小球衝突によるセラミックスの表面損傷と残留強度の評価*

(第2報, 窒化けい素平板への窒化けい素球衝突-弾性解析)

大串 浩司^{*1}, 本間 恭二^{*2}, 市川 昌弘^{*2}
岡部 永年^{*3}, 松村 隆^{*2}, 阿部 豊^{*4}

Evaluation of Surface Damage and Residual Strength in Ceramics due to Sphere Impact (2nd Report, Si₃N₄ Sphere Impact to Si₃N₄ Specimen-Elastic Analysis)

Koji OHGUSHI, Kyoji HOMMA, Masahiro ICHIKAWA,
Nagatoshi OKABE, Takashi MATSUMURA and Yutaka ABE

In the 1st report, it was shown that it was possible to apply an elastic indentation theory to the evaluation of surface damage of ceramics due to sphere impact, although this was limited to low velocities in which elastic damage dominated. In this research, further investigation on the applicability of the theory to the residual strength evaluation was conducted. In the case that elastic damage or cone crack was related in the final fracture, the residual strength of ceramic specimens damaged by sphere impact was estimated using the elastic indentation theory and conventional fracture mechanics. Good agreement between estimated curves and test results were obtained.

Key Words: Ceramics, Contact Problem, Impact Strength, Residual Strength, Sphere, Silicon Nitride, Indentation, Elastic Analysis

1. 緒 言

構造用セラミックスはその特性を活かして、高温、腐食等の過酷な環境中での使用が考えられているが、本質的な低靱性という欠点のために信頼性が確保できない問題を常に抱えている。中でも固体粒子が高速で飛来してセラミックス表面に衝突し、損傷を生じさせるという偶発的な問題が重要視されている^{(1)~(3)}。

このセラミックスの表面損傷メカニズムならびに損傷発生による材料の強度低下現象解明のために、固体粒子を小球でモデル化した小球衝突試験が行われている^{(4)~(6)}。しかし著者らがこれまでに指摘してきたように、小球衝突損傷評価に従来の小球押込み理論^{(7)~(11)}を適用することの妥当性が十分に検討されていない。

本研究では前報⁽¹²⁾において、窒化けい素を供試材として窒化けい素球による衝突試験を行い、既報の小

球押込み試験結果⁽¹³⁾との比較を行った。これらの結果をもとに、本報では、弾性損傷であるコーンクラックの寸法評価、ならびにコーンクラックが最終破壊に関与する場合の残留強度評価に、著者らが提案している小球押込み理論⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾を適用することの妥当性について検討を行った。

2. 実験結果の概要

説明の便宜上、ここでは前報⁽¹²⁾の実験結果の概要を述べる。

2・1 実験方法 小球衝突試験では直径1 mm, 1/16 inch および 5/32 inch の HIP 焼結窒化けい素球〔(株)東芝製〕を用いた。以後各球を $\phi 1.0$ mmSN, $\phi 1.6$ mmSN, $\phi 4.0$ mmSN 球と呼ぶ。試験片にはガス圧焼結窒化けい素〔日本特殊陶業(株)製 EC-141〕を用いた。試験片の焼結体は、 β -Si₃N₄の柱状晶で構成されており、その短軸長さは約0.5~0.8 μ m, アスペクト比は5~10程度である。以後これを Si₃N₄試験片と呼ぶ。試験片の形状は $t \times 10 \times 48$ mm の短冊状とし、小球衝突損傷に及ぼす試験片板厚の影響を調べるために板厚 $t3.6$ mm と $t9.0$ mm の2種類の試験片を用意した。

小球衝突試験にはガスガン式の小球衝突試験装置を

* 原稿受付 1998年9月17日。

^{*1} 正員, 電気通信大学大学院 (☎182-8585 調布市調布ヶ丘1-5-1) (現: 通商産業省工業技術院計量研究所)。

^{*2} 正員, 電気通信大学。

^{*3} 正員, 愛媛大学工学部 (☎790-8577 松山市文京町3)。

^{*4} (株)東芝 (☎230-0045 横浜市鶴見区末広町2-4)。

E mail: matsu@mcc.uec.ac.jp

使用した。小球はおおむね 10~400 m/s の速度で試験片に垂直に衝突させた。試験片背面は工具鋼製のロッドで支えて固定した。次に衝突後の試験片に対して四点曲げ試験を行い、残留強度を測定した。

