零空間補正と最大帰納確率法を用いた光 CT の画像再構成*

Ivo W. KWEE^{*1}, Sergei G. PROSKURIN^{*2}
谷川 ゆかり^{*3}, 山田 幸生^{*3}Image Reconstruction of Optical Tomography
Using Nullspace Correction and MAP AlgorithmIvo W. KWEE, Sergei G. PROSKURIN,
Yukari TANIKAWA and Yukio YAMADA

Optical tomography is a new modality of non invasive measurement of physiological information, and some algorithms using the technique of the ill-posed inverse problem have been developed to obtain images. These algorithms, however, are still at the early stage and significant improvement is expected to obtain better images toward practical and clinical applications. This paper describes the rationale of a novel image reconstruction method that estimates the nullspace contribution using prior knowledge in a maximum-*a posteriori*-probability (MAP) framework. We illustrate and verify our concept for two cases of optical tomographic reconstruction; one using simulated and the other using experimental data. The improvement by using our nullspace-MAP algorithm over the conventional Newton-Raphson scheme is found to be significant for the two examples.

Key Words: Optical Tomography, Image Reconstruction, Nullspace, Maximum *a posteriori* Probability, Bayesian Probability, Prior Knowledge

1. 緒 言

光, 特に近赤外光を用いて生体内の生理学的情報を断層像として描き出そうという光 CT は, 比較的小形の装置で, X 線 CT や MRI とは異なった情報を与えることができると考えられているため, その開発は医学・生理学などの分野から期待されている⁽¹⁾⁽²⁾. しかし, 光は生体組織により強く散乱されるため, 生体内を直進する X 線を用いる X 線 CT に対して確立された技術やアルゴリズムをそのまま用いても正しい断層像は得られない. これを解決するために各種の方式が提案され, (1)極微弱ながら直進的に透過した光を検出し X 線 CT のアルゴリズムを用いる方式, (2)逆問題解法⁽³⁾⁽⁴⁾に基づく新しいアルゴリズムを開発する方式に大別される. 方式(1)では 1~2 cm 以上では直進透過光を検出できなくなるため実際の生体には適用できない. したがって, 数 cm 以上の生体を対象と

する場合には新しい光 CT のアルゴリズムを開発しなければならない.

逆問題解法による光 CT アルゴリズムは, 生体内の光学特性値分布を求める問題であるが, 主に生体内の光伝ばをあるモデルで記述してそれを解く順問題ステップ, 測定値と計算値を比較して特性値分布を修正するステップから成る. 特性値分布を修正するステップにどのような方法を採用するかで再構成画像の質が左右される. 光学特性値の修正には Newton-Raphson 法などがよく用いられる. しかし, 測定数よりも未知数のほうが多く, 雑音に敏感という逆問題に共通な不定で悪条件な問題であり, 未知数の上下限や他の測定からの先験情報をうまく使わないと局所解に陥ったり, 空間分解能が非常に悪い解しか得られなかったりする. この問題を解決するためにズーミング法などが考案されている⁽⁵⁾⁽⁶⁾.

本研究では先験情報をうまく利用する方法としてベイズ推定を利用した最大帰納確率法(MAP: maximum-*a posteriori* probability)において零空間(nullspace)を用いる手法(Nullspace-MAP algorithm)を提案する. これは得られた光学特性値分布の解に先験情報を適用するのではなく, 分布を修正する過程で先験情報を用いる方法であり, 局所解に陥ることなく正

* 原稿受付 1998 年 7 月 6 日.

^{*1} 工業技術院機械技術研究所 (現: Medical Physics & Bioengineering Dept., University College London, UK.).^{*2} 工業技術院機械技術研究所 (現: Physics Dept., Tambov State University, Russia).^{*3} 正員, 工業技術院機械技術研究所 (☎ 305-8564 つくば市並木).
E mail: yamada@mcl.go.jp

しい分布を得る可能性を持つ。本研究では数値シミュレーションおよびファントムを用いた実測データを用いて画像再構成を行い、提案手法の妥当性を実証する。

2. 問題の設定と零空間利用法

2・1 光CT逆問題の基礎方程式と線形化 順問題のための光伝ばモデルとしては光拡散方程式を用いるのが一般的であり、ここでも定常光に対する光拡散方程式(1)を基礎方程式とする⁽⁵⁾⁽⁶⁾。

$$\nabla[D(\mathbf{r})\nabla\phi(\mathbf{r})]-\mu_a(\mathbf{r})\phi(\mathbf{r})=S(\mathbf{r}) \quad \cdots\cdots(1)$$

