偏心軸圧縮荷重を受ける有孔正方形鋼の局部座屈強度に関する 実験的基礎研究*

(第3報, 上端偏心・下端軸心の場合)

北 澤 敏 行^{*1}

Basic Experimental Studies of the Local Buckling Strength of Carbon Steel Square Pipes with a Circular Hole Subjected to an Eccentric Axial Compressive Load (3rd Report, In the Case of Eccentric Load at the Upper End and Axial One at the Lower End)

Toshiyuki KITAZAWA^{*2}

^{*2} Tokai University, Dept. of Mechanical Engineering,
1117 Kitakaname, Hiratsuka-shi, Kanagawa, 259-1292 Japan

This paper describes local buckling strength of carbon steel thin-walled square pipes with a circular hole. Both ends of specimens are supported with spherical seats to align compressive load. On the upper end eccentric load is applied, but on the lower end loading line is aligned to the center of the square pipes. The length of specimens examined is a short column range. An empirical equation of the buckling stress for specimens subjected to the eccentric load is obtained using the ordinary stress, and a ratio of the eccentricity and opening ratio of the square pipes. Experimental results show a good agreement with the proposed equation.

Key Words: Buckling, Combined Stress, Experimental Stress Analysis, Collapse, Eccentric Compressive Load, Circular Hole, Carbon Steel Square Pipes, Short Column Range

1. 緒 言

一般の構造物の構成部材としてよく使用される正方形短柱鋼管において、構造物の軽量化や構造上の必要性から開口を設ける場合がある。著者は、細長比が10以下の正方形短柱鋼管の座屈問題について、(1)無開口で偏心軸荷重が作用する場合^{(1)~(3)}、(2)1円開口を有し、軸心圧縮荷重が作用する場合⁽⁴⁾、(3)円開口と偏心軸荷重の問題として、荷重点が開口壁面方向に、上下端の偏心距離が等しい点⁽⁵⁾および異なる点⁽⁶⁾にある場合等について系統的に座屈実験を行い、座屈強度に影響を及ぼす主パラメータの実験的解明と、座屈応力を求めるための実験式と設計図表を提案した。

本研究は、開口と偏心軸圧縮の複合問題の続報である。すなわち、上下端の偏心距離が異なる点に軸圧縮荷重が作用する場合⁽⁶⁾の特別なケースとして、壁面中央に1円開口を有し、上端で無開口の重心点より開口壁面側に偏心した点、下端で重心点に軸圧縮荷重が作用する場合の座屈実験を行ったものである。前報⁽⁶⁾と同様、座屈応力に影響を及ぼす主パラメータの実験的解明と、本問題を圧縮と曲げが同時に作用する周辺

単純支持の有孔正方形平板の塑性座屈問題として、平板のエネルギー式を用いて座屈解析を行い、実験結果を考慮に入れ、座屈応力を求めるための実験式と設計図表の検討を行った。

2. 実 験

2.1 試験片 本実験で用いた試験片は前報⁽⁶⁾と同じ市販品の正方形断面の一般構造用角形鋼管(STKR 400)である。その形状は、図1に示すように壁面中央に1円開口を有する壁面を1個持つものである。その主要寸法およびJIS-5号試験片による引張試験結果を表1および表2に示し、表1中の λ は細長比(細長比 λ は $\lambda=a/s$ と定義する。ただし、 a :試験片の長さ、 s :断面二次半径)を示す。以下、無開口および開口を有する正方形短柱鋼管を正方形鋼管および有孔正方形鋼管と称する。また、図1において、開口を有する壁面Aを開口壁面Aと称し、 d/c および a/c をそれぞれ開口比および壁面比と定義する(偏心距離を示す係数については、後に定義する)。

2.2 実験装置および方法 本実験で使用した実験装置の概略図を図2に示す。実験装置、支持条件(両端球座)、荷重条件(圧縮荷重)は前報⁽⁶⁾と同じであるので相違点について述べる。大きな相違点は荷重点

