定常進展するモード I クリープき裂先端の損傷場と応力場の解析*

劉彦^{*1}, 平野敏行^{*2}, 村上澄男^{*3}Analysis of Damage and Stress Fields of a Mode I Creep Crack
in Steady-State GrowthYan LIU, Toshiyuki HIRANO and Sumio MURAKAMI^{*4}^{*4} Nagoya University, Dept. of Mechanical Engineering,
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya, 464-8603 Japan

Elaboration of the asymptotic stress and damage fields of a mode I creep crack in steady-state growth are analyzed by employing the continuum damage mechanics and semi-inverse method. The damage evolution equation are expressed as a power function of the equivalent stress, the maximum principal stress and the hydrostatic stress. Analytical relations among the exponent p of the stress singularity of the asymptotic stress field and the exponents n , m and q of the power creep constitutive law and the power creep damage law are obtained for plane strain state. Based on the results of the analysis, the conditions for the damage evolution equation required to obtain a non-singular crack-tip stress were discussed. For Kachanov-type damage evolution law, more precise numerical results are derived for both the plane stress and plane strain states. The effects of the shape of damage distribution on the stress singularity are also discussed.

Key Words: Damage Mechanics, Fracture Mechanics, Creep, Mode I Crack, Asymptotic Stress Field, Stress Singularity, HRR Stress Field, Damage Field, Power Law Creep Damage Theory

1. 緒 言

クリープき裂の進展は、き裂先端の多数の微小空けきが発生・成長・合体することにより引き起こされる。そして、このときのき裂先端応力場は、微小空けきの存在に伴う材料損傷によって大きな影響を受ける。したがって、き裂先端応力場に対する材料損傷の影響を明らかにすることは、破壊現象の力学的解明・評価だけでなく、破壊過程の計算力学シミュレーションにおける解の安定性・収束性の検討にとっても重要である。このため、クリープき裂先端応力場に対する損傷の影響は、多くの論文^{(1)~(4)}で検討されてきたが、問題の複雑さから統一的な知見はまだ明らかにされていない。

一方、工学的重要性により、クリープき裂成長の問題は、破壊力学ならびにマイクロメカニクスの観点からも多くの論文^{(5)~(8)}で議論されている。しかしこれ

らの大部分の解析は一次元的解析であり、しかもき裂前方のき裂平面上の応力ならびに損傷状態だけを対象としているだけではなく、応力場に対する損傷場の影響は無視されている。したがって、これらの破壊力学の論文では、クリープき裂先端における応力場と損傷場の詳しい解析はほとんど報告されていない。

本論文では、連続体損傷力学に基づき、定常進展するモード I クリープき裂先端の漸近応力場と損傷場を、前報⁽⁹⁾と同様な半逆解法によっていっそう正確に解析し、応力特異性に対する損傷場の影響を明らかにする。このとき、クリープ損傷の規準応力を Mises 形相当応力、最大主応力、静水応力の関数として表現することにより、拡張した Kachanov-Rabotnov のクリープ損傷理論を用いた。また、半逆解法におけるクリープ損傷場としては、無酸素 (OFHC) 鋼のクリープき裂進展において観察された損傷場⁽¹⁰⁾を参考にし、き裂先端前方ではき裂方向に長い半だ円形状の、またき裂先端後方ではき裂面に平行で、幅一定の損傷を仮定し、その形状を損傷発展式に適合するよう決定した。これにより、応力特異性指数 p とクリープ指数 n 、べき乗クリープ損傷発展式の応力指数 m , q との関係を導くとともに、応力特異性が消失する条件を明らかにする。最後に、応力特異性に対する損傷場の形状

* 原稿受付 1999 年 6 月 21 日。

^{*1} 正員, National Research Council Canada (Ottawa, Ontario, Canada K1A0R6)。^{*2} 学生員, 名古屋大学大学院 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町)。^{*3} 正員, 名古屋大学大学院工学研究科。

E-mail: murakami@mech.nagoya-u.ac.jp

の影響についても検討し、前報⁽⁹⁾で求めた結果とあわせて報告する。

2. 基礎関係式と解析方法

2.1 基礎関係式 図1のように、空間固定座標系 $O-X_1X_2X_3$ の中を一定速度 v で進展するモード I クリープき裂を考える。クリープき裂の近傍は平面ひずみ状態あるいは平面応力状態にあるものとする。さらに、そのき裂先端を原点とする移動座標系として、直角座標系 $o-x_1x_2x_3$ ならびに極座標系 $o-r\theta z$ を用いる。ただし、 x_1 軸と $\theta=0$ 方向をき裂進展方向にとる。これらの移動座標系に関する応力成分とひずみ成分を $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}$ とすると、定常進展するモード I クリープき裂に対する基礎関係式は、次のように与えられる。

