack branching (Homalite 911)

Fig.8 Crack branching with no previous short cracks (Homalite 911)

分岐点周囲を拡大した写真を示す。写真中に示した円は、コースティック像のこの試験片上での初期曲線である。初期曲線内に多数のき裂が存在していたことが見て取れる。これにより、微小き裂群を伴うき裂のコースティック像は単一き裂のコースティック像に比べはるかに大きいことを発見した。

図 8 に、微小き裂群を伴わない試験片の拡大写真を示す。こちらでは、主要分岐点以前に微小き裂が全く無いことが分る。したがって、この試験片のコースティック像は分岐の瞬間まで正確な動的 J 積分の情報を与えるものと考えられる。よって、主要き裂分岐以前に多数の

Fig.9 Pattern of branched cracks (Homalite 911)

微小き裂群を伴う試験片から得られる実験データは本論文では除外した。

実験した試験片の一例を図 9 に示す。この試験片は、主要き裂分岐前後に微小き裂群を伴わず非常にシンプルな破壊経路を示した。動的き裂分岐は第二荷重線上で生じたことが分る。第二荷重システムから大きなエネルギーが、試験片に加えられたため分岐したき裂のそれぞれが試験片末端にまで達している。このため、この試験片は写真のように完全に 3 つの部分に分離した。

この試験片の高速度連続写真を図 10 に示す。各写真

Fig.10 High-speed photographs of a dynamically branching crack (Homalite 911)

の下に書いてある番号は写真番号である。き裂先端はシャドウ・スポットにより見ることはできないが、写真番号 9 ではすでに動的き裂分岐が生じている。写真番号 11 ではシャドウ・スポットおよびコースティック像の分離の開始が観察される。写真番号 17 までは分岐後のき裂先端がお互いの初期曲線内にあり、コースティック像が干渉し合っている。写真番号 18 以降は分岐き裂のコースティック像はそれぞれ独立なものとなっている。

5.1 き裂伝ば履歴 図 10 の高速度写真より得ら

Fig. 11(a) Instantaneous crack-tip positions

Fig. 11(b) Instantaneous crack-tip positions

Fig. 12(a) Variations of crack velocities

Fig. 12(b) Variations of crack velocities

れた、この試験片のき裂伝ば履歴を図 11(a)に示す。き裂先端位置は、初期き裂先端からの距離である。分岐後は高速度写真上で左と右のき裂先端をそれぞれ a および b とした。分岐き裂がほぼ完全に対称的に進展していることが分る。また、この H911 試験片ではき裂分岐が動的進展開始後 79.4 μ s で生じたことが分る。

H100 試験片での代表的なき裂の伝ば履歴を図 11(b)に示す。この試験片では分岐後、左側のき裂が速く進展していることが分る。分岐は 64.1 μ s で生じている。

図 11(a)および図 11(b)のき裂伝ば履歴を最小自乗法により多項式フィッティングし、これらの微分よりき裂速度履歴を求めた。これらの結果を図 12(a)および図 12(b)に示す。

き裂分岐は H911 で約 440m/s、H100 で約 370m/s の減速過程で生じた。分岐したき裂のそれぞれのき裂速度が分岐前のき裂速度とほぼ連続性を保っていることが分る。また、文献(7)と同様に、動的き裂分岐が必ずしも最高き裂速度で生じていないことは興味深い。

5.2 き裂先端へのエネルギー流入 高速度連続写真のコースティック像の直径から、式(18)を用いて動的 J 積分値すなわちき裂先端へのエネルギー流入率を得ることができる。この動的 J 積分値より動的き裂分岐破壊基準の評価を行った。

H911 および H100 の試験片中の動的破壊における J'_{total} の時間変化をそれぞれ図 13(a)および図 13(b)に示す。図中 t_b は分岐時刻を、菱形マーク ◆ は各分岐き裂先端の物理量の総和を表す。図 13(a)で、分岐後初めの 2 コマのデータは、分岐き裂先端がシャドウ・スポット内にあ

Fig. 13(a) Variations of J'_{total} values

Fig. 13(b) Variations of J'_{total} values

るが、一つのコースティック像として解析したものである。急激に J'_{total} の値が増加しており、誤差が大きいことが分る。つぎの点線で囲まれた6コマのデータは二つのコースティック像が干渉し合っているものである。これらのデータを除けば、 J'_{total} の値が分岐前き裂と分岐後き裂での総和が連続性を保っていることが分る。

図 13(b)では、分岐後の右側のコースティック像の直径が小さく、ほとんど左側のき裂が破壊エネルギーを消費している。

Fig.14(a) Variations of J'_{excess} values Fig.14(b) Variations of J'_{excess} values Fig.15(a) Variations of Φ_{total} values Fig.15(b) Variations of Φ_{total} values