ここで、 $\mathbf{r}$ は位置ベクトル、 ϕ は積分光強度(flux rate)であり、 $D=1/3\mu'_s$ は光拡散係数、 μ'_s および μ_a は等価散乱係数および吸収係数、 S は対象物内部に存在する光源である。なお、光は対象物の外表面の1点より照射するのが普通であり、内部の光源は存在しない場合が多く、本研究でも $S=0$ とする。式(1)の境界条件は式(2)であり、また、対象物表面の点 Ω で測定される物理量 $\Phi(\Omega)$ は式(3)で表される ϕ のfluxである。

$$-D(\mathbf{r})\frac{\partial\phi(\mathbf{r})}{\partial\mathbf{n}}=\frac{1}{2}\phi(\mathbf{r}) \quad \cdots\cdots(2)$$

$$\Phi(\Omega)=-D(\mathbf{r})\frac{\partial\phi(\mathbf{r})}{\partial\mathbf{n}} \quad \cdots\cdots(3)$$

ここで $\mathbf{n}$ は表面から外に向かう単位ベクトルであり、対象物と周囲の屈折率差による内部反射は無視できるとした。

光CT問題は光学特性値分布 $\mu'_s(\mathbf{r})$ あるいは $\mu_a(\mathbf{r})$ を求める非線形逆問題であるが、ここでは特に $\mu_a(\mathbf{r})$ に注目する。これは吸収係数は生体組織の酸素化度で変化する一方、散乱係数はほとんど変化しないからである。そこで本研究では $\mu'_s(\mathbf{r})$ は既知とし $\mu_a(\mathbf{r})$ 分布を求めることを目標とし、問題を次のように線形化する。ある基準状態での光学特性値分布を $\mu'_{s0}(\mathbf{r})$ および $\mu_{a0}(\mathbf{r})$ とし、そのときの積分強度分布を $\phi_0(\mathbf{r})$ とする。その状態から吸収係数が微小量 $\alpha(\mathbf{r})$ だけ変化したときの積分強度分布を $\phi_0(\mathbf{r})+\phi(\mathbf{r})$ とすると、 $\phi(\mathbf{r})$ に関して次の式が成り立つ。

$$\nabla[D(\mathbf{r})\nabla\phi(\mathbf{r})]-\mu_a(\mathbf{r})\phi(\mathbf{r})=\alpha(\mathbf{r})\phi_0(\mathbf{r}) \quad \cdots\cdots(4)$$

これは、 $\alpha(\mathbf{r})\phi_0(\mathbf{r})$ を光源とした式(1)と等価であり、 $\phi(\mathbf{r})$ は $\alpha(\mathbf{r})$ に対して線形である。測定値に対しても同様に $\Phi_0(\Omega)$ から $\Phi_0(\Omega)+\eta(\Omega)$ に変化したとするとこれらは式(3)から求めることができ、測定値の吸収係数に対する感度を表すJacobianは $\eta(\Omega)/\alpha(\mathbf{r})$ で求められる。本研究ではある基準状態から吸収係数分布

のみが異なる状態の吸収係数分布を求めることを目標とする。

2・2 逆問題の定式化 測定結果を表すベクトル $\mathbf{y}$ から画像としての解を表すベクトル $\mathbf{x}$ を求める問題を行列 $\mathbf{A}$ を用いて式(5)のように表す。

$$\mathbf{A}\mathbf{x}=\mathbf{y} \quad \cdots\cdots(5)$$

本研究の光CTにおいては、 $\mathbf{x}$ は対象物内部の求めたい吸収係数分布、 $\mathbf{y}$ は対象物に光を照射したときの表面での光強度の測定値分布である。 $\mathbf{A}$ は上記のJacobianである。測定数が M 個、解としての画像が N ピクセルとして、 $\mathbf{x}$ は N 次元のベクトル、 $\mathbf{y}$ は M 次元のベクトル、 $\mathbf{A}$ は M 行 $\times$ N 列の行列であり、光CTでは一般に $M<N$ である。解は推定結果と測定結果の誤差を表す関数 E を最小化することにより得られ、誤差関数として式(6)の χ^2 誤差ノルムを用いる。

$$E=\chi^2=(\mathbf{A}\cdot\mathbf{x}-\mathbf{y})^T\mathbf{W}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{x}-\mathbf{y}) \quad \cdots\cdots(6)$$

