高速破壊における動的応力拡大係数とき裂速度・加速度の 相関関係について*

新川 和夫^{*1}, 馬田 俊雄^{*2}, 高橋 清^{*1}

On the Correlations among Dynamic Stress Intensity Factor, Crack Velocity and Acceleration in Fast Fracture

Kazuo ARAKAWA^{*3}, Toshio MADA and Kiyoshi TAKAHASHI

^{*3} Kyushu University, Research Institute for Applied Mechanics,
Kasuga-shi, Fukuoka, 816-8580 Japan

The method of caustics in combination with a Cranz-Schardin high-speed camera was utilized to study dynamic crack propagation in PMMA. Stress intensity factor K_{ID} was evaluated in the course of crack propagation which included crack acceleration, deceleration and re-acceleration in one fracture event. Crack velocity $\dot{a}$ and acceleration $\ddot{a}$ were also measured to correlate with K_{ID} , and the following findings were obtained: (1) K_{ID} was an increasing function of $\dot{a}$, but their relation was not unique. (2) For a constant velocity $\dot{a}$, K_{ID} was larger when the crack was decelerated than when it was accelerated. (3) K_{ID} was dependent on both $\dot{a}$ and $\ddot{a}$, and K_{ID} for a constant acceleration $\ddot{a}$ could be uniquely related to $\dot{a}$.

Key Words: High Polymer Material, Dynamic Crack Propagation, Stress Intensity Factor, Crack Velocity, Crack Acceleration, Caustic Method, High-Speed Photography, PMMA

1. 緒 言

材料の脆性破壊は比較的身近で生じる高速現象の一つである。そのため高速き裂問題は古くから理論的に解析されてきた⁽¹⁾。そして、き裂周辺の応力や変位が静的な場合とは異なること、またき裂速度に依存することが示唆されてきた。一方、種々の実験手法を用いて動的応力拡大係数 K_{ID} が計測され、き裂速度 $\dot{a}$ との対応関係が調べられてきた⁽²⁾⁻⁽¹⁴⁾。しかし実験手法が異なると、得られる K_{ID} - $\dot{a}$ 関係に大きな差が生じることが報告されている。そのため K_{ID} - $\dot{a}$ 関係が材料固有で一意の関係にあるのか、それとも試料形状、負荷方法やその他の条件に依存するののかについての議論がなされてきた。ところが高速き裂は一般に加速や減速を伴いながら進展する。したがってき裂加速度 $\ddot{a}$ は高速破壊現象を理解するうえで重要である。しかし K_{ID} に及ぼす $\ddot{a}$ の効果は従来ほとんど検討されていなかった。この原因として、実験的には $\ddot{a}$ を精度よく求めることが容易

ではないこと、また理論的にはき裂進展に $\ddot{a}$ が伴うと数学的にかなり複雑な問題となることが挙げられる。

著者らはこれまでに種々の高分子材料の K_{ID} を計測し、 K_{ID} に及ぼす $\dot{a}$ と $\ddot{a}$ の効果を調べてきた⁽¹²⁾⁻⁽¹⁴⁾。そして K_{ID} が $\dot{a}$ に伴い増加すること、しかし $\dot{a}$ のみの単純な関数では一意的に表示できないことを明らかにした。また K_{ID} が $\ddot{a}$ に大きく依存すること、一定の $\dot{a}$ に対しては減速域での K_{ID} が加速域での値よりも大きくなることを示した。さらに $\ddot{a}$ が零、すなわち加速度効果が存在しない場合に K_{ID} が $\dot{a}$ の単純な増加関数となることを報告した。なお前報⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾においては、1回のき裂進展中に明確な加速、減速、再加速を生じるような試料形状を用いて K_{ID} , $\dot{a}$, $\ddot{a}$ を評価した。そして同一の K_{ID} , $\dot{a}$ 値を生じるき裂の加速、再加速域での $\ddot{a}$ 値を比較した。その結果、 K_{ID} が $\dot{a}$ と $\ddot{a}$ の両者の関数、すなわち $K_{ID}(\dot{a}, \ddot{a})$ で表示できる可能性を指摘した。

