不均質平板の耐衝撃性の向上*

海津浩一^{*1}, 佐無田 剛^{*2}, 池田 清彦^{*1}

Improvement of Impact Damage Resistance of Nonhomogeneous Plates

Koichi KAIZU^{*3}, Kowashi SAMUTA and Kiyohiko IKEDA^{*3} Miyazaki University, Dept. of Mechanical Systems Engineering,
1-1 Gakuen-kibanadai-nishi, Miyazaki, Miyazaki, 889-2192 Japan

The finite difference method based on integration along the bicharacteristics is the suitable method for the stress wave propagation. The advantage of this method is attributed to the fact that the characteristic surface coincides with wave front. In this paper, by introducing a laminated composite model and the finite difference method based on integration along the bicharacteristics, propagation of the stress waves in a nonhomogeneous plate is approximately analyzed. The material properties in the plate change continuously in the thickness direction. Numerical calculations are carried out for nonhomogeneous plates composed of alumina and aluminum alloy. From numerical results, it is found that impact damage resistance of the nonhomogeneous plate is improved by controlling the distribution of the components.

Key Words: Numerical Analysis, Stress Wave, Impact Strength, Nonhomogeneous Plate

1. 緒 言

傾斜機能材料の熱応力緩和最適化問題が活発に研究されているが、傾斜機能材料は多くの可能性をもつ高機能材料であるため、熱応力緩和以外への幅広い応用が期待される。

傾斜機能材料は苛酷な環境下で使用される構造用材料であるという面から、種々の荷重下での強度特性の検討が必要である。特に、衝撃荷重下での動的応答に対する強度特性は実際の過酷な環境下での使用を考えると、ぜひとも検討しなければならないものの一つである。傾斜機能材料は厚さ方向に材料組成が変化するために応力波の伝ば特性も厚さ方向に変わることから、その波動伝ば解析は非常に難しくなるが、弾性波を利用した非破壊検査を想定した傾斜機能材料に対する衝撃応答解析^{(1)~(4)}がいくつか行われている。ただし、それらは波動伝ば解析法の提案や波動伝ば特性の解明に重点が置かれたものであり、著者らの知る限りでは、傾斜機能材料のような不均質体の衝撃強度につ

いて検討したものはほとんどないと思われる。

本研究は、傾斜機能材料に代表される不均質体の材料組成を最適に制御することで衝撃荷重に対しても壊れにくい強い材料ができるのではないかと考えに基づき、不均質体の耐衝撃性を向上させる可能性について検討したものである。数値解析には、波頭に沿った数値積分法であるために応力波の伝ば・反射・干渉などの複雑な波動伝ばの状況を詳しく調べられる従特性曲線法^{(1)(5)~(8)}と、均質体である薄板を多層積層した積層板を不均質体とみなす解析モデル⁽⁹⁾とを組合せた手法⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾を応用することにより行った。

2. 基 礎 式

図1に示すように、無限積層板に衝撃荷重が作用する場合の三次元弾性波動伝ば問題⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾を考える。積

Fig. 1 Analytical model

* 原稿受付 1999年8月9日。

^{*1} 正員, 宮崎大学工学部(☎ 889-2192 宮崎市学園木花台西1-1)。^{*2} (株)HEC(☎ 550-0002 大阪市西区江戸堀2-6-33)。

E-mail: t0dl13u@cc.miyazaki-u.ac.jp

層板の各層は均質・等方性とする。以下に用いる上添字 n は n 層めでの値を表しており、積層板の上面を $n=1$ とし、 z 軸の負の方向に n の値が増加するように設定しているため、上添字 1 は 1 層めでの値を表している。直角座標 (x, y, z) を用いると、各層での運動方程式と構成式を用いて基礎式は次式で表される⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾。

$$L(W) = A^T W_{,T} + A^X W_{,X} + A^Y W_{,Y} + A^Z W_{,Z} + B = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、ベクトル W および行列 A^T, A^X, A^Y, A^Z はそれぞれ次のようになる。