* 原稿受付 1998年9月25日。

^{*1} 正員、東海大学工学部(〒259-1292 平塚市北金目1117)。

置である。すなわち、荷重位置は、図1および図2に示すように、試験片①の上端において正方形鋼管の重心点Oより開口壁面A側に偏心距離 e の点 O_e および、下端において重心点Oである(偏心距離 e の与え方は前報⁽⁶⁾と同じである)。以下、本論文において、上下端重心点Oでの圧縮を軸心圧縮、上端偏心点 O_e 、下端重心点Oでの圧縮を偏心軸圧縮と称する。実験は、試験片①の上端において任意の偏心距離 e の点 O_e 、下端において重心点Oに圧縮荷重 P を加え、圧縮荷重 P が最大値を示し減少始めるまで行い、各圧縮荷重 P に対する縦ひずみ ε をひずみゲージ式の変位計⑥で、また、各壁面の横たわみ δ_n をダイヤルゲージ⑧で測定した。なお、座屈モードの測定法は前報⁽⁶⁾と同じであるので省略する。また、実験中の最大の圧縮荷重を、以下、本論文において圧縮崩壊荷重と称する。詳細については、3・1節で述べるが、座屈荷重は δ^2 法により決定した⁽⁷⁾。なお、偏心距離を表す係数として、偏心比 ξ_0 を既報⁽³⁾と同様、次のように定義する。

$$\xi_0 = e_*/(c/2) = 2(e_*/c) \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 $e_* = e/2$ 。

3. 実験結果および考察

3・1 圧縮崩壊荷重と座屈荷重 図3に圧縮荷重 P と横たわみ δ_n との関係を、また、偏心側開口壁面Aの崩壊モデル例および座屈モードの測定例を図4および図5に示す。なお、図3においての変位量の正負と変位の向きとの関係であるが、正の方向では壁面は外側にふくらみ凸面となり、負の方向では壁面は内側にへこみ凹面となることを意味する。また、図5においての○印は前報⁽⁶⁾で述べた座屈モード測定法により求めた座屈発生時近傍の実測値を無次元化した値 w/w_0 (ただし、 w_0 : 開口縁部 A_0 点のたわみの実測値、 w : 任意の測定点のたわみの実測値)を示し、実線は後に示す式(2)による計算値を示す。本実験の結果によれば、図3に示すように、圧縮荷重 P が最大値に達すると同時に、偏心距離および開口径の影響により、偏心側開口壁面Aの開口部近傍に局部的な壁面座屈を生じている(図4および図5参照)。この崩壊状況より、座屈荷重の決定に当たっては、偏心側開口壁面Aの測定値を用いて δ^2 法により決定した⁽⁷⁾。この決定例を図6に示す。また、表3に圧縮崩壊荷重と座屈荷重との比較例を示す。本実験の結果によれば、本実験の範囲内において、表3に示すように、圧縮崩壊荷重と座屈荷重はほぼ一致しており、『平板の塑性座屈ときは、實際上、座屈荷重は最大値に一致する』⁽⁸⁾とされていることとも合致している。なお、溶接部を有する壁面に開口がある場合と他の壁面に開口がある場合の座屈応力はほぼ一致した。

3・2 開口比および偏心比の影響 図7に座屈応

Table 1 Dimensions of specimen

c (mm)	a (mm)	L (mm)	t (mm)	r (mm)	a/c	λ	d/c	2(e/c)
48.4	48.4	153.0	1.6	3.0	1.0	2.4	0	0
	100.0	203.0			2.1	5.0		
	150.0	253.0			3.1	7.6	0.40	0.31

Table 2 Mechanical properties of specimen

Material	Tensile strength (MPa)	Yield point (MPa)	Reduction of area (%)	Elongation (%)
STKR400	452	437	53	36

Fig. 1 Shape of specimen

Fig. 2 Experimental apparatus

力比 $\sigma_{che*}/\sigma_{cr}$ と開口比 d/c との関係を示す。また図8に座屈応力比 $\sigma_{che*}/\sigma_{cr}$ と開口比 d/c および偏心比 $2(e_*/c)$ との相関性を総括した図を示す。図中の○印は壁面比 $a/c=1.0\sim 3.1$ の範囲の $\sigma_{che*}/\sigma_{cr}$ の平均値を示す。ここで、 σ_{che*} および σ_{cr} は、それぞれ偏心軸圧縮荷重を受ける有孔正方形鋼管および軸心

