ホモロジー群による位相の表現とその構造最適化への応用*
(第2報, 遺伝的アルゴリズムにおいて発生する解析不可能な構造に与える
位相に基づく評価値とその効果)

中 西 康 彦^{*1}

Representation of Topology Using Homology Groups
and its Application to Structural Optimization
(2nd Report, Fitness Value Based upon Topology
for Unanalyzable Structures Generated in Genetic Algorithm
and its Effect on Performance of Optimization)

Yasuhiko NAKANISHI^{*2}

^{*2} Toyohashi University of Technology, Dept. of Mechanical Engineering, Tempaku-cho, Toyohashi, 441-8580 Japan

Genetic algorithm (GA) is one of the most useful methods to optimize topology of structures. The performance of GA, however, deeply depends upon a rule of coding from a structure to a string (a chromosome), which must be decided before the execution of GA. An improper coding can cause a lot of unanalyzable structures to be generated in the process of optimization, which are separated into several pieces with no supporting or loading points. In this paper, a method to give such unanalyzable structures a fitness value based upon their topology using homology theory is proposed to raise the probability of obtaining the optimum structures. As numerical examples, topology of two-dimensional frames and three-dimensional structures consisting of triangular elements supported on a rigid wall and loaded vertically on a point distant from the wall are optimized under a constraint of constant weight. As a result, it was found that the proposed method increased the average fitness value and the number of optimum structures obtained in 100 trials of GA in comparison with other methods that considered unanalyzable structures to be useless.

Key Words: Optimum Design, Computational Mechanics, Numerical Analysis, Framed Structure, Homology Group, Genetic Algorithm, Topology, Torsion Coefficients

1. 緒 言

近年, 遺伝的アルゴリズム (genetic algorithm; GA) を応用した最適化手法が数多く提案され, 特に構造の位相 (トポロジー) 最適化問題において大きな成果を挙げている^{(1),(2)}. GA を構造最適化に用いる際には構造からストリング (染色体) への対応付け (コーディング) を GA の実行に先立って予め定めておかねばならないが, 不適切なコーディングを用いると, 最適構造の探索中に荷重点と支持点が連結していない等の理由により, 有限要素法等で解析できない構造が多発して GA の性能を著しく低下させる場合がある.

そこで本報では, 上記のように有限要素法で解析不可能な構造に対し, 位相幾何学のホモロジー理論^{(3),(4)}を用いてその構造の位相に基づく評価値を与えることで, GA により最適構造が得られる確率を向上させる手法を提案する. ホモロジー理論では単体と呼ばれる要素の集合である単体的複体を対象としており, 複体の位相をホモロジー群で表現する. ホモロジー群はアーベル群であるから, 標準直和分解により有限巡回群と無限巡回群の直和で一意的に表すことができ, 構造の次元や形に依

存せずに位相を統一的に記述可能である. 前報⁽⁵⁾では三角形要素を組み合わせた抽象的な図形問題を対象にホモロジー群の性質を調べ, ホモロジー群が GA に組み込み可能であることを確認した. そこで本報ではホモロジー理論の具体的な応用例として, 2次元のラーメン構造 (第2章) と平面の三角形要素から成る3次元構造物 (第3章) の位相を GA により最適化する. 数値計算例ではいわゆるコート掛け問題を取り扱い, 重量を一定とする制約条件下で静荷重を受ける構造のひずみエネルギーを最小化する.

2. 2次元ラーメン構造の位相最適化問題

2.1 問題の設定 図1に示すように剛体壁から1m離れた点で垂直に作用する98Nの静荷重を支持する2次元のラーメン構造を対象として, そのひずみエネルギーを GA により最小化する. 構造は剛体壁に固定し, 支持点では3自由度全てを拘束する. 原構造は図1に実線で表した構造 (a) と構造 (b) の2種類とし, 原構造 (b) には構造の上下を対称とする制約条件を設ける. ラーメン構造を構成する全部材の断面は同じ寸法の円形で, 材料は機械的性質が均一な鉄鋼とする. また構造の重量を39.1 kg とする制約条件を設ける. この制約条件は部材の断面直径を調節することで満足する. ひずみエネルギーは, 変位が微小で構造を弾性体として取り扱い可能であるとの仮定の下,

* 原稿受付 1998年12月7日.