いま、き裂分岐前後で J'_{total} が連続であるとし、分岐前後の余剰エネルギー流入率 J'_{excess} の連続性を理論的に論じる。ここで、分岐前の余剰エネルギー流入率を $J'^{(0)}_{excess}$ とし、 n 本に分かれた i 番目のき裂先端への余剰エネルギー流入率を $J'^{(i)}_{excess}$ とすると、分岐前後で J'_{excess} は、それぞれ次式で表される。

$$J'^{(0)}_{excess} = J'_{total} - J'_{arrest} \quad (21)$$

$$J'^{(i)}_{excess} = J'^{(i)}_{total} - J'_{arrest} \quad (i=1 \sim n) \quad (22)$$

したがって、分岐後の余剰エネルギー流入率の総和は

$$\sum_{i=1}^n J'^{(i)}_{excess} = \sum_{i=1}^n J'^{(i)}_{total} - n \cdot J'_{arrest} \quad (23)$$

となる。

一方、分岐の前後で J'_{total} が連続ならば次式が成立する。

$$J'^{(0)}_{total} = \sum_{i=1}^n J'^{(i)}_{total} \quad (24)$$

式(24)を式(23)に代入すると、

$$\sum_{i=1}^n J'^{(i)}_{excess} = J'^{(0)}_{total} - n \cdot J'_{arrest} = J'^{(0)}_{excess} - (n-1) \cdot J'_{arrest} \quad (25)$$

となる。したがって、一般に、分岐前後の余剰エネルギー流入率は連続でなくなる。

次に、 J'_{excess} の時間変化をそれぞれ図 14(a)および図 14(b)に示す。 J'_{arrest} の値は、同材料の他の試験片においてき裂が停止した時のコースティック像から求めた。本実験での J'_{arrest} の値は、H-911 で 34.88 N/m、H-100 で 34.85 N/m であった。したがって、両材料とも、 J'_{excess} の分岐前後での段差は式(25)に $n=2$ を代入して約 35 N/m となることが分る。図 14(a)および図 14(b)から、 J'_{excess} の分岐前後での段差は分岐後の誤差の範囲に埋もれてしまっていることが分かる。しかし、例えば、両材料とも、3 本分岐では約 70 N/m、4 本分岐では 105 N/m、5 本では 140 N/m などの段差がそれぞれ分岐前後の J'_{excess} に現れることになる。さらに多数の小さな分岐き裂が見られる時(図 7 など参照)、多くのき裂停止抵抗エネルギーが消費されることになる。

さらに、余剰エネルギー流入束について理論的考察を行なう。図 12 に示した様に、分岐前後でき裂速度が連続であるので、例えば、式(25)の全辺に分岐時のき裂速度を掛けて整理すると、次式が得られる。

$$\sum_{i=1}^n \Phi_{excess} = \Phi_{total} - n \cdot \Phi_{arrest} = \Phi_{excess}^{(0)} - (n-1) \cdot \Phi_{arrest} \quad (26)$$

したがって、分岐前後の余剰エネルギー流入束についても、一般には、連続でないと言える。

同様に、H911 および H100 の試験片中の動的破壊におけるき裂先端への単位時間当りのエネルギー流入束 Φ_{total} および Φ_{excess} の履歴をそれぞれ図 15 および図 16 に示す。

単位進展量当りのエネルギー流入率 J'_{total} と同様に、 Φ_{total} 値は分岐の前後で、ほぼ連続性を保っていること

が分かる。一方 Φ_{excess} のき裂分岐後の段差も誤差の範囲に埋もれてしまっていることが分かる。

Fig.16(a) Variations of Φ_{excess} values

Fig.16(b) Variations of Φ_{excess} values

6. 動的き裂分岐条件の検討

多数の微小き裂群が、狭い領域に同時に多数発生することがあることは先にも述べた。すなわち、微小き裂群など多数のき裂に分岐している場合、それぞれのき裂停止抵抗エネルギーの総和が容易にき裂分岐前の全流入エネルギーを越えてしまうことになる。この事実を考慮に入れると、余剰エネルギー流入率 J'_{excess} および余剰エネルギー流入束 Φ_{excess} は、き裂分岐破壊基準には不適當であると考えられる。

つぎに複数の試験片の動的き裂分岐実験から得られた分岐時の J'_{total} とき裂速度の関係を示す。H911 および H100 の試験片についてそれぞれ図 17(a) と図 17(b) に示す。図 17(a) の H911 の板 A と板 B は製造ロットが異なるものである。

いずれのタイプの試験片でも、 J'_{total} の値がき裂速度の増加に伴い減少していつている。分岐しなかったき裂については、第二荷重線上 ($x=b$) の J'_{total} の値を白丸で示した。図中の曲線は J'_{total} とき裂速度 C の積が一定となる双曲線である。若干のバラツキが見られるが、分岐しなかったものは分岐したものの平均曲線より下側にあることが分る。