Fig. 3 Relation between P and δ_n

Fig. 4 Collapse mode of wall with a circular hole

Fig. 5 Buckling mode of wall with a circular hole

Fig. 6 Determination of buckling load by method of δ^2

圧縮荷重を受ける正方形鋼管の座屈応力を示す。また、図7および図8中の σ_{crh} は、偏心比 $2(e_*/c)=0$ の場合の座屈応力を、図8中の σ_{cre*} は、開口比 $d/c=0$ の場合の座屈応力を示す。本実験の結果によれば、図7および図8に示すように、座屈応力比 $\sigma_{che*}/\sigma_{cr}$ は開口比 d/c および偏心比 $2(e_*/c)$ に依存し、開口比 d/c および偏心比 $2(e_*/c)$ の増加に伴って減少する。また同じ開口比 d/c および偏心比

Table 3 Collapse compressive load and buckling load

c (mm)	a/c	λ	d/c	$2(e_*/c)$	Collapse compressive load(kN)	Buckling load (kN)
48.4	1.0	2.4	0.31	0	93.4	93.4
				0	91.0	91.0
			0.21	0.15	76.5	76.5
				0.21	73.9	74.0
				0.31	65.0	65.0

Fig. 7 Relation between $\sigma_{che*}/\sigma_{cr}$ and d/c Fig. 8 Relation between $\sigma_{che*}/\sigma_{cr}-2(e_*/c)$ curve d/c

$2(e_*/c)$ に対して壁面比 a/c の影響はなく、座屈応力比 $\sigma_{che*}/\sigma_{cr}$ はほぼ一定であり、この場合の解析に当たっては、既報⁽⁵⁾ および前報⁽⁶⁾ と同様、壁面比 $a/c = 1.0$ の場合について検討すればよいと考えられる。

以上述べた実験結果は既報⁽⁵⁾ および前報⁽⁶⁾ で報告した開口壁面側に対して上下端の等しい偏心距離の点および異なる偏心距離の点に軸圧縮荷重が作用する場合の有孔正方形鋼管の実験結果とよく一致している。

3.3 実験式の検討 以上の検討結果より、本問題も圧縮と曲げが同時に作用する周辺単純支持の有孔正方形平板の塑性座屈問題として、前報⁽⁶⁾ と同様、平板のエネルギー式を用いて座屈解析を行い、以下、座屈応力を推定するための実験式と設計図表を検討する。

いま、荷重方向を y とし、円孔の中心に原点を取り、偏心側開口壁面 A の座標を図 9 のように取る。座屈波形 w は、上端偏心点・下端重心点に軸圧縮荷重が作用する正方形鋼管のたわみ式⁽³⁾ や前報⁽⁶⁾ 等を参考にして、先に示した座屈モード(図 5 参照)より、開口比 d/c および偏心比 $2(e_*/c)$ の微小範囲において適用できるものとして次式のように仮定する。

$$w = -a_1\{\cos(\pi/c)x \cdot \cos(\pi/c)y + \beta e^{-f}\} \\ - a_2\zeta_0[\rho_1\{\mu_1 \cosh(\pi/c)y - (\pi/c)y \sinh(\pi/c)y\} \\ + \rho_2\{\mu_2 \sinh(\pi/c)y - (\pi/c)y \cosh(\pi/c)y\}\} \\ \times \cos(\pi/c)x \dots\dots\dots (2)$$

ただし、

$$f = \alpha\{(x/c)^2 + (y/c)^2\} \\ \rho_1 = 1/\cosh(\pi/2), \mu_1 = (\pi/2) \cdot \tanh(\pi/2) \\ \rho_2 = 1/\sinh(\pi/2), \mu_2 = (\pi/2) \cdot \coth(\pi/2)$$

式(2)において、右辺第1項は、軸圧縮と開口による座屈波形であり⁽⁴⁾、右辺第2項は、偏心距離による影響を考慮した座屈波形を示す⁽³⁾。また a_1 および a_2 は、後に示すエネルギー式⁽⁵⁾ の式においての σ_{cy} を最小にする係数であり、係数 α, β は円孔の大きさと円孔周