^{*1} 正員, 豊橋技術科学大学 (〒441-8580 豊橋市天伯町字雲雀ヶ丘1-1).

E-mail: nakanishi@mech.tut.ac.jp

Fig. 1 Ground structures for optimization of planar frames

Fig. 2 Optimum frames

有限要素法により求める。ホモロジー群の算出^{(6),(7)}の際には、部材を1-単体、部材の結節点を0-単体とみなすことにより2次元ラーメン構造を1次元複体として取扱う。1次元複体の0次元および1次元ホモロジー群は無限巡回群の直和から成り、ねじれ係数を伴う有限巡回群は含まれない。また2次元以上のホモロジー群は常に0である。

2.2 コーディングの方法と評価関数 本章では構造からストリング(染色体)へのコーディングの方法として、部材が存在するときは1、存在しないときは0で表す方法を採用する。したがってストリングの長さは原構造(a)を用いる場合は7、原構造(b)の場合は14となる。このコーディングを用いると、GAによる最適構造の探索中に有限要素法で解析不可能な構造が多発する可能性が高いと思われる。

本報では各構造の評価値を算出する際に、有限要素法で解析可能な構造と解析不可能な構造に対して異なる評価関数を用いることとする。解析可能な構造に対しては次式の評価関数 F_1 を用いる。

$$F_1 = 1/(\{u\}^T \{f\}) \quad (1)$$

ただし $\{u\}$ と $\{f\}$ は有限要素法で用いる変位ベクトルと荷重ベクトルを、 T は転置を表す。評価関数 F_1 はひずみエネルギーが小さいほど(最適構造に近いほど)、高い値になる。解析不可能な構造 K に対しては下記の手順により0次元および1次元ホモロジー群 $H_0(K)$ および $H_1(K)$ を用いて評価値 F_2 を与える。まず次式により仮の評価値 F_t を算出する。

$$F_t = 1/\{\text{rank}(H_0(K)) - 1 - \text{rank}(H_1(K))/M\} \quad (2)$$

ただし $\text{rank}(H_0(K))$ および $\text{rank}(H_1(K))$ は構造 K の0次元および1次元ホモロジー群の階数、 M は原構造の1次元ホモロジー群の階数である。 F_t は、構造 K の連結成分の個数 $\text{rank}(H_0(K))$ が少なく、部材が形成するループの個数 $\text{rank}(H_1(K))$ が多いほど、高い値になる。GAにおけるある世代の全構造(全人口)に対して式(1)の F_1 あるいは式(2)の F_t の値を求めた後、更に解析不可能な構造には次式を用いて新たな評価値 F_2 を与

 Fig. 3 Relation between ratio of average fitness values $\bar{F}/\bar{F}_e$ and coefficient C (Ground structure (a))

 Fig. 4 Relation between ratio of average fitness values $\bar{F}/\bar{F}_e$ and coefficient C (Ground structure (b))

直す。

$$F_2 = C F_t F_{\max 1}/F_{\max t} \quad (3)$$

ただし C は係数(0から1の間の実数)、 $F_{\max 1}$ および $F_{\max t}$ はある世代の全人口における F_1 の最大値および F_t の最大値である。式(3)の係数 C は、解析可能な構造の評価値 F_1 のある世代における最大値 $F_{\max 1}$ が、その世代における解析不可能な全ての構造の評価値よりも高くなるように調節する役割を果たす。なお連結成分の個数 $\text{rank}(H_0(K))$ が2以上の構造の中には解析可能な構造も存在するが、本報では $\text{rank}(H_0(K)) \geq 2$ の構造は全て解析不可能な構造と同様に取扱うこととする。また $\text{rank}(H_0(K)) = 1$ の構造であっても荷重点や支持点と連結していない構造は $\text{rank}(H_0(K)) = 2$ とみなし、解析不可能な構造として取扱う。