2・2 衝突速度と荷重との関係 小球衝突試験結果を既報⁽¹³⁾の小球押し込み試験結果と比較するために小球衝突時の負荷荷重を求める必要がある。ここでは静的な弾性接触のつりあい条件から求まる衝突速度と荷重、接触円半径との関係⁽¹⁵⁾について述べる。

ともに弾性体である小球と平板が衝突時に接触を保っている間、静的なつりあい条件が満足されていると考えると、運動方程式と Hertz 理論より、最大負荷時の荷重 $P=P_{\max}$ が次式で与えられる。

$$P=P_{\max}=\left(\frac{2000}{243}\frac{\pi^3}{Y^2}\rho_2^3\right)^{1/5}R^2v^{6/5}\dots\dots\dots(1)$$

ここで $Y=(1-\nu_1^2)/E_1+(1-\nu_2^2)/E_2$ は弾性定数 (ν_1 , E_1 および ν_2 , E_2 は平板および小球のポアソン比, ヤング率), ρ_2 は小球の密度, R は小球半径, v は小球衝突速度である。接触円半径 a_H は Hertz 理論より次式で表される。

$$a_H=\left(\frac{3}{4}PYR\right)^{1/3}\dots\dots\dots(2)$$

式(2)に式(1)を代入することにより、衝突速度 v と、 $P_{\max}$ が作用するときの接触円半径 $a_H=a_{H,\max}$ との関係が、

$$a_H=a_{H,\max}=\left(\frac{5}{4}\pi Y\rho_2\right)^{1/5}Rv^{2/5}\dots\dots\dots(3)$$

のように得られる。

2・3 実験結果 衝突速度とリングクラック半径との関係を図1に示す。△, □印はそれぞれ $t3.6$ mm, $t9.0$ mm の試験片表面に発生したリングクラックの最小半径 $r_{c,in}$ を, ▲, ■印はリングクラックの最大半径 $r_{c,out}$ を, ○(小丸)印は破面観察から最深のコーンクラックへ進展していたことがわかったリングクラック半径 $r_{c,con}$ をそれぞれ表す。図中の実線は、式

(3)より衝突速度 v を押し込み荷重 P に換算して求めた接触円半径 a_H である。 $r_{c,in}$ は v によらずほぼ一定となった。 $r_{c,out}$ は v の増加とともに大きくなり、 a_H より大きくなっている。 Si_3N_4 試験片の a_H の計算では塑性変形の影響が考慮されていないので、高速度の範囲における $r_{c,out}$ と a_H の定量的な関係は図1からだけでは判断できない。

次に $\phi 4.0$ mm SN 球, $t9.0$ mm の試験片の組合せについて押し込み試験⁽¹³⁾と衝突試験⁽¹²⁾との比較を行った結果を、表面に発生したリングクラック半径 ($r_{c,in}$, $r_{c,out}$) については図2(a)に、残留強度については図2(b)に示す。図2の横軸には式(1)より計算した荷重 P に対応する衝突速度 v を併記した。また図2(a)中の実線は図1と同様に Hertz 理論により求まる接触円半径 a_H を表す。なお、図2(b)中の記号は残留強度測定後の破断面観察から分類された破壊形態を表す。N は衝突点に関わりない位置を起点として起こる破壊で非損傷形破壊, C はコーンクラックの底部を起点として起こる破壊でコーン形破壊, D は永久変形域であるダメージゾーン⁽¹⁶⁾と周囲の弾性マトリックスとの境界近傍を起点として起こる破壊でダメージゾーン形破壊, そして R/M はダメージゾーン下部の弾性マトリックスとの境界近傍より発生したメジアンクラックが表面に抜け出して、あるいはメジアンクラックが表面のラジアルクラックと合体してできたき裂を起点として起こる破壊でラジアル/メジアン形破壊を示す。