$$W = \begin{bmatrix} u_1^n, u_2^n, u_3^n, (\sigma_{11}^n + \sigma_{22}^n + \sigma_{33}^n)/3\xi^n, k_s^n(\sigma_{11}^n - \sigma_{22}^n)/2 \\ k_s^n(\sigma_{11}^n + \sigma_{22}^n - 2\sigma_{33}^n)/2\sqrt{3}, k_s^n\sigma_{12}^n, k_s^n\sigma_{31}^n, k_s^n\sigma_{23}^n \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A^X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\xi^n/e^n & -\eta^n/e^n & -\zeta^n/e^n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\eta^n/e^n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\eta^n/e^n & 0 \\ -\xi^n/e^n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\eta^n/e^n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\zeta^n/e^n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\eta^n/e^n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\eta^n/e^n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^Y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\eta^n/e^n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\xi^n/e^n & -\eta^n/e^n & -\zeta^n/e^n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\eta^n/e^n \\ 0 & -\xi^n/e^n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\eta^n/e^n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\zeta^n/e^n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\eta^n/e^n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\eta^n/e^n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^Z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\eta^n/e^n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\eta^n/e^n \\ 0 & 0 & 0 & -\xi^n/e^n & 0 & 2\zeta^n/e^n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\xi^n/e^n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\zeta^n/e^n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\eta^n/e^n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\eta^n/e^n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで

$$\begin{aligned}\tau &= c_p t/b, X=x/b, Y=y/b, Z=z/b, u_1^n = u_x^n/c_p \\ u_2^n &= u_y^n/c_p, u_3^n = u_z^n/c_p, \sigma_{11}^n = \sigma_{xx}^n/\rho^1 c_p^2 \\ \sigma_{22}^n &= \sigma_{yy}^n/\rho^1 c_p^2, \sigma_{33}^n = \sigma_{zz}^n/\rho^1 c_p^2 \\ \sigma_{12}^n &= \sigma_{xy}^n/\rho^1 c_p^2, \sigma_{23}^n = \sigma_{yz}^n/\rho^1 c_p^2, \sigma_{31}^n = \sigma_{zx}^n/\rho^1 c_p^2 \\ k_p^n &= c_p^1/c_p^n, k_s^n = c_p^1/c_s^n, c_p^n = \{(3K^n + 4\mu^n)/3\rho^n\}^{1/2} \\ c_s^n &= (\mu^n/\rho^n)^{1/2}, e^n = \rho^1/\rho^n, \xi^n = (1/k_p^{n2} - 4/3k_s^{n2})^{1/2} \\ \eta^n &= 1/k_s^n, \zeta^n = 1/\sqrt{3}k_s^n\end{aligned}$$

であり、ベクトル $\mathbf{W}$ の下添字はそれぞれ τ, X, Y, Z の偏微分を表し、 u_x, u_y, u_z はそれぞれ x, y, z 軸方向の粒子速度成分、 $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}$ は各応力成分、 ρ は密度、 t は時間を表す。また c_p, c_s はそれぞれ膨張波およびせん断波の伝ば速度を示し、 b は代表長さを表す。

3. 従特性曲線法⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾

式(1)は1階の半線形双曲形偏微分方程式系であり、特性曲線とその特性曲線に沿った微分関係式を求めることができる。それらの微分関係式と式(1)を時間軸について積分した式とを連立させて解くことにより、ベクトル $\mathbf{W}$ の各増分である $\delta u_1^n, \delta u_2^n, \delta u_3^n, \delta \sigma_{11}^n, \delta \sigma_{22}^n, \delta \sigma_{33}^n, \delta \sigma_{12}^n, \delta \sigma_{23}^n, \delta \sigma_{31}^n$ を表す増分式を得ることができる。なお物体の境界上では有効な従特性曲線が減ることになるが、未知数のうちで境界条件により既知となるものを除くと、未知数と従特性曲線に沿う微分関係式の数が一致し、境界上で必要とする増分式を求めることができる。また各層の界面での増分式は界面で使わない従特性曲線に沿う微分関係式を除いた後の残りの式と境界条件を合わせると界面での未知数の数と一致することから求めることができる。すなわち、平板であれば n 層めについては Z 軸の負の方向に伝ばする応力波に対応する式を、 $n+1$ 層めについては Z 軸の正の方向に伝ばする応力波に対応する式を除き、さらに界面での境界条件を組み合わせることにより内部の式と同様の方法で界面での増分式を求めることができる。