2.3 数値計算例 原構造(a)および(b)を用いて2次元ラーメン構造のひずみエネルギーを最小化する。部材のヤング率は202 GPa、横弾性係数は81.4 GPa、質量密度は $7.83 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ とする。GAにおける交叉には1点交叉を、淘汰にはエリート保存戦略を採用する。突然変異遺伝子を持つストリングの本数が人口サイズの約10%になるように各遺伝子座に対する突然変異の確率は、原構造(a)を用いる場合は1.43%、原構造(b)の場合は0.71%とする。GAによる最適構造の探索は、各世代における最大の評価値が予め指定された世代数にわたって更新されないとき終了することとする。以降、本報ではこの予め指定された世代数を g 、人口サイズを p と表す。本数値計算例では世代数 g を10世代および50世代の2種類、人口サイズ p を原構造(a)を用いる場合は10、20および30の3種類、原

Fig. 5 Ratio of average fitness values $\bar{F}/\bar{F}_e$ in relation to population p (Ground structure (b))

Fig. 6 Ratio of standard deviations σ/σ_e in relation to coefficient C (Ground structure (b))

構造 (b) の場合は 10, 20, 30, 60 および 100 の 5 種類に設定する。また式 (3) の係数 C は 0 から 0.9 まで 0.1 刻みで変化させる。従って世代数 g , 人口サイズ p および係数 C の組合せの数は原構造 (a) の場合は 60 組, 原構造 (b) の場合は 100 組となる。これらの各組合せにおいてストリングの初期値を変えて GA を 100 回ずつ試行する。

以上の設定に基づいて数値計算を行った結果, 最適構造として図 2 に示す構造が得られた。また図 3 に原構造 (a) を用いて得られた構造 (最適構造以外の構造も含む) の評価値の平均値と係数 C の関係を示す。同図の横軸は式 (3) の係数 C , 縦軸は平均評価値の比 $\bar{F}/\bar{F}_e$ である。ここで $\bar{F}_e$ は, 有限要素法で解析不可能な構造の評価値を 0 として無視する GA を 100 回試行し, 各試行において最大の評価値を得た構造 100 個の評価値の平均値である。また $\bar{F}$ はホモロジー群を用いた本手法により得られた構造の評価値の平均値である。図 4 に原構造 (b) を用いた場合の平均評価値の比 $\bar{F}/\bar{F}_e$ と係数 C の関係を示す。図 3 および図 4 の $\bar{F}$ は人口サイズ p に対して平均してあるので, 図 3 の $\bar{F}$ は 300 個, 図 4 の $\bar{F}$ は 500 個の構造の評価値の平均値である。縦軸の値が 1 以上のときは解析不可能な構造を無視する GA の評価値に対する性能をホモロジー理論の応用により改善できたといえる。図中の実線は GA の終了の判定に用いる世代数 g が 10 世代の場合, 一点鎖線は 50 世代の場合の結果である。これらの図では $C=0.3$ を除いて縦軸の値が 1 を越えており, 本手法による改善の効果が認められる。また係数 C の値は 0.4~0.8 程度が適切であること, 世代数 g は小さい方が本手法の効果が

Fig. 7 Ratio of probabilities of obtaining optimum structures P/P_e vs. coefficient C (Ground structure (a))

Fig. 8 Ratio of probabilities of obtaining optimum structures P/P_e vs. coefficient C (Ground structure (b))

大きいことが分る。原構造 (a) を使用する場合に比較して原構造 (b) による結果は係数 C や世代数 g の値に強く依存し, 改善の程度 $(\bar{F}/\bar{F}_e - 1)$ が突出して大きくなる場合がある。原構造 (a) は部材の本数が少なく, 解析不可能な構造を無視する手法でも高い評価値の構造が多数得られるので本手法の効果が薄い, 原構造 (b) を用いる場合は解析不可能な構造が発生し易く, 本手法の効果が顕著に現われるので $\bar{F}/\bar{F}_e$ が係数 C の値に左右されると考えられる。また解析不可能な構造は, 係数 C の値が大きい程, より長く後の世代まで残留する傾向にあることも確認した。