2.1.1 応力成分

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad \dots\dots\dots (1\cdot a)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \quad \dots\dots\dots (1\cdot b)$$

$$\sigma_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) \quad \dots\dots\dots (1\cdot c)$$

ここで $\phi = \phi(r, \theta, z)$ は Airy の応力関数である。

2.1.2 適合条件

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial(r\dot{\varepsilon}_{\theta\theta})}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \dot{\varepsilon}_{rr}}{\partial \theta^2} - r \frac{\partial \dot{\varepsilon}_{rr}}{\partial r} - 2 \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \dot{\varepsilon}_{r\theta}}{\partial \theta} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (2\cdot a)$$

$$(\dot{}) = \frac{\partial}{\partial t} - \left(\cos \theta \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) v \quad \dots\dots\dots (2\cdot b)$$

ただし、 $(\dot{})$ は時間 t に関する物質導関数である。

2.1.3 クリープ構成式 材料の損傷状態を等方損傷変数 $D(0 \leq D \leq 1)$ で表現し、損傷力学におけるひずみ等価性の仮説を用いると、損傷材料のクリープ構成式は次のように書ける^{(11)~(13)}。

Fig. 1 Stationary and moving coordinate systems

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{3}{2} A \frac{\sigma_{EQ}^{n-1}}{(1-D)^n} s_{ij} \quad (i, j=1, 2, 3) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $s_{ij} = \sigma_{ij} - (1/3)\sigma_{kk}\delta_{ij}$ と $\sigma_{EQ} = (3s_{ij}s_{ij}/2)^{1/2}$ は偏差応力と Mises 形相当応力であり、また n はクリープ指数、 A は材料定数である。

2.1.4 クリープ損傷発展式 前報⁽⁹⁾では、クリープ損傷発展式を相当応力 σ_{EQ} のべき関数として表現した。しかし金属材料のクリープ損傷を支配する規準応力は、材料の種類、応力水準、温度などの条件によっては最大主応力 σ_I 、静水応力 σ_{kk} にも依存し、しかも応力に対するべき指数 m と損傷に対するべき指数 q は必ずしも同一ではない^{(11)~(14)}。

このため本論文では、多軸応力状態における損傷発展式として次の式を用いる^{(11)~(14)}。

$$\dot{D} = B \frac{[(1-\alpha-\beta)\sigma_{EQ} + \alpha\sigma_I + \beta\sigma_{kk}]^m}{(1-D)^q} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで $B, m(m>0), q(q>0), \alpha(0 \leq \alpha \leq 1), \beta(0 \leq \beta \leq 1)$ は材料定数を表す。特に定常進展き裂の損傷場に対しては

$$\frac{\partial D}{\partial t} \equiv 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

であるから、式(4)は

$$-\cos \theta \frac{\partial D}{\partial r} + \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial D}{\partial \theta} = \frac{B}{v} \frac{[(1-\alpha-\beta)\sigma_{EQ} + \alpha\sigma_I + \beta\sigma_{kk}]^m}{(1-D)^q} \quad \dots\dots\dots (6)$$

のように書ける。

2.2 漸近応力場 定常進展するクリープき裂先端の応力特異性に対する材料損傷の影響を明らかにするため、特にき裂先端近傍の応力場に対して、次のように漸近解を考える。

$$\phi(r, \theta) = Kr^s f(\theta) \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで K と s は未定定数、 $f(\theta)$ は θ だけの未知関数である。式(7)を式(1)に代入することにより、次の漸近応力場が得られる。

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}(r, \theta) &= Kr^p [s \cdot f(\theta) + f''(\theta)] = Kr^p \tilde{\sigma}_{rr}(\theta) \\ \sigma_{\theta\theta}(r, \theta) &= Kr^p [s(s-1)f(\theta)] = Kr^p \tilde{\sigma}_{\theta\theta}(\theta) \\ \sigma_{r\theta}(r, \theta) &= Kr^p [(1-s)f'(\theta)] = Kr^p \tilde{\sigma}_{r\theta}(\theta) \\ \sigma_{EQ}(r, \theta) &= Kr^p \tilde{\sigma}_{EQ}(\theta) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで p は応力場のべき指数を表し、 $p=s-2$ である。また $\tilde{\sigma}_{rr}(\theta), \dots, \tilde{\sigma}_{EQ}(\theta)$ は、それぞれ式(8)の $[\quad]$ 中の表示によって与えられる。