本研究では上述の $K_{ID}(\dot{a}, \ddot{a})$ 関係に及ぼす試料形状の影響を検討した。そのため前報とは大きく異なる試料形状を用いて、き裂の加速、減速、再加速域での K_{ID} , $\dot{a}$, $\ddot{a}$ を計測した。とくに異なるき裂長さ a と進展時間 t における K_{ID} , $\dot{a}$, $\ddot{a}$ の相関関係を調べ、動的応力拡大係数の $K_{ID}(\dot{a}, \ddot{a})$ 表示の妥当性を考察した。

* 原稿受付 1999年5月24日。

^{*1} 正員, 九州大学応用力学研究所(☎816-8580 春日市春日公園6-1)。

^{*2} 九州大学応用力学研究所。

E-mail: k.arakawa@riam.kyushu-u.ac.jp

2. 実験方法

試料として板厚 5 mm の PMMA (アクリライト S-001) 樹脂板を用いた。図 1 に試料形状、寸法を示す。なお試験片の片側中央部に長さ約 6 mm の鋭い初期き裂をインパクト法⁽¹⁷⁾により導入した。この形状は片側ノッチ付き (SEN) 試験片と類似する。しかし SEN 試験片との相違点は、2つの円孔 (直径 25mm) を有することである。一様引張り負荷を受ける SEN 試験片では、き裂速度は破壊の開始直後で増加し、その後は一定値へと漸近する。しかし円孔が存在すると、試料の中央部で応力場が低下する領域が発生する。そのためき裂は加速、減速、さらに再加速を生じることが可能となる。

Fig. 1 Specimen geometry and loading method

試験片にはインストロン形引張り試験機を用いて一様引張り負荷を加えた。なお引張り速度は 1 mm/min とし、室温下で実験を行った。破壊の高速度撮影には改良形のクランツ・シャルディンカメラを使用した。このカメラの特徴は焦点距離の異なる 2 像面を 30 こま同時に撮影できることである⁽¹⁸⁾⁻⁽²⁰⁾。

3. 実験結果および考察

3.1 撮影結果 撮影結果の一例を図 2 に示す。これらは 30 こまから適当に抜粋したものである。図 2 (a) は試料面ピントで得られた像、図 2 (b) はイメージ面ピントで同時に得られたコースティック像に相当する。き裂がほぼ直線的に進展したことが、またコースティック像の直径が時間とともに変化したことが示されている。コースティック像の直径はき裂進展の初期過程では増加した。しかし円孔間にき裂が侵入するとその直径は徐々に減少した。さらに円孔間をき裂が通過した後は再び増加した。

3.2 応力拡大係数 K_{ID} の評価 応力拡大係数 K_{ID} は次式で評価した⁽²¹⁾。

$$K_{ID} = (2\sqrt{2\pi}/3z_0dc\eta^{3/2})(\phi/3.17)^{5/2} \dots\dots\dots (1)$$

ここで d は試料厚さ、 c は応力光定数、 z_0 は試料面からイメージ面までの距離を表す。また η は光学系の配置に関する係数⁽²²⁾、 ϕ はイメージ面上で計測されるコースティック像の縦最大直径である。PMMA 樹脂に対する c 値として、 $4.9 \times 10^{-11} \text{ m}^2/\text{N}$ を採用した⁽²¹⁾。

図 3, 4 に K_{ID} の測定値 (○印) を時間 t の関数として表示した。 K_{ID} 値は、き裂進展の初期過程では増加した。そして最大値に達したのちに減少した。しかしここ

Fig. 2 Example of dynamic crack propagation in a PMMA specimen (Specimen No.1)
(a) Specimen-focussed images, (b) Caustic patterns

 Fig. 3 Stress intensity factor K_{ID} and crack length a as a function of time t (Specimen No.1)