ここで対角行列 $\mathbf{W}$ は測定値の分散の逆数 $1/\sigma^2$ を含む。一方、解の尤度は事象 $\mathbf{x}$ が生起したという条件のもとで事象 $\mathbf{y}$ が生起する確率 $P(\mathbf{y}|\mathbf{x})$ で定義され、式(7)のように誤差関数を用いて与えることができる。

$$P(\mathbf{y}|\mathbf{x})\propto\exp\left(-\frac{1}{2}E\right) \quad \cdots\cdots(7)$$

誤差を最小にすることは尤度を最大にすることであるため、この方法により得られた解は最尤解と呼ばれる。不定の条件($M<N$)の場合には誤差最小だけでは条件が十分ではない。光は生体組織により極めて強く散乱され拡散的に伝ばして行く^{(2)(5)~(9)}ために測定数をむやみに増やしてもそれらは独立でないことが多い。

解を得るために行列 $\mathbf{A}$ の逆行列としてMoore-Penrose一般逆行列⁽¹⁰⁾などの擬似逆行列を用いる。Moore-Penrose擬似逆行列の場合、いわゆる零空間は零としてあり、任意に大きな解は制限されているため得られる像は過度に平滑化(低周波数フィルタリング)されることが多い。

光CT逆問題はまた、一般に悪条件、すなわち雑音に極めて敏感である。この悪条件を緩和するための適切化(正則化)⁽¹¹⁾として本研究では式(8)を用いる。

$$E=(\mathbf{A}\cdot\mathbf{x}-\mathbf{y})^T\mathbf{W}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{x}-\mathbf{y})+\mu|\mathbf{D}_k\cdot\mathbf{x}|^2 \quad \cdots(8)$$

ここで $\mathbf{D}_k$ は k 次微分の行列で μ は適切化パラメータである。なお、 $k=0$ のとき $\mathbf{D}_k$ は単位行列となる。

2・3 先験情報とモデル誤差関数 零空間が測定データとして観測不可能であるということは、逆に測定の内容を変えることなく、ある特定の解に任意の零

空間ベクトルを加えても良いということになる。そこで、零空間ベクトルを加えることにより解を補正することを試みる⁽¹²⁾。加える零空間ベクトルは未知の像についての先験情報を用いて与える。もし、像が大部分の領域で一様であることが先験的にわかっていれば、できるだけこの先験情報に一致するように零空間ベクトルを加え、あるいは、像が正であることが先験的に知られていれば、負の値を正にするように零空間ベクトルを加えるなどを試みる。

このような零空間利用法として、像に関する先験情報のモデル m に対する推定値の近さを表すモデル適合関数を導入し、この関数値を最大にする方法である。これは像と先験情報の差の目安となるエネルギー関数あるいはペナルティ関数を導入し、それを最小にすることと等価である。 χ^2 誤差ノルムの考え方との類似性を保つため、モデル適合関数ではなくモデル誤差関数を用いて、式(5)の誤差関数を式(9)のように第2項を含むように修正する。

$$E = (A \cdot x - y)^T W (A \cdot x - y) + F(\lambda, x, m) \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここでモデル誤差関数 F は解 x と先験情報モデル m の関数であり、パラメータ λ は式(8)の平滑化パラメータ μ と同じ働きをするが、ここでは関数 F の中に組込まれている。本研究ではモデル適合関数としてエントロピー類似関数⁽¹³⁾ではなく、ベイズ推定理論⁽¹⁴⁾による帰納確率を用いる。