3. 応力場と損傷場の連成解に対する半逆解法

き裂先端の漸近応力場を決定するには、はじめに式

(8)の応力を式(6)に代入して $D(r, \theta)$ を求め、さらにこの D と式(3), (8)から得られるクリープひずみ速度成分 $\dot{\epsilon}_{ij}$ を適合条件(2)に代入することにより、未知関数 $f(\theta)$ を支配する非線形常微分方程式が導かれる。しかし解析領域全体にわたって、式(6)から $D(r, \theta)$ の厳密解を求めることは一般に困難である。

このため本解析では、損傷が最も顕著に発達するき裂先端近傍において損傷発展式(6)を満足するような漸近損傷場を半逆解法によって定めることにする。すなわち、はじめに図2のような半径 r のべき乗損傷場 $h(\theta)r^l$ を仮定する。つづいて、この損傷場を用いて式(2), (3), (8)から漸近応力場を求め、さらにこの応力場に対して仮定した損傷場が損傷発展式(6)を満足するようにべき指数 l を決定する。

3.1 べき乗損傷場 OFHC 銅における Mode I クリープき裂進展の際の損傷場の観察結果⁽¹⁰⁾ によれば、き裂進展開始後しばらくの間のき裂先端前方の損傷場はほぼ半円形状であったのに対し、き裂が進行し、進展速度が加速するに従って、き裂前方に長い半円形状となることが確かめられている。

このため、以下の解析では、はじめに図2のような損傷場を仮定する。この損傷場は半径 r のべき関数として

$$1-D=h(\theta)(r/r_0)^l \dots\dots\dots (9\cdot a)$$

$$h(\theta)=\begin{cases} [(\cos \theta/k)^2+(\sin \theta)^2]^{1/2} & 0 \leq \theta \leq \pi/2 \\ (\sin \theta)^l & \pi/2 < \theta \leq \pi \end{cases} \dots\dots\dots (9\cdot b)$$

のように表される。ここで l と r_0 は、損傷分布を特性づけるべき指数と損傷域の大きさを表す定数である。また、 $h(\theta)$ は損傷変数の θ -方向分布関数であり、損傷場の分布形状を記述する。さらに、 $k(k \geq 1)$ は半

Fig. 2 Mode I creep crack in steady-state growth and accompanying damage field

円損傷領域の形状係数(アスペクト比)であり、特に $k=1$ は先端が半円の損傷分布を表す。

3.2 べき乗損傷場に基づく漸近応力場の解析

式(8)の応力場と式(9)の損傷場をクリープ構成式(3)に代入し、さらに得られたクリープひずみ速度成分 $\dot{\epsilon}_{ij}$ を適合条件(2)に代入すれば未知関数 $f(\theta)$ を支配する微分方程式が、平面ひずみ状態と平面応力状態に対してそれぞれ導かれる。この微分方程式とその解法については、前報⁽⁹⁾ と同一であるため、ここでは省略する。この微分方程式を解くことにより、損傷分布指数 l とクリープ指数 n に対し応力特異性指数 p を計算できる。つまり $p-l-n$ 関係が得られる。

3.3 き裂先端損傷場のべき指数とき裂進展速度

3.2 節で述べた解析によって求められる応力特異性指数 p は、べき乗損傷場(9)を仮定して導かれた。しかしき裂先端の応力特異性に対する損傷の影響を明らかにするには、この損傷場は損傷発展式(6)を満足しなければならない。しかしき裂近傍領域全体にわたって、式(6)を満足するように損傷場を定めることは困難である。このためここでは、漸近応力場の特異性に大きな影響を与えるき裂先端近傍で損傷場(9)が損傷発展式を満足するように、式(9)の未定定数 l を決定する。

き裂先端前方のき裂平面上 $\theta=0$ では、損傷発展式(6)は

$$\frac{B}{v} \frac{[(1-\alpha-\beta)\sigma_{EQ} + \alpha\sigma_I + \beta\sigma_{hk}]^m}{(1-D)^q} = -\frac{\partial D}{\partial r} \dots\dots\dots (10)$$