Fig. 9 Coordinates of wall with a circular hole

辺の境界条件により決まる係数である⁽⁴⁾。本問題においても、 $a_2 \neq 0$ に対して係数 α, β を決定しなければならないが、係数 α, β は係数 a_1, a_2 を含む関数となり、計算が複雑となるので軸心圧縮荷重を受ける場合に近似、すなわち、 $a_2 = 0$ として前報⁽⁶⁾ と同様既報⁽⁴⁾ の数値を使用した。なお、図 5 に示すように座屈モードの実測値と式(2)による計算結果は近似している。図 1 において、偏心点 O_e (上端)、重心点 O (下端) に軸圧縮荷重 N_y が作用した場合の偏心側開口壁面 A に作用する座屈応力 $\bar{\sigma}_y$ は圧縮荷重 N_y によって生ずる荷重辺の圧縮応力 σ_{cy} と圧縮荷重 N_y と偏心距離 e によって生ずる荷重辺の圧縮応力 σ_{cy} の曲げによる増加応力 $\sigma_{cy} \cdot \alpha_0$ との和である⁽¹⁾。ここで、係数 α_0 は偏心距離 e による圧縮応力 σ_{cy} の増加係数であり、偏心比 $2(e_*/c)$ を含む係数である。正方形鋼管において、上端偏心点、下端重心点に圧縮荷重が作用する場合は $\alpha_0 = \{2(e_*/c)\} = e/c$ であることを既報⁽³⁾ において報告した。本問題の場合も、係数 α_0 が $\alpha_0 = e/c$ で近似できるものと仮定して計算を行った。圧縮荷重 N_y が作用する場合の偏心側開口壁面 A の平板のエネルギー式は次式で与えられる⁽⁵⁾。

$$\bar{\sigma}_y = \sigma_{cy}(1 + \alpha_0) = \sigma_{cy}\{1 + (e/c)\} \\ = \frac{(D/2) \iint \{k_1 - 2(1-\nu)k_2\} dx dy}{-(t/2) \iint (k_3 + k_4 + 2 \cdot k_5) dx dy} \dots\dots\dots (3)$$

ただし、

$$k_1 = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \\ k_2 = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \\ k_3 = \frac{\sigma_x}{\bar{\sigma}_y} \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ k_4 = \frac{\sigma_y}{\bar{\sigma}_y} \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ k_5 = \frac{\tau_{xy}}{\bar{\sigma}_y} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial y}$$

ここで、 σ_x, σ_y および τ_{xy} は任意の円開口を有する壁面の応力分布を示す。本研究においても、前報⁽⁶⁾ と同様、一般によく知られている有孔無限平板の計算式⁽⁹⁾、有限要素法(FEM)⁽¹⁰⁾ を用いて計算を行った。式(3)の二重積分は三角形の三次の公式⁽¹¹⁾ を用いて行った。また、 D は平板の曲げ剛性であり、本問題は塑性域の問題であるから次式で与えられる⁽¹⁾。

$$D = E_c \cdot t^3 \{12(1-\nu^2)\} \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 E_c は相当弾性係数であり⁽¹⁾、 ν はポアソン比である。

座屈応力 $\bar{\sigma}_{che*}$ は式(3)の最小値を求めることによ

り得られる。式(2)を式(3)に代入すれば、

$$\sigma_{cy} = \eta(I_2/I_1) \dots\dots\dots (5)$$

ただし、

$$\eta = K(D/t)(\pi/c)^2 / \{1 + (e/c)\} = \sigma_{cr} / \{1 + (e/c)\}$$

$$\sigma_{cr} = K(D/t)(\pi/c)^2, \quad K = 4.0$$

$$I_1 = G_1 a_1^2 + G_2 \xi_0 a_1 a_2 + G_3 \xi_0^2 a_2^2$$

$$I_2 = G_4 a_1^2 + G_5 \xi_0 a_1 a_2 + G_6 \xi_0^2 a_2^2$$

また、ここで、 G_n は式(3)で二重積分する際に得られる係数である。

式(5)が最小値を持つための条件は

$$\begin{aligned} \eta \frac{\partial I_1}{\partial a_1} - \sigma_{cy} \frac{\partial I_2}{\partial a_1} &= 0 \\ \eta \frac{\partial I_1}{\partial a_2} - \sigma_{cr} \frac{\partial I_2}{\partial a_2} &= 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (6)$$