図2より、小球押し込み試験⁽¹³⁾で小球が圧碎し始める $P\approx 10$ kN ($v\approx 100$ m/s) まではリングクラック半径、残留強度ともに衝突試験データが押し込み試験データと比較的良好一致を示すことがわかる。約 40 m/s 未満のデータについては塑性変形が無視できるほど小さいこと、コーン形破壊が支配的であることから、静的な弾性押し込み理論により評価できるものと考えられ

Fig. 1 Results of measurement of ring crack radii⁽¹²⁾

る。しかし小球押し込み試験において $P \geq 4 \text{ kN}$ で小球、試験片ともに塑性変形が無視できなくなることがわかっていて⁽¹³⁾。したがって、押し込み荷重 4 kN に相当する速度 (約 40 m/s) 以上では、リングクラック半径の推定に対する弾性押し込み理論の適用の妥当性を、弾性理論⁽¹⁵⁾ により v を P に換算して得られた図2(a)の結果からだけで判断することはできない。また残留強度も、破壊形態がコーン形からダメージゾーン形に移行する $v \geq 40 \text{ m/s}$ のデータに関しては、塑性変形を考慮した比較検討が別途必要であることがわかった。

3. 考 察

3.1 コーンクラック寸法 コーンクラックが破壊に関与する場合のセラミックスの残留強度を評価するために、まずコーンクラック寸法評価を行う。図3にコーンクラックの模式図を示す。図中の記号については後述する。コーンクラックは、表面のリングクラックの深さ方向への不安定進展により形成されいったん停止する。その後のさらなる負荷によりこのコーン

クラックは安定進展する⁽¹⁴⁾。従来のコーンクラック寸法評価⁽⁷⁾⁻⁽¹¹⁾ では、コーンクラック安定進展時の進展方向や、リングクラックの発生位置と表面下でのコーンクラックの進展量との関係などを十分に考慮していない。ここではコーンクラックの寸法評価への静的な弾性押し込み理論⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾ の適用を検討するために、まずこれらの問題について調べてみた。

残留強度測定後の破断面の観察結果から得られたコーンクラックの進展状況の例を図4に示す。ここで破線、点線、二点鎖線は、最も長いコーンクラックとなったリングクラックの発生位置 r_c/a_H がそれぞれ 1.0 , 1.2 , 1.4 の場合の Hertz-Huber の応力場における最小主応力トラジェクトリを表す。これより静的押し込み試験結果⁽¹⁴⁾ と同様にいちばん長いコーンクラックがトラジェクトリにほぼ沿って進展していることがわかる。結晶粒径程度の短いコーンクラックの中には、必ずしも円すい形状に進展していないものも見られたが、それは結晶粒界の方向等、材料の微構造の影響が現れていると考えられる。本研究では図4に代表される実験結果を参考に、小球衝突の場合にもコーンクラックはおおむねトラジェクトリの方

(a) Ring crack radii

(b) Residual strengths

Fig. 2 Comparison between indentation and impact test results ($\phi 4.0 \text{ mm}$ SN sphere/ $t 9.0 \text{ mm}$ Si_3N_4 specimen)

Fig. 3 Schematic of the cone crack

Fig. 4 Example of the cone crack growth ($\phi 4.0 \text{ mm}$ SN sphere, $v = 106 \text{ m/s}$)

次に、 $\phi 1.6 \text{ mm}$ および $\phi 4.0 \text{ mm}$ SN 球による衝突試験において最深のコーンクラックになったリングクラックの発生位置 $r_{c, \text{con}}$ は、リングクラックの発生し始める低速度の範囲では、最外側のリングクラックである場合がほとんどであった(図1(b), (c)参照)。この場合にはその大部分がはじめの不安定進展により形成されたものと判断できるので、き裂の進展方向やき裂閉口の問題⁽¹⁴⁾を考える必要はない。それ以上の高速度の範囲、また低速度でも塑性変形が著しい球径の小さい場合では、どの時点で発生したリングクラックが最も深く進展するかわからない(規則性が見出せない)。しかしこの範囲では、全変形に対する弾性変形の割合が小さくなるため、実際に生じるコーンクラックの深さは純弾性理論で計算されるそれより浅くなると予測できる。したがって少なくとも弾性損傷に対する強度評価は安全側になるはずである。