4. 数値計算例および考察

4.1 材料組成 積層平板の材料組成は衝撃面 ($Z=0.0$) に脆性材料であるアルミナ Al_2O_3 、平板裏面 ($Z=-1.0$) に延性材料であるアルミ合金 Al alloy (A 7075) を想定し、谷川らの方法⁽⁹⁾ に従いアルミナ、アルミ合金の体積分率 V_c, V_m を次式により決定した。

$$\begin{aligned}V_c(Z) &= \begin{cases} 1-|Z|^M & : M \geq 1 \\ (1-|Z|)^{1/M} & : M < 1 \end{cases} \quad \cdots \cdots (3) \\ V_m(z) &= 1 - V_c(z)\end{aligned}$$

図2に数値パラメータ M を任意に変化させたときの V_c を示す。なお、アルミナ、アルミ合金の材料定数(ヤング率 E 、ポアソン比 ν 、密度 ρ 、引張強度 σ_m 、圧縮強度 σ_{cn})として表1の値⁽⁹⁾ を用いた。また、各層の材料定数(ヤング率、密度、ポアソン比)は線形複合則より体積分率 V_c, V_m により決定した。

4.2 境界条件 無限積層板の表面一部に衝撃荷重が作用する場合を考え、境界条件を以下のように仮定した。

(I) 衝撃負荷部

$$\sigma_{33}^1 = n(\tau, r), \sigma_{23}^1 = \mu_1 \sigma_{33}^1, \sigma_{31}^1 = \mu_2 \sigma_{33}^1 \quad \cdots \cdots (4)$$

(II) 衝撃負荷部の周囲および底面

$$\begin{aligned}\sigma_{33}^1 &= 0, \sigma_{23}^1 = 0, \sigma_{31}^1 = 0 \\ \sigma_{33}^N &= 0, \sigma_{23}^N = 0, \sigma_{31}^N = 0\end{aligned} \quad \cdots \cdots (5)$$

(III) 各層の界面

$$\begin{aligned}u_1^n &= u_1^{n+1}, u_2^n = u_2^{n+1}, u_3^n = u_3^{n+1} \\ \sigma_{33}^n &= \sigma_{33}^{n+1}, \sigma_{23}^n = \sigma_{23}^{n+1}, \sigma_{31}^n = \sigma_{31}^{n+1}\end{aligned} \quad \cdots \cdots (6)$$

ここで、 $n(\tau, r)$ は衝撃荷重であり、 r は衝撃荷重の中心からの無次元長さ、 μ_1, μ_2 は摩擦係数である。

4.3 衝撃荷重 衝撃荷重を表す負荷関数は次式のように仮定した。

$$n_m(t) = \begin{cases} -n_{\max} \times \exp\left(-\left(\frac{\tau - \tau_2/2}{0.5\tau_1}\right)^2\right) & (0 \leq \tau \leq \tau_2) \\ 0 & (\tau > \tau_2) \end{cases} \quad \cdots \cdots (7)$$

$$n(\tau, r) = n_m(\tau) \sqrt{1 - (r/a)^2} \quad \cdots \cdots (8)$$

ここで、 a は衝撃荷重の作用する範囲を表す無次元半

Table 1 Material properties of Al_2O_3 and Al alloy ⁽¹¹⁾

		Al_2O_3	Al alloy (A 7075)
E	[GPa]	300.0	69.0
ν		0.27	0.33
ρ	[kg/m ³]	3900	2700
σ_{tn}	[MPa]	259.7	485.0
σ_{cn}	[MPa]	2930.2	1940.0

Fig. 2 Variation of volume fraction V_c with M

径, $n_{\max}$ は最大衝撃荷重である。

4・4 数値計算結果 数値計算例では、積層平板の総層数を当研究室の計算機の最大の性能から14層とし、時間刻み幅と空間刻み幅との比については、種々の組合せにより検討し、数値解の安定性を考慮して0.5とした。この値はCliftonの安定条件⁽¹⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾を満足している。また、初期条件として、 $\tau=0$ ですべての粒子速度および応力成分を零とした。