ベイズ推定理論では尤度を最大にするだけでなく、式(10)で定義される帰納確率を最大にする。

$$P(x|y) = \frac{P(y|x)P(x|m)}{P(y)} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで $P(a|b)$ の定義は式(7)と同じく、事象 b が生じたという条件のもとで事象 a が生起する確率で、 $P(a)$ は事象 a が生起する確率である。測定データの先験的な確率を $P(y)$ とし定数とする。最大尤度に対する式(7)は最大帰納確率において先験情報による確率 $P(x|m)$ を定数とした特別な場合である。本研究では先験情報による確率関数を式(11)で与える。

$$P(x|m) \propto \exp \left[-\frac{\lambda}{2\sigma^2} (x - m)^2 \right] \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで σ は測定データの標準偏差などである。この先験情報関数は χ^2 統計の定義と一致していることから選んだ。また、交差エントロピー関数 $(x/m) \log(x/m)$ がその最大値の付近では二次関数で近似できるということも選択の理由の一つである。

最大尤度は測定データに合致する最もそれらしい解を選び、一方、ベイズ推定は、先験情報に一致する解

が先験情報モデルからずれたものよりもより確からしいということで最も確率の高い解に対して目安を与える。

3. 零空間と最大帰納確率を用いたアルゴリズム

3.1 零空間と最大帰納確率のアルゴリズム 本研究における悪条件問題を解くための零空間を用いるアルゴリズムは大きく次の二段階から成る。

1. 雑音の影響を除くために十分な適切化を行って不定の方程式系の線形解を求める。
2. 零空間ベクトルを用い、モデル適合関数が最大になるようにその解を補正し、その解が先験情報モデルにできるだけ近くなるようにする。

最初の線形解を得る方法としては本研究のアルゴリズムで必要とする直交零空間を陽に与えてくれるため特異値分解法を用いる。モデル適合関数を最大化するには関数が非線形であるため繰返しが必要である。本研究ではこう配に沿って繰返ししながら上昇し、極大値へ向かう。繰返し法として Newton-Raphson 法を用い、Jacobian 行列を繰返しごとに求めて上記二段階の計算を行う。

3.2 プログラムの詳細 プログラムでは測定値 y と Jacobian 行列 A を入力データとし、まず行列 A を特異値分解して UWV^T の形として、行列 A の階数を低減させ、線形解を得る。この結果、零空間は行列 V の最後の $N-M$ 列として与えられる⁽¹⁵⁾。先験情報のモデル関数として、本研究では帰納確率である直前の解の中央値 $\bar{x}$ と平均誤差 σ を用いる。これは再構成される画像の背景が平坦であると仮定している。

そして、繰返ししながら先験モデルに近づいて行く。射影オペレータ $B^T B$ により各ステップが零空間に射影され、この結果データ誤差が変化しないことが保証される。プログラムは後に述べる停止条件が満足されると終了する。図1に Nullspace-MAP アルゴリズムの流れ図を示す。アルゴリズムの詳細について以下に記述する。

A. 有効階数の決定

特異値分解法を用いた適切化においては、最初の最小二乗解を得るために有効階数を決める必要がある。本研究では推定された解の精度は測定精度よりも高くないという Morozov の原理⁽¹⁶⁾を用いて有効階数 R は式(12)で与える。

$$\frac{\sum_{i=1}^R U_i \cdot y}{\sum_{i=R+1}^M U_i \cdot y} = \text{SNR} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで SNR は測定における平均の信号強度と雑音の比であり, U_i は行列 U の i 番めの列であり特異値 (データ空間) ベクトルを含む, $i > R$ の特異値は零とする。

B. 中央値 $\hat{x}$ と平均誤差 σ

各繰返しにおいて中央値 $\hat{x}$ と平均誤差 σ [式(13)] を計算する。

$$\sigma = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |x_i - \hat{x}| \quad \dots\dots\dots (13)$$

本研究ではこの二つの値を統計的な推定量として用いる方が平均値と標準偏差を用いるよりも解が安定であることがわかった。

C. パラメータ λ の選択

パラメータ λ は零空間を用いた修正プロセス中でピクセル値を調整する重要な定数である。 λ が小さすぎるとすべてのピクセル値を先験モデル m (ここでは像の中央値 $\hat{x}$) に近づけようとするし, 大きすぎると m に近い x の値に集中させようとする。本研究では推定された解が零空間ベクトルの数よりも多くのピクセルでモデルに適合することはないという Morozov の原理に類似の方法を用いて λ の最大値を推定する。したがって, 先験モデルに向かって行く各ステップにおいて λ を選ぶが, それは零空間の比例定数に等しいピクセルの平均比例定数にのみ影響を与えるようにする。つまり, 式(12)を用い, λ_0 に対して式(14)を解く。

$$\exp\left(-\frac{\lambda_0}{2}\right) = \frac{N-R}{N} \quad \dots\dots\dots (14)$$

