進化的セルラ・オートマトンによる
大規模トラス構造の位相決定法*尾田 十八^{*1}, 屈 京 龍^{*2}Optimum Layout Technique for Large-Scale Truss Structure
Using Evolutionary Cellular AutomataJuhachi ODA^{*3} and Jing-long QU^{*3} Kanazawa University, Dept. of Human & Mechanical Systems Engineering,
Kodatsuno 2, Kanazawa, Ishikawa, 920-8667 Japan

In large scale truss structures, application of Genetic Algorithms (GA) for solution of optimal layout problems, become progressively difficult as the genome length increases. This makes it necessary for implementation of a hierarchical representation technique where the genome does not directly encode the problem solution (in the entire search space), but rather encodes a representative subset of the actual search space. The method presented in this paper encodes a Cellular Automata (CA) whose "local rules" are being searched by the GA. As the GA encodes "only" a fixed set of local rules, to evolve the CA, the genome length is independent of the scale of the problem or the size of the search space (scale of the truss structure).

Key Words: Optimum Design, Framed Structure, Layout Technique, Cellular Automata, Large-Scale Truss Structure

1. 緒 言

ある種のトラス構造を創生するとき、最も基本的な問題としてその総部材数とそれらが置かれる空間での位置関係が決められねばならない。このような構造設計問題は位相決定問題と呼ばれている。この問題を解決するための従来から知られている手法には次のようなものがある^{(1)~(3)}。

- ① Michell, Hemp の手法。
- ② 整数計画法 (0-1 method)。
- ③ 遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm:GA) による手法。

これらの手法の中で、特に③の GA による手法が有効であるとして近年注目されている。しかし、トラス構造を創生するのにその節点数を多くすると、部材数や部材の位相組み合わせの数は極めて膨大なものとなる(ここではこのような構造を大規模トラス構造と呼ぶ)。よって GA を利用した手法では、部材を遺伝子としてコーディングするために染色体長が極めて長く

なくなってしまう。また解を得るためには、個体数を多くする必要があり、収束するまでの世代数が多くなるなどの問題が生じる。

一方、すべてのトラス部材の断面積が同一の場合、部材の応力値がそれぞれ違い、大きい値を持つ部材は構造に対する必要度が高く、小さい値を持つ部材は必要度が低いと考えることができる。このような必要度が高い部材を保存し、必要度の低い部材を淘汰するという考え方をを用いて、以上述べたトラスの位相決定問題を解くことも考えられる。ただ、その必要度と部材有無の規準をどのように決めるかということ是非常に難しい問題である。また、各部材の必要度は必ずしも一定ではなく、構造の状態が変わると部材の必要度も変化する。

以上より、トラス構造、特に大規模トラス構造の位相決定問題は極めて複雑な問題である。それを解決する手法として部材の必要度を考慮し、それを局所ルールの中にとりこみ、かつその局所ルールを GA を用いた進化的手法で決める、進化的セルラ・オートマトン (Evolutionary Cellular Automata:ECA) を用いた新しい決定法を提案する。そしてその有効性を具

* 原稿受付 1999 年 4 月 2 日。

^{*1} 正員, 金沢大学工学部 (〒920-8667 金沢市小立野 2-40-20)。^{*2} 学生員, 金沢大学大学院。

E-mail: oda18@t.kanazawa-u.ac.jp

Fig.1 Evolutionary Cellular Automata

体的な大規模トラスの位相決定問題を幾つか解くことを通して明らかにしたい。

2. 進化的セルラ・オートマトンについて

セルラ・オートマトン (Cellular Automata: CA) は空間、時間、および状態が離散的な活動的システムである。規則的な空間格子上的各点、すなわちセルは有限の状態の 1 つを有し、以前の時間ステップにおける状態と近傍の状態、ならびに局所ルールに基づいてその状態を変化させる。全てのセルは同期して変化するため、全体は離散的な時間刻みで変化する。