のように書ける。この式に式(8), (9・a)を代入すれば、

$$\begin{aligned} & \frac{B}{v} \frac{1}{l} (kr_0)^{l(q+1)} K^m \\ & \times [(1-\alpha-\beta)\tilde{\sigma}_{EQ}(0) + \alpha\tilde{\sigma}_I(0) + \beta\tilde{\sigma}_{hk}(0)]^m \\ & = r^{(q+1)l-pm-1} \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

を得る。この関係式が常に満足されるためには

$$l = \frac{pm+1}{q+1} \dots\dots\dots (12\cdot a)$$

$$\begin{aligned} v &= \frac{B}{l} (kr_0)^{l(q+1)} K^m \\ & \times [(1-\alpha-\beta)\tilde{\sigma}_{EQ}(0) + \alpha\tilde{\sigma}_I(0) + \beta\tilde{\sigma}_{hk}(0)]^m \\ & \dots\dots\dots (12\cdot b) \end{aligned}$$

となり、損傷分布指数 l とき裂進展速度 v が定められる。これから、き裂進展速度 v は $(kr_0)^{l(q+1)} K^m \times [(1-\alpha-\beta)\tilde{\sigma}_{EQ}(0) + \alpha\tilde{\sigma}_I(0) + \beta\tilde{\sigma}_{hk}(0)]^m$ と損傷発展式の係数 B に比例することがわかる。そして特に一様損傷分布 $l=0$ の場合、き裂進展速度は $v=\infty$ となる。

また式(12・a), (12・b)からわかるように、本論文の

半逆解法によれば、クリープ損傷発展式に対する応力規準の選択、すなわち材料定数 α, β の値はき裂先端漸近応力場の特異性指数 p には影響を与えないが、クリープき裂進展速度 v には直接的な影響を及ぼす。ただし、半逆解法によらない厳密解では、 α, β の値が p に影響を与える可能性もあるが、大きくはないと考えられる。本論文では、前報⁽⁹⁾ よりもいっそう一般的な損傷発展式(4)を用いることにより、 $p-l-m-q$ 関係式(12・a)を得た。ただし、損傷発展式中の α, β の値は $p-l-m-q$ 関係式には影響を与えず、き裂進展速度だけに影響することがわかる。

3.4 応力場と損傷場の連成解に対する半逆解法

3.2 節で述べた数値解析により、損傷分布指数 l とクリープ指数 n に対し応力特異性指数 p が求められ、 $p-l-n$ 関係を得る。一方 3.3 節では、 $p-l-m-q$ 関係式(12・a)を導いた。この二つの関係を用いることにより、クリープ指数 n とクリープ損傷発展式の応力指数 m, q に対する応力特異性指数 p 、つまり $p-n-m-q$ 関係を得る。

4. 応力場と損傷場の連成解

4.1 平面ひずみ状態における応力場と損傷場に対する解析的検討 特に平面ひずみ状態においては、漸近応力場の特異性について、詳細な解析的検討が可能である。

式(9・a)において $h(\theta)$ を $h(\theta) \equiv 1 (0 \leq \theta \leq \pi)$ とした場合(すなわち損傷場がき裂先端を中心とする円で与えられる場合)、3.2 節で説明した解析によって得られる $p-l-n$ 関係は次の近似式によって表現できる⁽¹⁵⁾。

$$p = \frac{ln-1}{n+1} \dots\dots\dots (13)$$

さらに、後出の図 7 に示すように、この $p-l-n$ 関係に対し $h(\theta)$ の影響は著しくないで、この近似式(13)

Fig. 3 Approximate relation between p and $(q+1)$ for a given set of n and m

はほぼ式(9)のような損傷場に対する $p-l-n$ 関係式としても用いることができる。そこで、式(13)を式(12・a)に代入して l を求め、さらにこの l を式(13)に代入すれば、次式を得る。

$$p = \frac{n-(q+1)}{(n+1)(q+1)-mn} \dots\dots\dots (14)$$

$$l = \frac{(n+1)-m}{(n+1)(q+1)-mn} \dots\dots\dots (15)$$

式(14)、(15)は、き裂先端場の応力特異性指数 p 、ならびに応力場と適合する損傷場の損傷分布指数 l に対するクリープ応力指数 n と損傷応力指数 m, q の間の近似関係を与える。ただし、 $q=m$ とすれば前報⁽⁹⁾ で得られた結果と一致する。