通常、従特性曲線法を用いた数値解の誤差は衝撃荷重の作用する部分から物体に加えられる入射エネルギーと物体内部に蓄えられるエネルギーとを比較することによって評価されてきた⁽¹⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾。しかしながら、現時点では、多層積層板の各層の内部と上下面および層間の各界面での増分式しか得られておらず、今回のように、Z軸の厚さ方向に計算格子点を多く取る場合は、計算機的能力からXY面で計算格子点を十分に取れなくなってしまう。したがって、応力波が厚さ方向に1往復程度するとXY面での面方向に沿う表面波のような応力波は計算可能範囲を超えてしまうことになることから、現状では十分な計算時間に対する誤差

Fig. 3 Material composition

Fig. 4 Stress wave propagation

の評価ができていない。しかしながら、層数の少ない場合の誤差として、積層板を弾性体とした場合の計算では2.0%以内⁽¹⁰⁾、弾性/粘塑性体の場合の計算では3.0%以内⁽¹¹⁾であることは既に示してきている。本研究の誤差評価についても現在検討しているところである。

さらに衝撃荷重にかかわるパラメータとして、 $a=0.24$, $\tau_1=0.5$, $\tau_2=1.0$ を仮定した。

4・4・1 材料組成の影響 材料組成の影響について検討するために、数値パラメータ M を0.2(model 1), 1.0(model 2), 5.0(model 3)とした場合(図3参照)について、応力波が平板内部を伝ばする様子を比較する。この場合の衝撃荷重の条件は $n_{\max}=500$ MPa, $\mu_1=\mu_2=0$ とした。

図4は無次元時間 $\tau=0.5$ ごろの $Y=0$ を通る ZX 断面における垂直応力成分 σ_{33} の分布である。各図の右側が衝撃荷重の作用面、左側が平板の裏面であり、明るい領域が引張応力、暗い領域は圧縮応力が発生していることを示している。図4より、時間の経過とともに、応力波は平板裏面や層境界において反射・干渉を繰返しながら平板内部へ広がっており、応力波の伝ば速度は速いほうから model 3, model 2, model 1 の順になっていることがわかる。この伝ば速度の相違は材料組成の分布(材料組成の変化の仕方)による。図3に示したように、数値パラメータ M ($M < 1$) の値が小さくなるに従ってアルミ合金の占める割合が大きくなるが、アルミ合金の伝ば速度はアルミナの伝ば速度より遅いため、その結果として応力波の伝ば速度が遅くなる。さらに数値パラメータ M ($M < 1$) の値が小さくなるに従って、平板の衝撃面近傍の材料組成の変化は大きくなるため、衝撃面近傍の材料組成の急激に変化する部分で応力波の反射が起こり、応力波は平板内部へ伝わりにくくなっていることも原因の一つと考えられる。

Fig. 5 Variation of stress with M

4・4・2 最適材料組成と荷重形態の影響 衝撃荷重条件は以下の三つのモデルとし、それぞれに数値パラメータ M を任意に変化させた。

model 4: $n_{\max}=500$ MPa, $\mu_1=\mu_2=0$

model 5: $n_{\max}=250$ MPa, $\mu_1=\mu_2=0$

model 6: $n_{\max}=500$ MPa, $\mu_1=0, \mu_2=0.25$

なお model 6 では x 軸方向へ摩擦を作用させている。

衝撃破壊は応力波の干渉により材料内部に発生した応力が材料の破壊強度を超えることによって生じることから、平板中に発生する最大主応力と破壊強度を比較して耐衝撃性を評価することとした。図5は数値パラメータ M を任意に変化させたときの無次元時間 $\tau=3.0$ までに発生する引張主応力比および圧縮主応力比の最大値をプロットしたものである。ここで引張主応力比とは引張りの主応力 σ_t とその主応力が発生した層の引張強度 σ_{tn} との比、圧縮主応力比は圧縮の主応力 σ_c とその主応力が発生した層の圧縮強度 σ_{cn} との比であり、大きい値ほど破壊しやすく、1を超えることを意味する。図5より、材料組成を変化させると引張主応力比、圧縮主応力比は共に変化しているが、引張主応力比のほうが圧縮主応力比よりも値が大きいことから、圧縮応力による破壊よりも引張応力による破壊のほうが発生しやすいことを意味している。以上のことから、耐衝撃性の高い最適な材料組成は最大引張主応力比が最小となるときであり、model 4, model 5 の場合は $M=0.08$, model 6 では $M=0.1$ であると考えられる。表2に各モデルの発生する最大主応力比、発生時間、発生位置を示す。表2より、衝撃荷重が垂直に作用した model 4 と model 5 の最大引張主応力比の発生する位置と時間は一致しているが、これは model 5 で作用させている衝撃荷重の大きさが model 4 の半分のため、当然のこととして、発生する最大の引張主応力も半分となり、発生する時間と位置も一致している。一方、摩擦を考慮した model 6 の最大引張主応力比の発生する位置は model 4, model 5 と一致しているが、時間はわずかに異なっており、応力波の伝播が摩擦の作用方向に少しずれることが原因と考えられる。