 Fig. 4 Stress intensity factor K_{ID} and crack length a as a function of time t (Specimen No.2)

 Fig. 5 Relationships between stress intensity factor K_{ID} , crack velocity $\dot{a}$ and crack acceleration $\ddot{a}$ as a function of crack length a (Specimen No.1)

で注目すべきことは K_{ID} が最小値に達したのちに再び増加したことである。例えば図3の結果では、最大値が約 $72 \mu\text{s}$ で、最小値が約 $207 \mu\text{s}$ で生じたことが示されている。しかし試験片が異なると K_{ID} の値や挙動に変化が発生した(図3, 4参照)。この原因として、高速破壊が開始するまでに進展する安定き裂の長さ a_s が試験片により異なること、それに伴い破断荷重 P_f が変化することが挙げられる。図3, 4に a_s と P_f 値を表示した。これらの値が両試験片で大きく異なることが示されている。

3.3 き裂速度 $\dot{a}$ および加速度 $\ddot{a}$ の評価 き裂長さ a は、試料面ピントで得られた像よりき裂先端の移動距離を測定することにより求めた(図2(a)参照)。図3, 4で示されているように a の測定値($\times$ 印)は比較的単調に増加した。しかしその勾配は一定ではなく、時間 t とともに若干変化した。例えば図3の結果では、勾配の増加が約 $60 \mu\text{s}$ と $200 \mu\text{s}$ 前後の2か所に、また勾配の減少が約 $140 \mu\text{s}$ 前後で生じている。これは破壊の初期

と後半ではき裂の加速が、また中間では減速が生じたことを示している。

しかし高速度撮影の結果から得られた K_{ID} や a 値には、読取り誤差を含むことが避けられない。このような測定値を用いてき裂速度 $\dot{a}$ を直接求めた場合にはかなりの誤差が発生する。さらにここでとり上げようとしているき裂加速度 $\ddot{a}$ を精度よく求めることは困難となる。本研究では測定値の読取り誤差を小さくするために、 K_{ID} と a の値を最小二乗法を用いた数値計算により時間 t に関する9次の多項式で近似した。この理由として、低次の多項式では時間変化に十分に対応できないこと、一方より高次の多項式では読取り誤差に起因する振動が近似曲線で大きくなることが挙げられる。すなわち増加、減少、再増加のように極値が2つ存在するような場合には、多項式として9次程度が最適であった。

図3, 4に9次の多項式近似で得られた $K_{ID}(t)$ と $a(t)$ 曲線が表示されており、それらが測定値とよく合っ

Fig. 6 Relationships between stress intensity factor K_{ID} , crack velocity $\dot{a}$ and crack acceleration $\ddot{a}$ a function of crack length a (Specimen No.2)

Fig. 7 Relationship between stress intensity factor K_{ID} and crack velocity $\dot{a}$ (Specimen No.1)

Fig. 8 Relationship between stress intensity factor K_{ID} and crack velocity $\dot{a}$ (Specimen No.2)

いることが示されている。き裂速度 $\dot{a}$ は $a(t)$ 曲線を t に関し 1 回、また加速度 $\ddot{a}$ は 2 回微分することにより評価した⁽¹²⁾⁽¹³⁾。

3.4 K_{ID} と $\dot{a}$ および $\ddot{a}$ の関係 図 5, 6 に K_{ID} , $\dot{a}$, $\ddot{a}$ をき裂長さ a の関数として表示した。 K_{ID} は実線、 $\dot{a}$ は一点鎖線、 $\ddot{a}$ は破線(ただし負の加速度を上向き)で表示した。 K_{ID} と $\dot{a}$ がよく似た挙動を呈している。もし K_{ID} と $\dot{a}$ が一意の関係にあるならば、両者の挙動は完全に一致しなければならない。しかし K_{ID} と $\dot{a}$ のピーク値を与える a の位置が異なっている。また $\dot{a}$ のピークが K_{ID} より先行することが示されている。例えば図 5 の A 点と B 点は同じ $\dot{a}$ 値を与えている。しかし対応する A' 点と B' 点での K_{ID} 値には大きな差が生じている。 $\ddot{a}$ 曲線が示すように A 点はき裂の加速域、一方 B 点は減速域に含まれている。そして対応する A'' 点と B'' 点での $\ddot{a}$ 値が大きく異なっている。この結果は、 K_{ID} が $\dot{a}$ のみの一意の関数ではなく、 $\ddot{a}$ にも依存することを示唆してい