このような CA を用いて実際の問題を解決するためには、局所ルールを作らなければならない。しかし、考えられる局所ルール数は極めて膨大なものであり、それを最適に決定する必要がある。これについてはこれまでに幾つかの研究例^{(4), (5)}があるが、筆者らは GA を用いて局所ルールを進化させて決定する手法を提案し、このような手法を進化的セルラ・オートマトン (ECA) と呼んでいる⁽⁶⁾。この手法の構造位相最適化問題に対する具体的手順を図 1 に示す。このように本手法は CA の局所ルールを GA の染色体にコード化し、多くのルールの中からその構造設計問題に対して最も良いルールを GA によって進化的に探索する手法である。

3. トラス構造の位相決定法

3.1 部材とその必要度の判定 ここで提案する方法はトラスを構成する各部材をオートマトンによって表し、トラス構造はオートマトンの集まったもの、つまり CA と考える構造最適化法である。具体的には部材の応力を刺激指標にし、注目部材とその隣接

部材の応力に重みを掛け、その総和を注目部材の有無を決定する必要度とみなした。たとえば、図 2 に示すようなコート掛け問題のトラス構造の注目部材 C_{ij} に対し、式 (1) ~ (3) の条件によりその有無を決定する^{(4), (5)}。

$$F = \sigma_{ij} w_0 + \sum_{k=1}^m \sigma_{ik} w_{ik} + \sum_{l=1}^n \sigma_{jl} w_{jl} \geq \theta_{\max} \quad (1)$$

$$\theta_{\min} < F = \sigma_{ij} w_0 + \sum_{k=1}^m \sigma_{ik} w_{ik} + \sum_{l=1}^n \sigma_{jl} w_{jl} < \theta_{\max} \quad (2)$$

$$F = \sigma_{ij} w_0 + \sum_{k=1}^m \sigma_{ik} w_{ik} + \sum_{l=1}^n \sigma_{jl} w_{jl} \leq \theta_{\min} \quad (3)$$

ここで、 $\theta_{\max}$ 、 $\theta_{\min}$ は最大・最小閾値、 w_0 は注目部材自身の重み、 σ_{ij} は注目部材に発生する応力であり、 $\sigma_{ij} w_0$ は注目部材の応力指標、 w_{ik} 、 w_{jl} 、 σ_{ik} 、 σ_{jl} はそれぞれ注目部材の節点 i あるいは節点 j と結合する隣接部材の重みとその応力である。また、 $\sum_{k=1}^m \sigma_{ik} w_{ik} + \sum_{l=1}^n \sigma_{jl} w_{jl}$ は隣接部材の応力指標、 F は注目部材の構造部材としての必要度を示す指標である。

Fig.2 Attention Element and Adjoining Elements

ただし、重みは式(4)～(6)のように与える。

$$w_0 = \text{constant} \quad (4)$$

$$w_{ik} = \alpha(1 - w_0) \cos \phi_{ik} \quad \left(0 \leq \phi_{ik} \leq \frac{\pi}{2}\right),$$

$$w_{jl} = \alpha(1 - w_0) \cos \phi_{jl} \quad \left(0 \leq \phi_{jl} \leq \frac{\pi}{2}\right) \quad (5)$$

$$w_0 + \sum_{k=1}^m w_{ik} + \sum_{l=1}^n w_{jl} = 1 \quad (6)$$

ここで、 w_0 の値は $0 \leq w_0 \leq 1$ であり、注目部材が存在しないとき $w_0 = 0$ とする。よって、これと隣接する部材の w_{ik} と w_{jl} が式(6)より大きくなり、比較的小さい入力刺激に対しても注目部材の復活が起こり得ることになる。 ϕ は隣接部材と注目部材の軸方向の成す角度である。 α は隣接部材数とその角度に関する定数であり、式(5)と(6)によって得られた式(7)より求められる。

$$\alpha = \frac{1}{\sum_{k=1}^m \cos \phi_{ik} + \sum_{l=1}^n \cos \phi_{jl}} \quad (7)$$

式(1)～(3)の条件式のうち、式(1)を満足する場合、注目部材の必要度は高いと考えられるので、注目部材が存在していないときには注目部材が隣接部材から刺激を受けて復活するとした。式(2)を満足する場合、注目部材の状態は変化しない。式(3)を満足する場合、注目部材の必要度は低いと考えられるので、注目部材が存在していた場合には注目部材を除去するとした。