図 5 は原構造 (b) を用いて得られた構造の平均評価値の比 $\bar{F}/\bar{F}_e$ と人口サイズ p の関係である。ただし $\bar{F}$ は係数 $C=0\sim0.9$ に対して平均してあるので, 1000 個の構造の評価値の平均値である。同図から人口サイズ p と世代数 g が小さいとき本手法による改善の効果が大きいこと, g が大きい場合は $\bar{F}/\bar{F}_e$ に対する p の影響が小さいこと, p が大きい場合は g の値に関わらず本手法の効果が殆んど認められないことが分る。

図 6 に原構造 (b) を使用して解析不可能な構造を無視する手法により得られた構造の評価値の標準偏差 σ と本手法により得られた構造の評価値の標準偏差 σ_e の比 σ/σ_e の係数 C に対する変化を示す。図中のグラフは実線が世代数 $g=10$, 一点鎖線が $g=50$ のときの結果である。図 4 と比較すると平均評価値の比 $\bar{F}/\bar{F}_e$ が高いときは標準偏差の比 σ/σ_e が低くなる傾向にあり, $\bar{F}/\bar{F}_e$ と σ/σ_e の間には負の相関があると思われる。また同図より標準偏差の比 σ/σ_e は世代数 g に余り依存しないことが分る。

図 7 に原構造 (a) を用いて最適構造が得られる確率と係数 C の関係を示す。図中の縦軸は解析不可能な構造を無視する手法

Fig. 9 Ground structures for optimization of three-dimensional structures
(Triangular elements are not drawn.)

Fig. 10 Complex L generated from complex K

により最適構造が得られる確率 P_e と本手法により最適構造が得られる確率 P の比 P/P_e である。図3と比較すると平均評価値の比 $\bar{F}/\bar{F}_e$ と最適構造が得られる確率の比 P/P_e の間に正の相関がみられる。図8は原構造(b)を用いた場合に最適構造が得られる確率の比 P/P_e と係数 C の関係である。原構造(b)の場合についても図4との比較から概ね $\bar{F}/\bar{F}_e$ と P/P_e の間に正の相関が認められる。しかし $C=0.6$ に見られるように平均評価値は高いが、GAにより得られた最適構造の個数は少ない状況も起こり得ることが分る。

3. 3次元構造物の位相最適化問題

前章ではホモロジー群を応用したGAにより2次元ラーメン構造の位相最適化を行った。本章では更に平面の三角形要素から成る3次元構造物の位相最適化問題に本手法を適用する。

3.1 問題の設定 構造の重量を78.3 kgとする制約条件下でGAにより平面の三角形要素を組み合わせた3次元構造物のひずみエネルギーを最小化する。3次元構造物は剛体壁に固定され、剛体壁から2m離れた点で垂直に作用する98 Nの静荷重を支える。剛体壁上の支持点では全自由度を拘束することとする。原構造は図9に示す構造(c), (d), (e) および(f)の4種類とする。ただし三角形要素を描くと図が繁雑になって分り難いので、図中には要素の存在する範囲を表す枠組のみを示す。原構造(c)には図中に黒丸で表された節点が6個あり、原構造(c)の要素はこの6節点の内3節点を頂点とする全ての三角形とする。ただし剛体壁に含まれる要素は除外する。よっ

て原構造(c)における三角形要素の個数は19枚となる。その他の原構造(d), (e) および(f)は、原構造(c)を構成単位として、(c)をそれぞれ2個、4個および8個組み合わせた構造である。よって要素の個数は、重複する要素と剛体壁に含まれる要素を除き、各々38枚、64枚および128枚である。三角形要素の材料は均質な鉄鋼とし、全要素の厚さは同一とする。構造の重量に対する制約条件は要素の厚さを調節して満足する。また各原構造(c)~(f)には剛体壁に向かって左右が対称であるとの制約条件を設ける。ひずみエネルギーは微小変形・弾性理論の枠内で有限要素法により求めるが、その際三角形要素の面内の変形と面外の曲げを考慮した平面シェル要素⁽⁸⁾を用いる。ホモロジー群を算出する際には三角形要素を2-単体、辺を1-単体、頂点を0-単体と同一視して3次元構造物を2次元複体とみなす。0次元、1次元および2次元のホモロジー群は巡回群の直和であるが、その他の次元のホモロジー群は常に0である。また2次元複体の中には、1次元ホモロジー群にねじれ係数を伴う有限巡回群を含むものが存在する。