る。同様な結果が本研究とは異なる試料形状でも得られている⁽¹²⁾⁻⁽¹⁷⁾。

3.5 K_{ID} - $\dot{a}$ 関係 図 5, 6 における K_{ID} を $\dot{a}$ の関数として表示すると、 $K_{ID}(\dot{a})$ は K_{ID} - $\dot{a}$ 平面上において一つの曲線となる。その結果を図 7, 8 に示す。ここではき裂の進行過程を矢印で表示した。き裂進展の初期過程では加速($\ddot{a} > 0$)、その後に減速($\ddot{a} < 0$)、さらに再加速($\ddot{a} > 0$)が存在した。またき裂加速度 $\ddot{a}$ が零となる点が○印で表示されており、これらの点が破線で結ばれている。 $K_{ID}(\dot{a})$ 値は $\dot{a}$ に伴い増加または減少した。しかしここで明らかなように、 $K_{ID}(\dot{a})$ の増加、減少、再増加の経路が異なっている。また一定の $\dot{a}$ に対し、減速域での $K_{ID}(\dot{a})$ が加速、再加速域での値より大きくなっている。これは、 K_{ID} が $\dot{a}$ のみの単純な関数では表示できないことに起因するものである⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾。

3.6 K_{ID} - $\dot{a}$ 関係に及ぼす $\ddot{a}$ の効果 著者らは、前報⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾において K_{ID} を $\dot{a}$ と $\ddot{a}$ の両者の関数、すなわち

$K_{ID}(\dot{a}, \ddot{a})$ で表示した。そして加速度が零 ($\ddot{a}=0$) の場合, $K_{ID}(\dot{a}, \ddot{a}=0)$ が $\dot{a}$ の一意の増加関数となる可能性を指摘した。図 8 では $\ddot{a}=0$ となる ○ 印 (図 6 の D", F" 点参照) の他に ● 印を表示した。この点は, 再加速過程において $\ddot{a}$ が零に漸近するときに得られたものである (G" 点参照)。ここで注目すべきことは, ● 印がほぼ破線上に存在したことである。すなわちこの結果は, $K_{ID}(\dot{a}, \ddot{a}=0)$ が $\dot{a}$ のみの単純な関数となることを示唆している。

一方, 図 7 の $K_{ID}(\dot{a})$ 曲線では, 初期加速過程と再加速過程に交点 (□ 印) が存在した。本研究では, その交点に着目し, $\ddot{a}$ の絶対値を比較した。そして加速, 再加速域での K_{ID} に及ぼす $\ddot{a}$ の効果を定量的に検討した。 $K_{ID}-\dot{a}$ 平面上の交点では K_{ID} と $\dot{a}$ 値が加速, 再加速の両経路で等しくなる。したがって $K_{ID}(\dot{a}, \ddot{a})$ 表示が成立するならば, $\ddot{a}$ の値は交点では同一でなければならない。交点での $\dot{a}$ 値を図 5 に A, C 点で, また対応する K_{ID} 値を A', C' 点で表示した。ここで注目すべきことは, 初期, 再加速域での $\ddot{a}$ 値に若干の差が存在するものの, ほぼ等価な値を与えていることである (A", C" 点参照)。なお交点での $K_{ID}, \dot{a}, \ddot{a}$ 値は, 異なるき裂長さ a および時間 t で得られている。すなわちこの結果は, K_{ID} が a と t には直接依存しないこと, $\dot{a}$ と $\ddot{a}$ の関数 $K_{ID}(\dot{a}, \ddot{a})$ で表示できることを示唆している。これと同様な関係が他の試料形状でも得られている⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾。すなわち, $K_{ID}(\dot{a}, \ddot{a})$ 表示が異なる試料形状でも成立する可能性が示されている。