図 18(a) および図 18(b) に実験から得られた分岐の瞬間の Φ_{total} とき裂速度の関係を示す。いずれの試験片タイプでも分岐時のエネルギー流入束 Φ_{total} はき裂速度から完全に独立している。すなわち、き裂速度と関係なくき裂

Fig.17(a) Energy flow rates at crack branching

Fig.17(b) Energy flow rates at crack branching

Fig.18(a) Energy flux at crack branching

Fig.18(b) Energy flux at crack branching

先端へエネルギー流入束が臨界値に達した時、分岐が起ることを示している。故に、 Φ_{total} がき裂分岐現象に支配的なパラメータであると考えることができる。

7. 結言

本論文では、初めに動的 J 積分に基づく動的き裂分岐破壊のエネルギー論について述べた。次に動的き裂分岐破壊の駆動力と考えられる 4 種の破壊力学パラメータを提案した。また、分岐破壊実験の高速度連続写真中のコースティック像から直接、動的 J 積分値を求める関係式を導いた。

さらに、実験から以下のような知見が得られた。

- (1) き裂速度は、き裂の分岐前後で連続性を保っている。
- (2) J'_{total} と Φ_{total} はき裂の分岐前後で連続性を保っている。一方、一般的には、 J'_{excess} と Φ_{excess} は理論的に分岐前後で連続性を保っていない。
- (3) 分岐したき裂の動的 J 積分値は、それぞれ分岐の瞬間に比べ極端に小さくなる。
- (4) 本研究で提案した 4 種の動的な分岐破壊基準のうち、 Φ_{total} がき裂分岐破壊基準として妥当であることが分かった。

以上より、脆性材料では、プロセスゾーンあるいはき裂先端への単位時間当りのエネルギー流入束が材料固有の臨界値に達したときき裂分岐が生じることを明らかにした。

文 献

- (1) Yoffe, E.H., Phil. Mag., **42**, (1951), 739-750.
- (2) Clark, A.B.J. and Irwin, G.R., Exp. Mech., **6**, (1966), 321-330.
- (3) Congleton, J. and Petch, N.J., Phil. Mag., **16**, (1967), 749-760.
- (4) Kalthoff, J.F., Int. J. Fract., **7**, (1971), 478-480.
- (5) Rabinovitch, A., Phil. Mag., **40**, (1979), 873-874.
- (6) Ramalu, M. and Kobayashi, A.S., Exp. Mech., **23**, (1983), 1-9.
- (7) Ravi-Chandar, K. and Knauss, W.G., Int. J. Fract., **26**, (1984), 141-154.
- (8) Arakawa, K. and Takahashi, K., Int. J. Fract., **48**, (1991), 245-254.
- (9) Nishioka, T., JSME Int. J., **37-4**, A (1994), 313-333.
- (10) Nishioka, T., Int. J. Fract., **86-1/2**, (1997), 127-159.
- (11) Nishioka, T. and Atluri, S.N., Eng. Fract. Mech., **18-1**, (1983), 1-22.
- (12) Nishioka, T. and Atluri, S. N., Eng. Fract. Mech., **20-2**, (1984), 193-208.
- (13) Manogg, P., Anwendung der Schattenoptik zur Untersuchung des Zerreivorgangs von Platten, Dissertation, University of Freiburg (1964).
- (14) Theocaris, P. S. and Ioakimidis, N., Eng. Fract. Mech., **12**, (1979), 613-615.
- (15) Beinert, J. and Kalthoff, J.F., Experimental Evaluation of Stress Concentration and Intensity Factors (G.C. Sih, ed.), Martinus Nijhoff, (1981), 281-330.
- (16) Rosakis, A. J., Duffy, J. and Freund, L. B., J. Mech. & Phys. Solids, **32**, (1984), 443-460.
- (17) Nishioka, T. and Kittaka, H., Eng. Fract. Mech., **36-6**, (1990), 987-998.
- (18) Nishioka, T. et al, Eng. Fract. Mech., **39**, (1991), 757-767.

付 録

き裂先端とコースティック像の先端までの距離 (図 3 の $\overline{A'O}$) を W_x^{max} とし、コースティック像のき裂方向幅を D_l (図 3 の $\overline{A'B'}$) とすると次式が成立する。

$$W_x^{max} = k_l D_l \quad (A1)$$

ここに、 k_l はき裂先端位置係数である。文献(17)よりモード I の場合について計算した k_l の値を表 A1 に示す。表 1 より実用的にはき裂速度に係らず $k_l=0.562$ を用いて正確にき裂先端位置を決定できることが分かる。

Table A1 Crack-tip location factor

$\beta=C/C_s$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8
k_l	0.562	0.562	0.562	0.562	0.563