3.2 ECA の適用 前節で示したようにトラス構造の部材の有無を決める規準は式(1)～(3)であるが、これらは重み w_0 と閾値 $\theta_{\min}$ 、 $\theta_{\max}$ に大きく影響される。つまりこれらを最適に決めることが、本問題を解決することになる。そこで、本稿ではECAを用いてこれらを次のように進化的に決める方法を用いる。まず計算を簡単にするために、注目部材自身の重み w_0 をあらかじめ与えた(後の具体的計算例では、この値が最終結果とどのように関連するものであるか未知であるので、一応全範囲を含む形として0.05, 0.1, . . . 0.9と0.95に設定した)。これによって、他の重みは式(5)～(7)を用いて求めることができる。次に、部材の応力を考えて閾値の変化領域を限定し、 $\theta_{\min}$ と $\theta_{\max}$ の2つのパラメータをGAの遺伝子として図3のように染色体にコーディングする。このようにコーディングすると、染色体長は構造の規模に関わらず一定となるので、どんな大規模なトラス構造に対しても小規模構造と同じ精度で最適解を求めら

れる可能性がある。なおコーディングする際に計算の精度と最適解を探索するときの解空間の大きさを考えて1つの係数を適切な長さの2進数で表す。

上述のようにして作った染色体を構造体積に対して評価した。ただ本問題では構造をなさないものやメカニズムとなるものなどが多く発生するので、このような構造には罰金値を与えて目的関数を決めている。さらに本手法では、ルーレットにより選択と淘汰を行い、また交叉は各係数ごとに行う2点交叉である。突然変異として各係数のビット列に突然変異を与えた。このようにしてGAを用いて最大と最小閾値を決定すると、式(1)～(3)によって各部材の状態も決定される。

4. 位相決定例

4.1 2次元コート掛け問題 図2に示したような2次元のコート掛け問題に対するトラス構造を求める。本問題に対する初期構造モデルとして、図4, 7, 10に示すようなそれぞれ9, 15, 20個の節点を配置したものを考える。モデルの寸法、およびそれを構成する部材のヤング率 E 、荷重 P は以下に示す。

$$a = 100\text{mm}, E = 210\text{GPa}, P = 1\text{kN} \quad (8)$$

ただし、左端の上下2節点は固定し、荷重点には以下のような垂直方向の変位制約を課した。

$$v_p \leq v_0 = 0.015 \text{ mm} \quad (9)$$

また、部材の断面積は全て同一とし、次式で示す目的関数を最小化する構造を求めることとした。

$$f_o = f + r \sum_{i=1}^n \max < g_i, 0 > \quad (10)$$

ここで f はトラス構造の体積で、 g_i は式(9)のような制約条件、 r はペナルティ係数である。なおこの r には対象構造が制約条件を満たしておれば0で、そうでない場合、第1項より2桁大きい値を設定している。

閾値の変化領域は、トラス構成部材に生ずる応力から得られる式(1)～(3)の F 値の変化領域を考慮し、 $0.0\text{Pa} \leq \theta_{\min} \leq 1.25\text{MPa}$, $0.0\text{Pa} \leq \theta_{\max} \leq 1.25\text{MPa}$ に設定した。

Fig.3 Chromosome

Fig.4 Basic Structure of 9 Nodes Truss($f=410.11\text{cm}^3$) (a) Local Solution($f=206.62\text{cm}^3$) (b) Optimum Solution($f=195.32\text{cm}^3$)

Fig.5 Local Solution and Optimum Solution of 9 Nodes Truss in ECA

Fig.6 Optimum Solution in GA($f=185.97\text{cm}^3$)

まず9節点トラスの場合、ECAで用いるパラメータは個体数 $H=80$ 、交叉率 $C_r=50\%$ 、突然変異率 $M_u=2\%$ 、染色体長 $C_l=16$ で、 w_0 は種々変化させたが、ここでもっともよい解の得られた0.30のもののみを示す。図4に示すような基本トラス構造(与えられた節点群を結びうる可能なすべての部材を有するトラス構造で、本例では部材数:36, $f=410.11\text{cm}^3$)を初期状態にし、図1に示す流れで最適位相を求めた。図5(a)はそれにより得られた解(部材数:8, $f=206.62\text{cm}^3$)を示す。これについては最適解でないことが⁽³⁾わかっており、したがってこの構造をまた初期構造として図1のECAを再度実行した結果、図5(b)のような最適解(ここでの最適解の意味は、本手法によって求められた範囲の最適解である。部材数:6, $f=195.32\text{cm}^3$)が得られた。また、同様の問題に対して部材の有無を直接コーディングする単純GA法により得られた最適解(部材数:8,