はじめに、損傷変数は $0 \leq D \leq 1$ であるから、式(9)により損傷分布指数は $l \geq 0$ である。したがって式(15)より

$$q+1 > mn/(n+1) \text{ if } n+1 > m \dots\dots\dots (16\cdot a)$$

$$q+1 < mn/(n+1) \text{ if } n+1 < m \dots\dots\dots (16\cdot b)$$

でなければならない。

多くの金属材料のクリープ損傷に対しては、通常 $n \geq m$ $\dots\dots\dots (17)$

であることが、実験的に確かめられている⁽¹¹⁾⁽¹⁴⁾。このため、実際に式(16・b)の条件が成立する場合は多くはないと考えられるが、以下では、式(16・a)、(16・b)の二つの場合に分けて検討する。

(1) $n+1 > m$ の場合

式(16)により q は $q+1 > mn/(n+1)$ の条件を満たす必要がある。 $n+1 > m$ の場合 $n > mn/(n+1)$ であるため、次のような条件を満たす q が存在する。

$$n > (q+1) > mn/(n+1) \dots\dots\dots (18)$$

この条件式を式(14)の分子と分母に代入すると、 $p > 0$ となる。したがって、不等式(18)は漸近応力場の特異性が消失するための条件を表すことがわかる。

これに対して、不等式(18)が満たされない場合、つまり

$$q+1 > n \dots\dots\dots (19)$$

のとき、損傷場の影響があるにもかかわらず $p < 0$ となり、漸近応力場は特異性を有する。そして、 $q+1$ が非常に大きくなると、応力特異性指数は HRR 応力場の特異性指数⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾

$$p = -1/(n+1) \dots\dots\dots (20)$$

に近づく。

(2) $n+1 < m$ の場合

$n+1 > m$ の場合と同様な議論により、漸近応力場の特異性が消失するための条件として、次式が得られる。

$$n < (q+1) < mn/(n+1) \dots\dots\dots (21)$$

これに対して,

$$(q+1) < n \dots\dots\dots (22)$$

の場合には, $p < 0$ となり, 漸近応力場は特異性を有する。そして, $q+1$ が非常に小さくなる(あるいは負の値になる)と, 応力特異性指数は式(20)の HRR 応力場の特異性指数に近づく。

図3はこれらの各場合に対する式(14), (15)の関係を図的に表したものである。図3より, $n+1 > m$ あるいは $n+1 < m$ のいずれかにかかわらず, $(q+1)$ が n と $mn/(n+1)$ の間にあれば応力特異性が消失することがわかる。そして, $(n+1) > m$ の場合は $(q+1) < mn/(n+1)$ に対して, また $(n+1) < m$ の場合は $(q+1) > mn/(n+1)$ に対して解は存在しないことがわかる。

(3) $n+1=m$ の場合

式(15)から, $q+1 \neq n$ であれば $l=0$ となり, 損傷場は一様になる。したがってき裂先端の漸近応力場は, 式(20)の HRR 特異場に帰着される。

(a) $n=5$

(b) $m=5$

Fig. 4 Effects of q on the p - n - m relation

以上の結果は, 定常進展するモード I クリープき裂先端の応力特異性に及ぼす損傷場の影響を明らかにする。したがって, これらの結果は, 構造要素中のクリープき裂進展挙動の解明・評価だけではなく, その数値解析における解の安定性・収束性の検討にとっても, 極めて重要な知見を与えることがわかる。

4・2 平面ひずみ状態ならびに平面応力状態に対する解析結果と考察 損傷発展式(4)の応力指数を $q=m$ とすると, Kachanov 形の損傷発展式となり, 前報⁽⁹⁾と同じ結果を得る。特に前報では, 平面ひずみおよび平面応力状態の両場合につき, クリープ損傷指数 $m(=q)$ をパラメータとして, 応力特異性指数 p とクリープ指数 n の間の関係を図示した。そしてこれにより, HRR 応力場はき裂先端において常に特異性を持つものに対して, クリープ損傷場のある場合には $n-m$ の特定の範囲に対してはき裂先端応力場は非特異となりうることを明らかにした。