以上より、以下に述べる既報の Si_3N_4 試験片の小球押込み損傷に対して用いた方法⁽¹⁴⁾を小球衝突で生じたコーンクラックの寸法評価に利用することにした。

まずコーンクラック長さ c_l とその先端の応力拡大係数 K_I との関係は近似的に次式で与えられる。

$$K_I = 2 \left(\frac{c_l}{\pi} \right)^{1/2} \int_0^{c_l} \frac{r_b}{r_l} \frac{\sigma_1 \{1 + f(y)\}}{(c_l^2 - b^2)^{1/2}} db \dots\dots\dots (4)$$

ここで σ_1 はき裂面に垂直な最大主応力、 r_b はコーンクラックに沿って積分を行う際のクラック上の変数 b に対応する r 方向の座標である(図3参照)。 $y = b/c_l$ で、 $f(y)$ は表面の補正項⁽¹⁷⁾を表す。 σ_1 は押込み荷重 P の関数なので、式(4)から P と c_l との関係が得られる。

詳細は既報⁽¹⁴⁾に譲るが、まず Hertz 理論により P から接触円半径 a_H 、平均圧力 p_m を計算した。 c_l - K_I 関係は、図5に示すように凸の曲線となるので、例え

ば短いき裂 c_1 と長いき裂 c_2 が同じ K_I を持つことになり、これより微小な初期欠陥が不安定にコーンクラックに成長することがわかる。本報では、 c_l - K_I 曲線が右下がりになって K_I の臨界値を横切るときにコーンクラックが停止すると考え、そのときの c_l を最終コーンクラック長さ c_l と定義し、式(4)の繰返し計算により c_l を求めた。ただしここではき裂の不安定成長による慣性力の効果は考慮していない。

弾性理論⁽¹⁵⁾を利用して衝突速度 v から変換した荷重 P と、コーンクラックの深さ z_l との関係求めた結果を図6に示す。また同様に求めた P とコーンクラック平均角度 α との関係を図7に示す(ここで α は図3におけるコーンクラック上の変数 b に対応する傾斜角 α_b をコーンクラック全長にわたり平均した値である)。ただしこれらの推定曲線はリングクラック発生時の r_c/a_H を 1.19 として得られたものである。この半径比は最大の K_I 値を与える(図5参照)ので、この位置でリングクラックが発生する確率が最も高い⁽¹³⁾。またクラックの進展・停止条件(K_I の臨界値)は $K_I = K_{th} = 4 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ とした。ここで K_{th} はき裂進展抵抗 K_R の下限値である⁽¹⁸⁾。△、□印はそれぞれ $t3.6 \text{ mm}$ 、 $t9.0 \text{ mm}$ の試験片に対する曲げ試験後の破断面観察から得られた実験値である。 $\phi 4.0 \text{ mm}$ SN 球については比較のために静的な押込み試験の実験値($t9.0 \text{ mm}$ のみ)⁽¹³⁾も○印で併せて示してある。

図6および図7より、 $\phi 1.6 \text{ mm}$ および $\phi 4.0 \text{ mm}$ SN 球のリングクラックが発生し始める低速度の範囲では、推定曲線が実験値に近い値を示していることがわかる。しかし $\phi 1.0 \text{ mm}$ SN 球の場合を含め、全体としては実験値が推定曲線を下回る傾向にある。小球押込みや小球衝突においては小球の球径が小さいほど、塑性変形に基づく圧痕の形成が弾性変形に基づくコーンクラックの形成に先行しやすくなる。推定曲線は純弾性変形を前提としているので、塑性変形による接触圧力の緩和やさらに接触円外側内部の引張応力の低下などが考慮されていないために過大評価になっているものと思われる。またこのほかに、十分に進展していない結晶粒径程度の長さのコーンクラックは結晶粒形状に依存して不規則な形となる(主応力トラジェクトリに沿ったきれいな円すい形状にならない)ことなど、材料の微構造の影響も現れていると考えられる。