Fig.7 Basic Structure of 15 Nodes Truss($f=3059.36\text{cm}^3$) (a) Local Solution($f=901.11\text{cm}^3$) (b) Optimum Solution($f=806.94\text{cm}^3$)

Fig.8 Local Solution and Optimum Solution of 15 Nodes Truss in ECA

Fig.9 Optimum Solution of 15 Nodes Truss in GA($f=1210.87\text{cm}^3$) Fig.10 Basic Structure of 20 Nodes Truss($f=3189.19\text{cm}^3$) Fig.11 Optimum Solution of 20 Nodes Truss in ECA($f=678.25\text{cm}^3$)

$f=185.97\text{cm}^3$)を図6に示す⁽³⁾。このように、本提案手法によって得られた解は、GAのみによる解より若干体積が大きかった。

次に9節点モデルの解析と同じように、15節点と20節点を基本トラス構造(それぞれの総部材数105,190)とするモデルの位相決定を行った。モデルの基本構造、本手法により得られた局所解と最適解、単純GA法により得られた最適解を図7~11に示す。図8(b)と図9から明らかなように、先の9節点モデルとは違って、部材数が多くなると単純GAのみでは良い解が得られなかった。そしてこのことは図10のようないわゆる大規模トラスモデルに対してさらに明らかで、GAのみの手法ではその解空間があまりに広く、探索操作が不十分となって解の導出が不可能に近いのに対し、ECAでは図11のようなかなり良い解が得られることも分かった。

4.2 クレーン型構造問題 図12に示すような支持辺と荷重方向が直交するいわゆるクレーン型トラス構造の位相決定問題を考える。まず図のような28節点の配置された基本トラス構造を初期モデルとする。モデルの寸法、その構成部材のヤング率および荷重は先の式(8)と同様のものを考えた。ただし、節点22と節点24は固定され、荷重点28に式(9)に示すような変位制約を課すことにした。また、部材の断面積を全て同一とし、最小体積の位相を求めることを目的とした。閾値の変化領域を $0.0\text{Pa} \leq \theta_{\min} \leq 0.35\text{MPa}$, $0.0\text{Pa} \leq \theta_{\max} \leq 0.35\text{MPa}$ に設定した。さらに、4.1節の場合と同様にGAの適応度をトラス構造の体積とした。

個体数 $H=70$, 交叉率 $C_r=50\%$, 突然変異率 $M_u=2\%$, 染色体長 $C_l=16$, $w_0=0.95$ に設定し、図12に示すような基本構造(部材数:378, $f=3236.32\text{cm}^3$)を初期状態にし、 $\theta_{\min}=0.025\text{MPa}$, $\theta_{\max}=0.10\text{MPa}$ のとき、ECAにより得られた局所解1(部材数:132, $f=1159.18\text{cm}^3$)を図13(a)に示す。そして、この局所解1を次の初期状態にし、 $\theta_{\min}=0.069\text{MPa}$, $\theta_{\max}=0.13\text{MPa}$ の条件で得られた局所解2(部材数:71, $f=866.21\text{cm}^3$)を図13(b)に示す。さらに、この局所解2を用いて、 $\theta_{\min}=0.10\text{MPa}$, $\theta_{\max}=0.28\text{MPa}$ で図13(c)に示すような最適解(部材数:50, $f=738.43\text{cm}^3$)が得られた。これらより本手法を用いてかなり最適位相に近いトラス構造を決定できることが分かった。