3.2 コーディングの方法と評価関数 本章のコーディングには、原構造を構成する各三角形要素に割り振られた番号を2進数で表し、更にその値から1を引く方法を採用する。ストリングには使用する三角形要素の番号を並べる。例えば6番、8番および3番の3枚の要素を使用して構造を作る場合、ストリングは(101|111|010)となる。このコーディングを用いると原構造の要素数が多い問題でもストリングを短くできる場合がある。例えば原構造(f)の場合、使用する要素が18枚以下ならば前章のコーディングよりもストリングが短くなる。また同一のストリングにおいて要素の番号の重複を許し、複数の要素を重ね合わせた構造もGAによる探索の対象に含めることとする。

有限要素法で解析可能な構造に対する評価関数には前章と同じ式(1)の F_1 を用いる。一方、解析不可能な構造 K に対しては式(2)に対応する仮の評価値 F_t として次式を用いる。

$$F_t = 1 / \left\{ \sum_{i=1}^t \gamma_i - t + \text{rank}(H_0(K)) / N_0 + \text{rank}(H_0(L)) / (N_0 N_1) - \text{rank}(H_1(K)) / (2N_0 N_1^2) - \text{rank}(H_2(K)) / (2N_0 N_1 N_2) \right\} \quad (4)$$

ここで γ_i は構造 K の1次元ホモロジー群におけるねじれ係数の値、 t はねじれ係数の個数、 N_0 、 N_1 および N_2 は各々原構造における0-単体、1-単体および2-単体の個数である。また式(4)における構造 L は図10の上部に示すように1個の2-単体を2つの1-単体に置き換えることで構造 K から導かれる仮想の1次元複体である。構造 K と構造 L では「連結」の意味が異なり、一般に $H_0(K) \neq H_0(L)$ である。例えば、図10の(a)のように2つの三角形要素が一辺を共有している場合は構造 K および構造 L は共に連結しているとみなされるが、三角形要素が頂点のみを共有している(b)の場合、構造 L は連結しているとみなされない。式(4)の仮の評価値 F_t は、ねじれ係数

Fig. 11 Optimum three-dimensional structures

Fig. 12 Relation between ratio of average fitness values $\bar{F}/\bar{F}_e$ and coefficient C (Ground structures (c)~(f))

の値 γ_i , 構造 K および構造 L の連結成分の個数 $rank(H_0(K))$ および $rank(H_0(L))$ が小さく, 構造 K に空けられた穴の個数 $rank(H_1(K))$, 三角形要素によって閉じられる 3 次元空間の個数 $rank(H_2(K))$ が多いほど, 高い値になる. なお前章と同様に解析不可能な全ての構造に対して式 (3) を用いて F_1 から F_2 を算出して評価値を与え直す.

3.3 数値計算例 構造の重量を一定とする制約条件下で原構造 (c)~(f) を使い三角形要素から成る 3 次元構造物のひずみエネルギーを最小化する. 要素の機械的性質等, 材料に関する仮定は前章の 2 次元ラーメン構造と同じ設定とする. 使用する要素の個数は, 原構造 (c) を用いる場合は 2 枚, 原構造 (d) および (e) の場合は 6 枚, 原構造 (f) の場合は 10 枚を上限とする. また GA では 1 点交叉およびエリート保存戦略を採用する. GA における各遺伝子座に対する突然変異の確率は, 突然変異遺伝子を有するストリングの本数が人口サイズ p の約 10% になるように原構造 (c) を用いる場合は 2.0%, 原構造 (d) および (e) の場合は 0.56%, 原構造 (f) の場合は 0.29% に設定する. 人口サイズ p は, 原構造 (c) を用いる場合は 10, 20 および 30, 原構造 (d) および (e) の場合は 200, 400 および 600, 原構造 (f) の場合は 300, 600 および 900 の各々 3 種類とする. GA の各世代における最大の評価値が 50 世代にわたって更新されない場合は GA による最適構造の探索を終了することとする. また式 (3) の係数 C は前章と同様に 0 から 0.9 まで 0.1 刻