である。これをマトリックス表示すれば、

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = 0 \dots\dots\dots (7)$$

ただし、

$$m_{11} = 2(\eta G_1 - \sigma_{cy} G_4)$$

$$m_{12} = m_{21} = (\eta G_2 - \sigma_{cy} G_5) \xi_0$$

$$m_{22} = 2(\eta G_3 - \sigma_{cy} G_6) \xi_0^2$$

ここで行列式が零のときのみ a_1 および a_2 に対して零以外の解を与える。すなわち、行列式を零とおけば σ_{cy} の二次の方程式が得られ、この解の最小値が座屈応力 σ_{che*} である。各開口比 d/c に対する数値項を K_0 で表せば、座屈応力 σ_{che*} は次式で与えられる。

$$\sigma_{che*} = K_0(D/t)(\pi/c)^2 / \{1 + (e/c)\} \dots\dots\dots (8)$$

式(8)を座屈応力比 $\sigma_{che*}/\sigma_{cr}$ の形で表示すれば次式が得られる。

$$\sigma_{che*}/\sigma_{cr} = (K_0/K) / \{1 + (e/c)\} \dots\dots\dots (9)$$

次に、係数 K_0 について検討する。図10に偏心比 $2(e_*/c) = 0.31$ の場合について、係数 K_0/K と開口比

d/c との関係例を示す。図10においての破線は最小二乗法による次式による計算結果を示す。

$$(K_0/K)^2 + (d/c)^2 = 1 \dots\dots\dots (10)$$

式(10)は既報⁽⁴⁾において報告した軸心圧縮荷重を受ける有孔正方形鋼管の実験式と同じであり、既報⁽⁵⁾および前報⁽⁶⁾とも同じである。また、一点鎖線、および実線は、それぞれ、有孔無限平板の式および有限要素法(FEM)により求めた応力分布を用いて計算した K_0/K の値を示す。他の偏心比 $2(e_*/c)$ の K_0/K の実験値および計算値は、 $2(e_*/c) = 0.31$ の場合の値とほぼ一致しており、この値は、既報⁽⁴⁾で報告した軸心圧縮荷重を受ける有孔正方形鋼管とほぼ同じである。

いま、軸心圧縮荷重を受ける有孔正方形鋼管の座屈応力 σ_{crh} を座屈応力比 σ_{crh}/σ_{cr} で表示すれば、係数 K_0/K との関係は次式で与えられる^{(4)~(6)}。

$$\sigma_{crh}/\sigma_{cr} = K_0/K \dots\dots\dots (11)$$

なお、図7および図8においての σ_{crh}/σ_{cr} の実線は式(10)を式(11)に代入して計算した値を示し、実験値とよく一致している。また、式(11)の関係は式(9)において $e = 0$ とおくことにより得られる。

次に、式(9)内の $1/\{1 + (e/c)\}$ は既報⁽³⁾の上端偏心点、下端重心点に軸圧縮荷重が作用した場合の座屈応力 σ_{cre*} を求める座屈式、すなわち、

$$\sigma_{cre*}/\sigma_{cr} = 1 / \{1 + (e/c)\} \dots\dots\dots (12)$$

である(図8参照)。したがって、式(9)は式(11)および式(12)より、次式で表すことができる。

$$\sigma_{che*}/\sigma_{cr} = (\sigma_{crh}/\sigma_{cr}) \cdot (\sigma_{cre*}/\sigma_{cr}) \dots\dots\dots (13)$$