4.3 3次元コート掛け問題 図14と図17に示すようなそれぞれ15, 25節点が配置された3次元トラス構造の位相決定を行った。モデルの寸法、その構成部材の弾性定数および荷重は次のものである。

$$a = 200\text{mm}, E = 200\text{GPa}, P = 1\text{kN} \quad (11)$$

ただし、左端の5節点のうち、中心の接点を除く4節点は固定し、荷重点に式(9)に示すような変位制約を課した。また、部材の断面積を全て同一とし、最小体積の位相を求めることを目的とした。閾値の変化領域は $0.0\text{Pa} \leq \theta_{\min} \leq 0.4\text{MPa}$, $0.0\text{Pa} \leq \theta_{\max} \leq 0.4\text{MPa}$ に設定した。

Fig.12 Basic Structure of 28 Nodes Truss($f=3236.32\text{cm}^3$)

(a) Local Solution 1 ($f=1159.18\text{cm}^3$)

(b) Local Solution 2 ($f=866.21\text{cm}^3$)

(c) Optimum Solution 3 ($f=738.43\text{cm}^3$)

Fig.13 Local Solutions and Optimum Solution of 28 Nodes Truss in ECA

15 節点トラスの場合には、個体数 $H=80$ 、交叉率 $C_r=50\%$ 、突然変異率 $M_u=2\%$ 、染色体長 $C_l=18$ 、 $w_0=0.80$ と設定し、図 14 に示すような基本構造(部材数:105, $f=256.117\text{cm}^3$)を初期状態とした。 $\theta_{\min}=0.082\text{MPa}$ 、 $\theta_{\max}=0.13\text{MPa}$ のとき、ECA により得られた局所解(部材数:26, $f=1574.15\text{cm}^3$)を図 15(a)に示す。さらに、この局所解構造を初期状態にし、 $\theta_{\min}=0.22\text{MPa}$ 、 $\theta_{\max}=0.40\text{MPa}$ のとき、図 15(b)のような最適解(部材数:4, $f=1574.15\text{cm}^3$)が得られた。また、単純 GA 法により得られた最適解($f=1708.37\text{cm}^3$)を図 16 に示す。図 16 から明らかなように、部材数が多くなると単純 GA のみでは良い解を得ることは難しい。さらに大規模なモデルである 25 節点トラスモデル(基

Fig.14 Basic Structure of 3-D 15 Nodes

Truss($f=256.117\text{cm}^3$) (a) Local Solution($f=1574.15\text{cm}^3$) (b) Optimum Solution($f=1079.99\text{cm}^3$)

Fig.15 Local Solution and Optimum Solution of 3-D 15 Nodes Truss in ECA

Fig.16 Optimum Solution of 3-D 15 Nodes Truss in GA($f=1708.37\text{cm}^3$)

Fig.17 Basic Structure of 3-D 25 Nodes

Truss($f=3408.68\text{cm}^3$)

Fig.18 Optimum Solution of 3-D 25 Nodes

Truss in ECA($f=1079.99\text{cm}^3$)

本構造で総部材数:300)の場合には、ECA では図 18 に示すような最適解が得られた。

以上より、本手法は 3 次元トラスに対しても有効であることが確認された。

5. 結 言

本稿では ECA を用いて、様々なトラス構造に対してそれらの最適位相を求めた。その結果、以下のような結論を得た。

- (1) 小規模トラス構造に対しては本手法より単純 GA 法の方が有効である。
- (2) 大規模トラス構造の場合、単純 GA 法では解が求めにくいのに対し、本手法により最適位相あるいは最適に近い位相の決定が可能であり、その有効性がかなり著しいと思われる。
- (3) 種々のモデルに対する解析結果より本手法は一般性と実用性があると思われる。
- (4) 各パラメータ特に注目部材自身の重み w_0 と閾値 $\theta_{\min}$ 、 $\theta_{\max}$ は共に最適解に大きく影響するため、それらをすべて GA 染色体にコード化して進化的に探索することが良いと思われる。

文 献

- (1) 日本機械学会編, 構造・材料の最適設計, (1989), 111, 技報堂。
- (2) Hemp.W.S, Optimum Structures, (1973), 1, Oxford University Press.
- (3) 坂本・尾田, 機論, 59-562, A(1993-6), 156-161.
- (4) 尾田・主税, 機論, 63-605, A(1997-1), 152-157.
- (5) 尾田・主税, 機論, 63-606, A(1997-2), 425-430.
- (6) 尾田・Kundu・小石, 機論, 64-628, A(1998-12), 1-6.