3・2 残留強度 3・1節で得られた衝突速度とコーンクラック寸法との関係をもとに、コーンクラックが破壊に関与する場合のみについて残留強度の評価を

Fig. 5 Relationship between cone crack length and stress intensity factor with parameter r_c/a_H

Fig. 6 Relationship between indentation load (impact velocity) and cone crack depth

Fig. 7 Relationship between indentation load (impact velocity) and cone crack angle

行った。既報⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾と同様に任意形状傾斜表面き裂の解⁽¹⁹⁾、ならびに傾斜表面貫通き裂の解⁽²⁰⁾を用いてコーン形破壊の残留強度の計算を行った。

任意形状傾斜表面き裂を仮定した場合については、図8(a)のように y^*-z^* 面上にあるき裂を遠方の引張応力 σ_0 の方向に垂直な $y-z$ 面に投影したときの面積を $area$ とすると、 K_I は近似的に次式で与えられる⁽¹⁹⁾。

$$K_I \approx 0.650 \sigma_0 \sqrt{\pi \sqrt{area}} \quad (5)$$

ここで $K_I = K_{Ic} = 6 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ 、 σ_0 を残留強度とした。前報⁽¹²⁾の図4(e)のように、浅いコーンクラックを破壊起点とする場合(Si_3N_4 試験片を対象とした本実験の範囲では、コーン形破壊を示した試験片の破壊起点はすべて浅いコーンクラックであった)、き裂の投影面形状が極端に細長い矩形になる。村上ら⁽¹⁹⁾によれば、だ円き裂については縦横比が5倍以上の場合、 $area$ をそのまま計算せずに縦横比が5倍程度のき裂として計算するほうが良い結果が得られる。またこれを極端

に細長い矩形き裂に当てはめて考えても式(5)を使用できることが検証されている。そこでここでは図8(b)のように $\sqrt{area} = \sqrt{5}z_c^2$ として $area$ を求め、式(5)より残留強度を計算した。

傾斜表面貫通き裂を仮定した場合、図8(c)のように直線縁に斜めに入ったき裂の遠方に引張応力 σ_0 が作用するときの K_I は次式で与えられる。

$$K_I = F_I(\alpha') \sigma_0 \sqrt{\pi c_I} \quad (6)$$

ただし $F_I(\alpha')$ は形状係数で、き裂の傾斜角度 α' の関数となる⁽²⁰⁾。ここでは α' にコーンクラックの平均角度 α を取り、式(5)の場合と同様に $K_I = K_{Ic} = 6 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ を満たすときの σ_0 を残留強度とした。

以上の式(5)および(6)を用いて残留強度 $\sigma_{res} = \sigma_0$ を計算した結果を、押込み試験結果との比較が可能な $\phi 4.0 \text{ mm SN}$ 球の場合について図9に示す。図9(a)が任意形状傾斜表面き裂を仮定した場合、図9(b)が傾斜表面貫通き裂を仮定した場合である。図中の水平線は平滑試験片の曲げ強度の平均値⁽¹³⁾を示している。

(a) Inclined surface crack of arbitrary shape

(b) Definition of projective crack area in the solution of Inclined edge crack of arbitrary shape

(c) Inclined edge crack in a semi-infinite plane

Fig. 8 Crack geometries assumed in the calculation of residual strength

比較のために実験値を併せて示すと、強度低下の起こり始める低速度の範囲において推定曲線は実験値に近い傾向にある。これより小球押込みの場合の推定結果⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾と同様に第一近似としてはおおむね評価が妥当であると言える。なお、 $\phi 4.0$ mmSN 球の場合については $v \geq 40$ m/s ($P \geq 4$ kN) のコーン形破壊のデータに塑性変形の影響が入ってきていると考えられるので厳密な比較はできない。しかしこの範囲では前述のようにコーンクラック深さが純弾性理論から予測されるそれより浅くなるので、少なくとも危険側評価にはならない。本実験データのみでは、任意形状傾斜表面き裂と傾斜表面貫通き裂のいずれの解が残留強度評価に適しているかを判断することは困難であるが、これについては、実験的にはさらなるデータの収集が、理論的にはコーンクラックを含む物体が曲げ負荷を受けの場合のより厳密な解析が必要と考えられる。しかし