以下では, 主に損傷発展式(4)のクリープ損傷指数 q が漸近応力場の特異性指数 p に及ぼす影響について検討する。

4・2・1 平面ひずみ状態 はじめに図4(a), (b)は, それぞれ損傷指数 m をパラメータとする場合ならびにクリープ指数 n をパラメータとする場合について, q の影響を示す。すでに述べたように, 多くの金属材料に対しては条件式(17)が成立するが, ここではこの条件は除いてある。図4(a), (b)によれば, 応力特異性指数 p は q によって鋭感に変化し, したがって漸近応力場の特異性は q によって大きな影響を受けることがわかる。

次に図5は, 平面ひずみ状態に対し, クリープ損傷指数 m, q をパラメータとして, き裂先端漸近応力場の応力特異性指数 p とクリープ指数 n の関係を示す。図中の実線と破線は, 式(1)~(12)から求めた数値解と近似解(14)であり, また点線は式(20)の HRR 応力場を示す。図5から明らかなように, 材料損傷の影響を考えない HRR 応力場では, クリープ指数 n の有限の値に対して応力特異性指数は $p < 0$ となり, き裂先端漸近応力場は常に特異性を持つ。これに対して, き裂先端が材料損傷を伴う場合の p は常に HRR 応力場のそれよりも大きく, 特異性は弱められる。特に, (n, m, q) の特定の組合せ範囲に対しては $p > 0$ であり, 漸近応力場は非特異となる。また, 図5からも, p - n - m 関係に対してパラメータ q が大きな影響を与えることがわかる。

なお, 図中破線で示した p - n - m - q 関係の近似式は, $p \gg 0$ となる非特異応力範囲に対しては数値解析結果

から目立った偏りを示すが、特異応力場から非特異応力場へ移行する $p \approx 0$ あるいは $p < 0$ の領域では数値解析結果のよい近似となっている。したがって、4・1節で導いた応力特異性消失の条件式(18), (21)も十分な精度を持つことがわかる。

4・2・2 平面応力状態 つづいて図6は、平面応

力状態に対する同様な p - n - m - q 関係を示す。図6と図5を比較すればわかるように、応力状態にかかわらず、き裂先端の損傷場が応力場に与える影響は平面ひずみの場合と定性的には同じである。ただし $n+1 > m$ の場合には平面応力状態に対する応力特異性指数 p はべき指数 (n, m, q) の同一の値に対する平面ひず

(a) $m=3$

(a) $m=3$

(b) $m=5$

(b) $m=5$

(c) $m=7$

(c) $m=7$

Fig.5 Stress singularity of a mode I creep crack in steady-state growth (plane strain state)

Fig.6 Stress singularity of a mode I creep crack in steady-state growth (plane stress state)

Fig. 7 Effects of the shape of damage field

み状態のそれよりも大きく、したがって弱い特異性を示すのに対して、 $n+1 < m$ の場合にはこの関係が逆となっている。

4.3 損傷場の分布形状の影響 図7(a), (b)には、損傷場の分布形状の影響を検討するため、形状係数 $k=1.0 \sim 3.0$ の間で五つの k の値を選び、平面ひずみ、平面応力の両場合について、 $n=5, m=q$ として解析した結果を示す。また、 $p-l-n$ 近似式(13)を導く際に用いた円形損傷分布⁽¹⁵⁾に対する結果も示した。図7より応力場と損傷場の連成解として求めた応力特異性指数 p は、損傷場の分布形状の影響をほとんど受けないことがわかる。したがって、 $k=1$ に対する図5, 6の結果は、図2のようなより一般的形状の損傷場が存在する場合に対しても十分な精度で適用できるといえる。

5. 結 言

定常進展するモード I クリープき裂先端の応力場に対する材料損傷の影響を明らかにするため、広い適用範囲をもつべき乗クリープ損傷理論を用い、き裂先端漸近応力場とき裂進展速度を半逆解法によって求めた。このときクリープ構成式と損傷発展式をそれぞれ

$$\dot{\epsilon}_{ij} = (3/2) A \sigma_{EQ}^{n-1} s_{ij} / (1-D)^n \quad (i, j=1, 2, 3)$$

$$\dot{D} = B[(1-\alpha-\beta)\sigma_{EQ} + \alpha\sigma_I + \beta\sigma_{kk}]^m / (1-D)^q$$