Fig. 13 Ratio of average fitness values $\bar{F}/\bar{F}_e$ in relation to population p (Ground structures (c)~(f)) Fig. 14 Ratio of standard deviations σ/σ_e in relation to coefficient C (Ground structures (c)~(f))

みで変化させる. 各人口サイズ p および C の各値に対してストリングの初期値を変えて GA を 100 ずつ試行する. よって GA の試行回数は各原構造 (c)~(f) に対して各々 3000 回になる.

上記の設定に基づいて数値計算を行い, 得られた最適構造を図 11 に示す. 図中に最も濃い灰色で示した三角形は要素が 2 枚重なっていることを表す. 原構造 (e) および (f) により得られた最適構造は設定された上限未満の要素数 (4 枚および 7 枚) で構成されている. 図 12 に平均評価値の比 $\bar{F}/\bar{F}_e$ と係数 C の関係を示す. $\bar{F}_e$ は前章と同様に解析不可能な構造の評価値を 0 として無視する GA により得られた構造の評価値の平均値であり, $\bar{F}$ は本手法を用いて得られた構造の評価値の平均値である. ただし同図では人口サイズ p に対して平均してあるので, $\bar{F}$ は 300 個の構造の評価値の平均値である. 使用した原構造による相違に注目すると, 要素の個数が最も多い原構造 (f) の平均評価値の比 $\bar{F}/\bar{F}_e$ が概して高い値を示すことが分る. 図 13 は人口サイズ p に対する平均評価値の比 $\bar{F}/\bar{F}_e$ の変化である. 同図は係数 C の値に対して平均してあるので, $\bar{F}$ は 1000 個の構造の評価値の平均値である. 人口サイズ p を増加すると平均評価値の比 $\bar{F}/\bar{F}_e$ は概ね減少し, 前章の図 5 と同様の傾向が見られる. 図 14 は評価値の標準偏差の比 σ/σ_e と係数 C の関係を表す. σ_e は解析不可能な構造を無視する GA により得られた構造の標準偏差を, σ は本手法により得られた構造の評価値の標準偏差を表す. 前章と同様に平均評価値の比 $\bar{F}/\bar{F}_e$ が高いと標準偏差の比 σ/σ_e が低くなる傾向にあり, 負の相関があると思われるが, C に対する σ/σ_e の変化は前章の図 6 よりも顕著である. 図 15 に最適

Fig. 15 Ratio of probabilities of obtaining optimum structures P/P_e vs. coefficient C (Ground structures (c)~(f))

Fig. 16 Relation between ratio of average fitness values $\bar{F}/\bar{F}_e$ and coefficient C (Ground structure (g))

構造が得られる確率の比 P/P_e と係数 C の関係を示す。 P_e は解析不可能な構造を無視する GA により最適構造が得られる確率を、 P は本手法により最適構造が得られる確率を表す。 原構造における要素の個数が多いほど P/P_e が高いといえる。 また原構造 (c) を除いて、 図 12 から P/P_e と平均評価値の比 $\bar{F}/\bar{F}_e$ の間に明らかに正の相関があることが分る。 図 12~図 15 により、 3 次元構造物に対する位相最適化の結果は前章の 2 次元ラーメン構造の場合とほぼ同様の傾向にあることが分ったが、 平均評価値の比 $\bar{F}/\bar{F}_e$ や最適構造が得られる確率の比 P/P_e 等の値は 3 次元構造物の方が大きく、 本手法の効果が現われやすいといえる。