(a) Inclined surface crack (b) Inclined edge crack in a semi-infinite plane

Fig. 9 Residual strength in the case of $\phi 4.0$ mmSN sphere impact

このき裂問題は混合モードであること、有限体内のき裂問題であること、コーンクラックは直線ではなく実際には湾曲していること、曲げ負荷時のき裂進展抵抗が変化することなど、取扱いが非常に難しい点を多く含んでいることに注意しなければならない。

4. 結 論

本研究では、窒化けい素試験片に対する窒化けい素球衝突試験結果をもとに、弾性損傷であるコーンクラックの寸法評価、ならびにコーンクラックが最終破壊に関与する場合の残留強度評価について検討を行った。その結果以下の結論が得られた。

(1) 静的弾性押込み理論に基づくコーンクラック寸法の近似評価手法を用いて衝突速度とコーンクラック深さ、角度との関係を求めた結果、 $\phi 1.6$ mm および $\phi 4.0$ mmSN 球の場合については、リングクラックが発生し始める低速度の範囲において、推定曲線が実験値に近い値を示した。

(2) (1)の結果、ならびに(a)任意形状傾斜表面き裂の解、(b)傾斜表面貫通き裂の解を利用して残留強度を計算した結果、強度低下が起こり始める低速度の範囲で、第一近似的に実験データを表せることがわかった。

本研究は平成6~8年度文部省科学研究費補助金(特別研究員奨励費)により行われたことを記し、謝意を表す。

文 献

- (1) Takama, K., Sasaki, S., Shimizu, T. and Kamiya, N., *Trans. ASME, J. Eng. Gas Turbines and Power*, **115** (1993), 17-22.
- (2) Song, J., Cuccio, J. and Kington, H., *Trans. ASME, J. Eng. Gas Turbines and Power*, **115**(1993), 83-90.

- (3) 岡部永年, 機論, **61**-589, A(1995), 1864-1871.
- (4) Shockey, D. A., Rowcliffe, D. J., Dao, K. C. and Seaman, L., *J. Am. Ceram. Soc.*, **73** 6(1990), 1613-1619.
- (5) 秋宗淑雄・梶場享・岡本裕介・広崎尚登, 日本セラミックス協会学術論文誌, **102**-7(1994), 653-657.
- (6) Shin, H. S. and Maekawa, I., *JSM E Int. J.*, **38**-1, A(1995), 116-122.
- (7) Frank, F. C. and Lawn, B. R., *Proc. R. Soc. London, A*, **229**(1967), 291-306.
- (8) Wilshaw, T. R., *J. Phys. D : Appl. Phys.*, **4**(1971), 1567-1581.
- (9) Mougnot, R. and Maugis, D., *J. Mater. Sci.*, **20**(1985), 4354-4376.
- (10) Lawn, B. R. and Wilshaw, T. R., *J. Mater. Sci.*, **10**(1975), 1049-1081.
- (11) Lawn, B. R., Evans, A. G. and Marshall, D. B., *J. Am. Ceram. Soc.*, **63**-9, 10(1980), 574-581.
- (12) 大串浩司・ほか5名, 機論, **65**-634, A(1999), 1263-1268.
- (13) 大串浩司・ほか6名, 機論, **63**-606, A(1997), 392-398.
- (14) 大串浩司・ほか6名, 機論, **64**-619, A(1998), 675-680.
- (15) Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N., *Theory of Elasticity*, 3rd ed., (1982), 420, McGraw-Hill.
- (16) 大串浩司・ほか6名, 機論, **64**-619, A(1998), 681-688.
- (17) Sih, G. C. 編, *Methods of Analysis and Solutions of Crack Problems*, (1973), 182-200, Noordhoff.
- (18) 大串浩司・市川昌弘, 機論, **61**-585, A(1995), 953-958.
- (19) 村上敬宜・石田誠, 機論, **50**-455, A(1984), 1359-1366.
- (20) 西谷弘信, 機論, **41**-344(1975), 1103-1111.