で表した。また半逆解法の損傷場には、き裂先端前方ではき裂方向に長い半だ円形状を持ち、先端後方にはき裂面に平行な一定幅の損傷場を仮定した。これによって、き裂先端漸近応力場の特異性に対する材料の変形・損傷特性の影響を詳細に検討した。本論文で得られた主な結果を要約すると次のようになる。

(1) 非線形破壊力学における HRR 応力場は、ひ

ずみ硬化指数 n のいずれの値に対しても特異性を示すのに対し、き裂に先行して損傷場が存在する場合には漸近応力場の特異性は著しく減少し、非特異になる。

(2) クリープ損傷発展式に対する応力規準の選択は、き裂先端漸近応力場の特異性には影響を与えないが、クリープき裂進展速度には直接的に影響する。

(3) 特に平面ひずみ状態にあるモード I き裂では、漸近応力場とき裂先端近傍損傷場を

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = K \bar{\sigma}_{ij}(\theta) r^p, D(r, \theta) = 1 - h(\theta)(r/r_0)^l$$

で表現するとき、その特異性指数 p と損傷分布指数 l に対して

$$p = \frac{n-(q+1)}{(n+1)(q+1)-mn}, l = \frac{(n+1)-m}{(n+1)(q+1)-mn}$$

の近似関係式が成立する。ここで n, m, q はクリープ構成式とクリープ損傷発展式の応力指数である。

(4) 上の関係式によれば、通常の金属材料の場合 ($n \geq m$)、指数 n, m, q が $n > q+1 > mn/(n+1)$ の条件を満たせば $p > 0$ となり、漸近応力場は非特異となる。

(5) 平面応力状態の場合にも、平面ひずみ状態とほぼ同様な結果が得られる。

(6) 平面ひずみ状態、平面応力状態のいずれの場合も、応力特異性指数 p とクリープ指数 n の間の関係に対しては、指数 q は損傷指数 m に比べて大きな影響を与える。

(7) 漸近応力場の応力特異性指数 p に対する損傷場の分布形状 $h(\theta)$ の影響は著しくない。

最後に、本研究の一部は、平成10年度および11年度文部省科学研究費補助金基盤研究(C)(2)(課題番号10650082)の助成によるものであり、ここに記して

謝意を表す。

文 献

- (1) Astafjev, V. I., Grigorova, T. V. and Pastukhov, V. A., *Mechanics of Creep and Brittle Materials 2*, (1991), 49-61, Elsevier, London.
- (2) Astafjev, V. I. and Grigorova, T. V., *Mechanics of Solids, Izvestiya RAN*, **30**-2 (1995), 144-150.
- (3) Lu, M., Lee, S. B., Kim, J. Y. and Mai, H. C., *Int. J. Solids Struct.*, **34**-10 (1997), 1183-1197.
- (4) Bassani, J. L. and Hawk, D. E., *Int. J. Fract.*, **42** (1990), 157-172.
- (5) Riedel, H. and Rice, J., Fracture Mechanics, Twelfth Conference, *ASME STP*, 700 (1980), 112-130, ASTM.
- (6) Hui, C. Y. and Riedel, H., *Int. J. Fract.*, **17** (1981), 409-425.
- (7) Riedel, H., *Fracture at High Temperature*, (1987), Springer-Verlag.
- (8) Hutchinson, J. W., *Acta Met.*, **31** (1983), 1079-1088.
- (9) 劉彦・村上澄男・平野敏行, 機論, **64**-628, A (1998), 2951-2957.
- (10) 劉彦・村上澄男・古嶋洋一・松島英, 機論, **66**-643, A (2000), 595-603.
- (11) Kachanov, L. M., *Introduction to Continuum Damage Mechanics*, (1986), Martinus-Nijhoff, Dordrecht.
- (12) Lemaitre, J. and Chaboche, J. L., *Mechanics of Solid Materials*, (1990), Cambridge University Press, Cambridge.
- (13) Lemaitre, J., *A Course on Damage Mechanics*, (1996), Springer-Verlag, Berlin.
- (14) Leckie, F. A. and Hayhurst, *Acta Met.*, **25** (1977), 1059-1070.
- (15) 劉彦・村上澄男, 機論, **64**-621, A (1998), 1183-1191.
- (16) Hutchinson, J. W., *J. Mech. Phys. Solids*, **16**-1 (1968), 13-31.
- (17) Rice, J. R. and Rosengren, G. F., *J. Mech. Phys. Solids*, **16**-1 (1968), 1-12.