4. コーディングの方法が本手法の効果に与える影響

本報の第 2 および第 3 章の数値計算例により 2 種類のコーディングに対して本手法が有効であることを示した。 よって第 1 章に述べた本研究の目的はある程度達成されたと思われる。 しかしコーディングの方法の違いが GA の性能に与える影響は極めて大きく、 本手法もその影響下にあるといわざるを得ない。 例えば図 16 の右上隅に示す構造 (g) を原構造として、 各部材に割り付けられた番号を 2 進数で表す第 3 章のコーディングを用い、 2 次元ラーメン構造のひずみエネルギーを最小化すると、 スtring の長さは 85 と長いにも関わらず、 平均評価値の比 $\bar{F}/\bar{F}_e$ と係数 C の関係は同図のグラフのようになり、 $C=0.7$ 以外では本手法による改善の効果がみられる。 ただし構造の上下を対称とする制約条件を与え、 使用する部材の本数は 34 本を

上限とし (最適構造は 26 本で構成される)、 人口サイズ p は 50、 GA の終了の判定に用いる世代数 g は 50 世代に設定した。 同図における改善の程度 $(\bar{F}/\bar{F}_e - 1)$ は、 本報における他の計算例 (図 3、 図 4 および図 12) よりも大きいことが分る。 しかし、 存在する部材を 1、 存在しない部材を 0 で表す第 2 章のコーディングを用いる場合は本手法の効果が殆んど認められない。 よって第 2 および第 3 章で用いたいずれのコーディングにも本手法はある程度有効であったが、 その効果の大きさはコーディングの方法に依存するといわねばならない。 今後、 本手法の性能がコーディングの方法に左右されないように改良することが必要と考える。

5. 結 言

遺伝的アルゴリズム (GA) による構造位相最適化では、 最適構造の探索中に有限要素法等で解析できない構造が発生する場合があるが、 本報ではホモロジー理論を用いてそのような解析不可能な構造に対して位相に基づく評価値を与えることで、 最適構造が得られる確率等を向上させる手法を提案した。 数値計算例では 2 次元ラーメン構造と三角形要素から成る 3 次元構造物を対象に、 いわゆるコート掛け問題を取扱い、 本手法の妥当性を検証した。 その結果、 次の所見を得た。 (1) GA における人口サイズや最適構造の探索を終了する世代数が小さい程、 本手法の効果が顕著に現われ、 評価値の平均値や最適構造が得られる確率が向上する。 (2) 有限要素法で解析不可能な構造に与える評価値の大きさを調節する係数 C の値は 0.4 から 0.8 程度が適切と思われる。 (3) 本手法により評価値の平均値が高くなる場合は、 最適構造が得られる確率は高く、 評価値の標準偏差は小さくなる傾向がみられ、 これらの量の間に相関が認められる。 (4) 上記の (1)~(3) は 2 次元ラーメン構造の最適化問題と三角形要素から成る 3 次元構造物の最適化問題に共通して見られる傾向であるが、 その程度は概ね 3 次元構造物の方が顕著である。 (5) GA における人口サイズやコーディング等の設定によっては本手法が逆効果になる場合もあるが、 その程度は本手法が効果的に機能する場合に比較して非常に小さい。

文 献

- (1) 例えば、 尾田・臼井・劉、 機論, **62**-593, A(1996), 287-292.
- (2) 例えば、 鶴田・長谷川・川面、 機論, **63**-605, A(1997), 170-177.
- (3) 瀬山、 トポロジー (柔らかい幾何学)、 日本評論社、 (1991).
- (4) 和達、 微分・位相幾何学、 岩波書店、 (1996).
- (5) 中西、 機論, **63**-612, A(1997), 1750-1757.
- (6) 伊理、 岩波講座 応用数学 1 線形代数 I、 岩波書店、 (1993).
- (7) 杉浦・横沼、 ジョルダン標準形・テンソル代数、 岩波書店、 (1997).
- (8) 鷲津・宮本・山田・山本・川井、 有限要素法ハンドブック I 基礎編、 263-265、 培風館、 (1994).