図6は最適材料組成の場合の応力波の伝播状態を示しており、各モデルの無次元時間 $\tau=0.5$ ごとの $Y=0$ を通る ZX 断面における垂直応力成分 σ_{33} の分布を示している。ここで、各図の右側は衝撃荷重の作用面、左側が平板の裏面であり、図中の明るい領域は引張応力、暗い領域は圧縮応力が発生していることを示している。図6より、model 4 と model 5 は衝撃荷重の大きさが違うだけなので同じように平板内部へ広がって

Table 2 Effect of M on maximum stresses

	model 4	model 5	model 6
M	0.08	0.08	0.1
$[\sigma_t/\sigma_{tn}]_{\max}$	0.613	0.307	0.724
τ	0.98	0.98	0.90
Z	-0.07	-0.07	-0.07

Fig. 6 Stress wave propagation

いくが、model 6 は摩擦の影響を受け、応力波がやや斜め方向にずれながら平板内部へ広がっていく様子がわかる。また図4と比較すると、引張応力の発生する領域がかなり小さくなっていることや、本研究で示している $\tau=3.0$ の計算範囲内では、いずれのモデルでも平板中の応力波の干渉により、圧縮応力が発生しているのは平板の上面から中央あたりまでであることも確認できる。

以上の数値計算結果は積層板の総層数が14層と少ない場合であり、層数が増えると計算結果も違ってくると予想される。しかしながら、不均質平板の材料組成を適切に制御すると耐衝撃性が向上するという本研究の結論は本質的に変わらないと考えている。なお層数の影響についても現在検討中であり、早急に明らかにする予定である。

5. 結 言

本研究では、材料組成を最適に制御することで衝撃荷重に対しても壊れにくい強い材料ができるのではないかと考えている。不均質体の材料組成を適切に変化させることで耐衝撃性を向上させる可能性について検討を行った。数値解析には、従特性曲線法に、

均質体である薄板を多層積層した積層板を不均質体とみなす解析モデルを導入することにより行った。

本研究の結果、総層数は14層と少ないが、不均質平板の材料組成を適切に制御すると耐衝撃性が向上することを確認した。このことにより、材料組成の最適化問題として扱えば、非常に耐衝撃性の高い不均質体に対する知見が得られるものと考えられる。

最後に、本研究の一部は文部省科学研究費補助金基盤研究(C)の補助によることを記して感謝の意を表す。

文 献

- (1) 海津浩一・鈴木庸介・谷村眞治, 機論, **57**-535, A(1991),

- 615-619.
 (2) 刘桂荣・谷順二・大好直, 機論, **57**-535, A(1991), 603-608.
 (3) 刘桂荣・谷順二・大好直, 機論, **57**-535, A(1991), 609-614.
 (4) 三浦公久・大好直・原敏宏・岡崎正文, 機論, **59**-561, A(1993), 1238-1243.
 (5) Clifton, R. J., *Q. Appl. Math.*, **25**-1(1967), 97-116.
 (6) Recker, W. W., *J. Appl. Mech.*, **37**(1970), 116-122.
 (7) 劉凱欣・横山隆, 機論, **58**-547, A(1992), 449-456.
 (8) 海津浩一・徳永智史・谷村眞治, 機論, **60**-571, A(1994), 825-832.
 (9) 谷川義信・松本宗久・赤井富一, 機論, **62**-593, A(1996), 115-122.
 (10) 海津浩一・佐無田剛・池田清彦, 機論, **63**-616, A(1997), 2338-2547.
 (11) 海津浩一・佐無田剛・池田清彦, 機論, **64**-627, A(1998), 2669-2676.