この λ_0 は λ の上限値であり, 最適値は対象物の性質に大きく依存する。本研究では λ を徐々に λ_0 に近づけるアニーリングが有効であることがわかった。繰返しはこの値に到達する前に終了してしまうことが多い。なお, 収束のようすは4章の図3および図4で述べる。

D. 零空間での修正

プログラムではベイズの先験モデル $P(x|m)$ の零空間へのこの配に沿って式(15)に従って解を修正する。

$$\begin{aligned} \Delta x &= c_1 B^T \cdot B \cdot \frac{\partial P(x|m)}{\partial x} \\ &= -c_2 B^T \cdot B \cdot \exp\left[-\frac{\lambda}{2\sigma^2}(\Delta m)^2\right] \Delta m \quad \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

ここで差のベクトル $\Delta m = x - m$ は解のモデルからのずれを表す。式(15)中の指数関数による重みはモデルに近い値に対し大きく, 大きな値が変化することを阻む。先験情報による確率関数として $\exp[-\lambda(m-x)^2/(2\sigma^2)]$ ではなく $\lambda(m-x)^2/(2\sigma^2)$ を用いると重みの項は現れない。各ステップでの変化の大きさは $0 < c_2 \leq 1$ とすることにより制御するが, 本研究では, $c_2 \approx 0.6$ とすると良い結果が得られることがわかった。

E. プログラムの制御と終了の条件

各零空間における繰返しにおいては, 中央値 $\hat{x}$ と平均誤差 σ を計算し直す。また, 上に述べたようにアニーリング過程を適用し, 徐々に(5%ずつ) λ を増加させて λ_0 に近付ける。計算が適確に進んでいる間は σ は単調に減少する。本研究では20回の繰返し, または, $|\Delta\sigma|/\sigma < 0.01$ を繰返し計算の終了条件とした。

主要な逆問題解法過程は, ロンドン大学で開発されたプログラム MMTOAST 10 を利用し, その中に本研究で述べた零空間, 特異値分解法, 先験情報モデルなどを組込んだ。MMTOAST 10 は光伝ば現象を二次元の光拡散方程式で表し, それを有限要素法により解いて Jacobian 行列を計算する Newton-Raphson 形の非線形逆問題解法のプログラムである。詳細については文献⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾を参照されたい。特異値分解法による解の適切化は Levenberg-Marquard 法により行った。

4. 画像再構成の例と考察

本研究の零空間・最大帰納確率法(Nullspace-MAP)アルゴリズムを用いた光CT画像再構成の例を

Fig. 1 Flow chart of the Nullspace-MAP algorithm

二つ示す。一つはシミュレーションデータを用い、もう一つは実測データを用いる。

4.1 シミュレーションデータを用いた画像再構成

最初の例は図2のような有限要素に分割された円板状媒体を対象とする。直径50 mmで散乱が一様な円板の中に吸収係数が $\mu_a = 0.5 \text{ mm}^{-1}$ で直径が約3 mmの小さな吸収体(黒い部分)が2個存在する場合であり、この吸収体を画像化する問題である。小さな吸収体以外の背景は $\mu_a = 0.025 \text{ mm}^{-1}$ で $\mu'_s = 2.0 \text{ mm}^{-1}$ の一般的な光学特性値を持つ。測定数 M は64個(8光源で8検出点)、分割格子数は 24×24 でJacobianに寄与するピクセルの数 N は484個である。シミュレーション入力データは二次元光拡散方程式を解いて得られる平均飛行時間を用いた。シミュレーション入力データに雑音は意識的に加えなかった。これは、悪条件下での画像再構成により生じる画像背景中の雑音が零空間を用いた本研究の手法によりどのように抑制されるかを知るためである。画像再構成は上に述べた背景

Fig. 2 Model object for reconstruction from simulated data. FEM meshing and two absorbers are shown