式(13)は軸心圧縮荷重が作用する有孔正方形鋼管の座屈式⁽⁴⁾と上端偏心点・下端重心点に軸圧縮荷重が作用した場合の正方形鋼管の座屈式⁽³⁾とを組合せた式である。図7および図8の実線は式(13)に式(10)、式(11)および式(12)を代入して計算した結果を示し、図示のように計算値と実験値はよく一致している。したがって、式(13)により、開口比 d/c および偏心比 $2(e_*/c)$ が $0.4 > d/c > 0$ および $0.31 > 2(e_*/c) > 0$ の範囲で、上下端重心点および上端偏心点・下端重心点に軸圧縮荷重が作用する場合の正方形および有孔正方形鋼管の座屈応力が求められることを示している。また、図10は、開口比 d/c が $0.4 > d/c$ の範囲で実用上、設計資料として使用できることを示している。なお、式(13)は、既報⁽⁵⁾および前報⁽⁶⁾で報告した上下端等偏心点および異なる偏心点に軸圧縮荷重が作用する正方形も含めた有孔正方形鋼管の座屈応力が求められる実験式と偏心距離の影響を示す係数 α_0 は異なるが同じ形の式である。

今後はこの結果を基礎として、現在進めている他の

Fig. 10 Relation between K_0/K and d/c

開口形状および二軸曲げ圧縮荷重が作用する場合の座屈問題の検討を行い、結果を報告する予定である。

4. 結 論

有孔正方形短柱鋼管に対して、開口壁面側に上端偏心点・下端重心点に軸圧縮荷重を加えて座屈実験を行い、座屈強度に及ぼす主パラメータに関する実験的検討を行った。その結果をまとめると次のとおりである。

(1) 圧縮荷重が最大値に達すると同時に偏心側開口壁面の開口部近傍に局部的な壁面座屈が発生し全体が崩壊する傾向を示した。また、試験片が耐えた最大の圧縮荷重値(圧縮崩壊荷重)と δ^2 法による座屈値とほぼ一致した。

(2) 座屈応力比 $\sigma_{che*}/\sigma_{cr}$ は開口比 d/c および偏心比 $2(e_*/c)$ に依存し、開口比 d/c および偏心比 $2(e_*/c)$ の増加に伴って減少する。また、座屈応力比 $\sigma_{che*}/\sigma_{cr}$ は壁面比 a/c の影響はなく、同じ開口比 d/c および偏心比 $2(e_*/c)$ に対してほぼ一定である。

(3) 本問題を圧縮と曲げが同時に作用する周辺単純支持の有孔正方形平板の塑性座屈問題として、エネルギー式を用いて解析した実験式と設計図表を提案した。この実験式は既報⁽³⁾⁽⁴⁾において提案した軸心圧縮

荷重が作用する有孔正方形短柱鋼管の座屈式と上端偏心点・下端重心点に軸圧縮荷重が作用する正方形短柱鋼管の座屈式とを組合せた式である。この式により開口比 d/c および偏心比 $2(e_*/c)$ が $0.4 > d/c > 0$ および $0.31 > 2(e_*/c) > 0$ の範囲で、軸心圧縮および上端偏心点・下端重心点に軸圧縮荷重が作用する正方形および有孔正方形短柱鋼管の座屈応力を求めることができることが確かめられた。また、提案した設計図表も設計資料として実用上、開口比 d/c が $d/c < 0.4$ の範囲で使用可能であることが確かめられた。

文 献

- (1) 北澤敏行・ほか1名, 機論, 51-472, A(1985), 2789-2794.
- (2) 北澤敏行, 機論, 54-507, A(1988), 2028-2033.
- (3) 北澤敏行, 機論, 56-523, A(1990), 297-302.
- (4) 北澤敏行・ほか1名, 機論, 52-481, A(1986), 2235-2240.
- (5) 北澤敏行, 機論, 59-560, A(1993), 244-249.
- (6) 北澤敏行, 機論, 62-596, A(1996), 188-193.
- (7) 林毅, 軽構造の理論とその応用(上), (1967), 315, 日本科学技術連盟.
- (8) 山本善之, 機誌, 60-467(1957), 1359-1368.
- (9) 西田正考, 応力集中, (1967), 217, 森北出版.
- (10) 鷲津久一郎・ほか4名, 有限要素法ハンドブック 1, (1983), 243, 培風館.
- (11) 赤坂隆, 数値計算(応用数学講座第7巻), (1980), 176, コロナ社.