4. 結 言

円孔を有する PMMA 試料を用いて高速破壊実験を行った。き裂の加速, 減速, 再加速域における応力拡大係数 K_{ID} , き裂速度 $\dot{a}$, き裂加速度 $\ddot{a}$ を評価した。そして K_{ID} に及ぼす $\dot{a}, \ddot{a}$ の効果を検討した。またき裂長さ a および時間 t の影響を調べ, 以下の結果を得た。

(1) き裂が円孔間を通過することにより, $K_{ID}, \dot{a}$ 値は

増加, 減少, 再増加を生じた。

(2) K_{ID} は $\dot{a}$ のみの関数として一意的に表示できないこと, すなわち $K_{ID}-\dot{a}$ 関係に $\ddot{a}$ が影響を及ぼすことを確認した。

(3) K_{ID} と a, t に直接的な依存関係が存在しないことを確認した。

(4) き裂の加速, 再加速時において, $K_{ID}, \dot{a}$ が同一の場合, $\ddot{a}$ はほぼ同じ値になることを示した。

文 献

- (1) Yoffe, E. H., *Phil. Mag.*, **42** (1951), 739-750.
- (2) Kobayashi, T. and Dally, J. W., *ASTM STP* 627 (1977), 257-273.
- (3) Dally, J.W. and Shukla, A., *Eng. Frac. Mech.*, **13** (1980), 807-817.
- (4) Kobayashi, A.S. ほか 4 名, *Int. J. Fract.*, **30** (1986), 275-285.
- (5) Shukla, A. and Nigam, H. *Eng. Frac. Mech.*, **25** (1986), 91-102.
- (6) Dally, J. W. ほか 2 名, *Exp. Mech.* **30** (1990), 177-183.
- (7) Theocaris, P. S., *Int. J. Solids Structures*, **14** (1978), 639-653.
- (8) Beinert, J. and Kalthoff, J. F. (Sih, G. C. 編), *Mechanics of Fracture*, (1981), 281-330, Martinus Nijhoff Publishers.
- (9) Kalthoff, J. F. (Kobayashi, A. S. 編), *Handbook on Experimental Mechanics* (1987), 430-500, Prentice-Hall.
- (10) Knauss, W.G. and Ravi-Chandar, K., *Int. J. Fract.*, **27** (1985), 127-143.
- (11) Nishioka, T. ほか 3 名, *Eng. Frac. Mech.*, **39** (1991), 757-767.
- (12) Takahashi, K. and Arakawa, K., *Exp. Mech.*, **27** (1987), 195-200.
- (13) 新川和夫・高橋清, 機論, **53**-485, A(1987), 128-134.
- (14) Arakawa, K. and Takahashi, K., *Int. J. Fract.*, **48** (1991), 103-114.
- (15) 新川和夫・ほか 2 名, 機論, **63**-605, A (1997), 21-25.
- (16) Arakawa, K. ほか 2 名, *Int. J. Fract.*, **83** (1997), 305-313.
- (17) 高橋清・ほか 2 名, 九州大学応用力学研究所所報, No.48 (1978), 69-75.
- (18) 新川和夫・高橋清, 機論, **54**-500, A(1988), 718-722.
- (19) Arakawa, K. and Takahashi, K., *Int. J. Fract.*, **48** (1991), 245-259.
- (20) Takahashi, K. and Mada, T., *High-Speed Photography and Photonics*, SPIE 1802 (1993) 901-909.
- (21) Manogg, P., *Glastechnische Berichte* **39** (1966) 323-329.
- (22) 高橋清, 非破壊検査, **27**-10 (1978), 672-678.