Fig. 3 Normalized LSMN solutions using SVD solver for the first four iterations (from left to right). Starting error is 237.56, and error residuals are 11.70, 0.23, 0.14, and 0.020, respectively. Maximum values are 0.033, 0.050, 0.060, and 0.085, respectively

Fig. 4 Normalized Nullspace MAP solutions for the first four iterations (from left to right). Starting error is 237.56, and error residuals are 10.02, 0.78, 0.40, and 0.21, respectively. Maximum values are 0.034, 0.047, 0.094, and 0.105, respectively

の光学特性値を持つ一様な状態から始めた。

図3はMMTOAST 10に組込まれた標準的な特異値分解法を用いた繰返し法による最小二乗解を示す。図3中の番号は繰返しの順番を示し、最初の4回である程度の再構成ができていくことがわかる。初期の誤差 σ は237.56であり、繰返しにより11.70, 0.23, 0.14, 0.020と急激に減少している。また、再構成された最大の吸収係数は0.033, 0.050, 0.060, 0.085 mm^{-1} と徐々に増加しているが正しい値 0.5 mm^{-1} よりずっと小さく、また、背景の雑音も大きい。一方、本研究で提案した零空間・最大帰納確率法による最初の4回の繰返しの結果が図4である。誤差 σ は同じ237.56から始まり繰返しにより10.02, 0.78, 0.40, 0.21と減少し、吸収係数の最大値は0.034, 0.047, 0.094, 0.105 mm^{-1} と増加し、背景の雑音はきれいに抑制されている。誤差は図3のほうが小さくなっているにもかかわらず、再構成された画像は図4のほうが良くなっていることがわかる。

なお、平均誤差 σ でなく、真の画像からの標準偏差を求めると、図3では 1.84×10^{-3} 、図4では 1.65×10^{-3} となっており Nullspace-MAP アルゴリズムの優位性が示されている。

4.2 実測データを用いた画像再構成 実際の実測データとしては文献(5)に示される図5のような直径68 mmのエポキシ樹脂製の円柱ファントムを用いた連続光の実験データを用いた。入射光は円柱の周囲4点に順番に照射し、他の16点で透過光強度を測定した。したがって、 $4 \times 16 = 64$ の測定データがある。画像再構成は $24 \times 24 = 484$ のピクセルに対して行った。ファントムは背景の光学特性値が $\mu_a = 0.0042 \text{ mm}^{-1}$

で $\mu_s' = 0.52 \text{ mm}^{-1}$ である。内部には μ_s' が背景と同じ小円柱があり、 μ_a は大きな場合 ($\mu_a = 0.017 \text{ mm}^{-1}$) と背景と同じ場合の二つのケース (一様および非一様ファントム) がある。これら二つのファントムの測定された透過光強度の比を画像再構成用の入力データとした。

図 6(a), (b) は MMTOAST 10 の標準的な特異値分解法を用いた結果で、図 6(c), (d) は本研究の零空間・最大帰納確率法を用いた結果であり、どちら

Fig. 5 Phantom object for reconstruction from experimental data and the source-detector arrangement

も繰返しは 5 回で終了した。零空間・最大帰納確率法を用いた結果は吸収体の存在をより明確に表しており、また、背景の雑音を抑制している。しかし、吸収体の大きさは実際よりも小さく、吸収係数の最大値は逆に大きくなっている。この結果から、本手法は一種の画像強調を行っているとも言うことができる。パラメータ λ を、 λ_0 から $0.5\lambda_0$ および $0.1\lambda_0$ に変化させると画像は変化するが、その結果を MMTOAST 10 の標準的なアルゴリズムによる結果とともに図 6 の断面で示したのが図 7 である。 λ の上限を小さくすると最大値は減少するが $0.5\lambda_0$ と $0.1\lambda_0$ ではほとんど同じ結果となっており、飽和していることがわかる。

4.3 考察 先験情報を零空間に組み込むことにより、誤差関数と適合関数を独立に最適化することができ、それが画像再構成に有効であることをシミュレーションデータおよび実測データの場合に対して示すことができた。しかし、どちらの場合にも円板内の非一様性である吸収体の周囲である背景は一様であるということがわかっている比較的簡単な場合であり、背景がもっと複雑な場合に零空間・最大帰納確率法がどれだけ有効であるか、また、入力(測定)データ中に含まれるノイズがどのような影響を持つかなどの問題は今後の検討課題である。

実験では円柱のファントムに対し点状の光源を用いているため光伝ば現象が三次元であるが二次元の光拡

Fig. 6 Images from experimental data. (a) and (b): LSMN solution using MMTOAST10s solver similar to ART (arithmetic reconstruction technique after five Newton-Raphson iteration. (c) and (d): Nullspace-MAP solution. The diameter of the original absorbing small cylinder is indicated for comparison

Fig.7 Plot of the cross-section through the inhomogeneity versus hyperparameter using values λ_0 , $0.5\lambda_0$, and $0.1\lambda_0$. The LSMN solution is also given for comparison

散方程式を用いている。それにもかかわらず比較的良好な画像が再構成されており、この点も今後十分に検討する必要がある。また、実際の光CTでは生体の酸素化度が吸収係数と関連しているため、吸収係数の上限や下限を条件として与えることができ、先験情報による画像の修正がより有効になるものと考えられる。

また、特異値分解法を用いる計算手法は零空間を陽に計算しなければならないため大きな行列の分解で長い計算時間を必要とする。今後、陽に零空間を計算する必要のない手法を開発することが望ましいと考えられる。

5. 結 論

先験情報を零空間に組み込み、最大帰納確率法を用いた逆問題解析法を提案し、光CTを例としてその有効性を例証した。零空間・最大帰納確率法を用いたアルゴリズムにより、それを用いない場合に比べ、非一様

性を強調しながらも、悪条件下での画像再構成により生じる背景画像の雑音を抑制できることがわかった。

本研究の実施に際し、貴重な助言とプログラムを提供していただいた University College London の Prof. D. T. Delpy および Prof. S. R. Arridge に感謝する。

文 献

- (1) 田村守, *OptusE*, No. 126 (1990-5)~No. 142 (1991-9).
- (2) 山田幸生・高橋ゆかり, 機械技術研究所所報, **49**-1 (1995), 1-31.
- (3) 久保司郎, 逆問題, (1992), 1章, 培風館.
- (4) 岡本良夫, 逆問題とその解き方, (1992), 1章, オーム社.
- (5) Jones, M. R., ほか2名, 機論, **62**-595, A (1996), 842-846.
- (6) Jones, M. R., ほか3名, 医用電子と生体工学, **35** (1997), 55-63.
- (7) Furutsu, K., *J. Opt. Soc. Am.*, **70**-4 (1980), 360-866.
- (8) Duderstadt, J. J. and Hamilton, L. J., *Nuclear Reactor Analysis*, (1976), Chap. 4, John Wiley & Sons.
- (9) Brewster, M. Q., *Thermal Radiative Transfer & Properties*, (1992), 404, John Wiley & Sons.
- (10) Strang, G., *Linear Algebra and its Applications*, (1976), Section 2.2, Academic Press; 井上昭訳, 線形代数とその応用, (1978), 3章, 産業図書.
- (11) Tikhonov, A. N. and Arsenin, V. Y., *Solutions of ill-posed problems*, (1973), chap. 2, John Wiley & Sons.
- (12) 天谷賢治・青木繁, 機論, **61**-587, A (1995), 1651-1656.
- (13) Geman, D. and Reynolds, G., *IEEE Trans. : Pattern Anal. Machine Intell.*, **14** (1992), 367-383.
- (14) Gull, S. F. (Skilling, J. 編), *Maximum Entropy and Bayesian Methods*, (1989), 53, Kluwer Academic.
- (15) Press, W. H., ほか3名, *Numerical Recipes in C : The art of scientific computing*, 2nd Ed. (1992), chap. 2, Cambridge University Press.
- (16) Defrise, M. (Viergever, M. A. and Todd-Pokropek, A. 編), *Mathematics and Computer Science in Medical Imaging*, (1988), 293, Springer-Verlag.
- (17) Arridge, S. R., ほか2名, *Proc. SPIE*, **1767** (1992), 372-383.
- (18) Schweiger, M., ほか2名, *J. Math. Imaging & Vision*, **3** (1993), 263-283.