軸対称加熱を受ける無限円柱の一般化された熱弾性問題の解析*

丁 曉 菲^{*1}, 古川 俊 雄^{*2}, 中 西 博^{*2}Analysis of the Generalized Thermoelastic Problem
in an Infinitely Long CylinderXiaoFei DING, Toshio FURUKAWA^{*3} and Hiroshi NAKANISHI^{*3} Kyoto Institute of Technology, Dept. of Mechanical and System Engineering,
Goshokaido-cho, Matsugasaki, Sakyo-ku, Kyoto, Kyoto, 606-8585 Japan

This work considers the one-dimensional thermoelastic problem in an infinitely long cylinder with free surface subjected to a symmetrically instantaneous heating on the basis of the generalized thermoelastic theories, i.e. the Lord-Shulman and the Green-Lindsay theories. The combined forms of the governing equations of both theories are used. The solution in the Laplace transform domain is derived analytically. In order to obtain the temperature and the thermal stress fields in the cylinder not only for short time but also for long time periods, the inverse Laplace transform is performed by use of numerical technique. The results based on the Lord-Shulman theory are shown graphically. The effects of the thermomechanical coupling and the relaxation time on the temperature and thermal stress are discussed.

Key Words: Elasticity, Thermal Stress, Stress Wave, Generalized Thermoelasticity, Cylinder, Numerical Inverse Laplace Transform

1. 緒 言

古典線形熱弾性理論では、等方等質の弾性体が熱的攪乱を受けると、その源から無限に離れた位置でも瞬間にその影響を受け、物理的な経験に矛盾している。そこで、熱波を有限速度とした理論、すなわち一般化された熱弾性理論が提案されている。1967年に Lord-Shulman は熱伝導のフーリエの法則を修正した熱波動モデルに基づいて、一つの緩和時間を持つ一般化された熱弾性理論⁽¹⁾を提案した。一方、1972年に Green-Lindsay はエネルギー方程式と Duhamel-Neumann の関係式を修正し、二つの緩和時間を導入することによって、一般化された熱弾性理論⁽²⁾を提案した。このほかにここ数年間で新しい理論がいくつか提案されている⁽³⁾。

これまでに、それぞれの一般化された熱弾性理論に対する解析は多く行われている⁽⁴⁾⁽⁵⁾。例えば、須見は特性曲線法を用いて有限板に対して Lord-Shulman 理論に基づく解析を行っている⁽⁶⁾。古川らは Lord-

Shulman 理論と Green-Lindsay 理論のどちらも取扱うことのできる一般化された熱弾性理論の基礎式⁽⁷⁾を用いて、穴を有する無限体⁽⁷⁾、無限円柱⁽⁸⁾、半無限体⁽⁹⁾の解析を行っている。積分変換法では厳密に逆変換を行うことが困難なことから、一般に短時間に対して解析的に逆変換されており、Ezzat も円筒領域に対して Green-Lindsay 理論に基づいた短時間解析を行っている⁽¹⁰⁾。そこで、本研究では応力波の反射を十分に繰返す時間に対する簡便で有効な方法として数値的に逆変換する方法を用いることにする。

本研究は軸対称加熱を受ける無限円柱の一次元問題に対して、二つの理論のどちらも取扱うことのできる一般化された熱弾性理論の基礎式を用いて、ラプラス像空間の解は解析的に求め、逆変換は数値的に行う。温度と応力に及ぼす温度場とひずみ場の連成の影響は、これまでの解析では十分ではないため、緩和時間の影響とともに連成の影響についても明らかにする。

2. 一般化された熱弾性理論の基礎式

温度場とひずみ場の連成と緩和時間を考慮すると、熱伝導方程式は

$$\kappa T_{,ii} - (T + t_0 T_{,t})_{,t}$$

* 原稿受付 1999 年 10 月 18 日。

^{*1} 京都工芸繊維大学大学院 (〒606-8585 京都市左京区松ヶ崎御所海道町)。^{*2} 正員、京都工芸繊維大学工学部。

E-mail: furukawa@ipc.kit.ac.jp

$$= \frac{\delta}{\xi \alpha} (\varepsilon_{kk} + \delta_{1k} t_0 \varepsilon_{kk,t})_{,t} \dots\dots\dots (1)$$

変位成分で表した運動方程式は

$$(\lambda + \mu) u_{j,ij} + \mu u_{i,jj} - \gamma (T + t_1 T_{,t})_{,i} = \bar{\rho} u_{i,tt} \dots\dots\dots (2)$$

応力-ひずみ-温度関係式は

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} - \gamma \delta_{ij} (T + t_1 T_{,t} - T_0) \dots\dots\dots (3)$$

で与えられる。ここで、 T は温度、 ε_{ij} はひずみ成分、 κ は温度伝導率、 α は線膨張係数、 $\xi = (1 + \nu)/(1 - \nu)$ 、 ν はポアソン比、 u_i は変位成分、 λ と μ はラーメの定数、 $\gamma = (3\lambda + 2\mu)\alpha$ 、 $\bar{\rho}$ は密度、 σ_{ij} は応力成分、 T_0 は初期温度、 t_0 と t_1 は緩和時間、 δ は連成係数で、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。コンマはそれに続く変数による微分を表す。また、Einstein の総和規約を用いている。これらの式において、 $\delta_{1k} = 1$ 、 $t_1 = 0$ とおくと、Lord-Shulman 理論の基礎式に、 $\delta_{1k} = 0$ とおくと、Green-Lindsay 理論の基礎式に一致する。

3. 軸対称加熱を受ける無限円柱

3.1 基礎式 一様温度 T_0 で無応力状態にある半径 a の無限円柱の表面が時刻 $t = 0$ の瞬間から温度 T_1 に上昇する問題を考える。

熱伝導方程式は式(1)より次のようになる。

$$\begin{aligned} \kappa \left(T_{,rr} + \frac{1}{r} T_{,r} \right) - (T + t_0 T_{,t})_{,t} \\ = \frac{\delta}{\xi \alpha} \left\{ u_{,r} + \frac{u}{r} + \delta_{1k} t_0 \left(u_{,r} + \frac{u}{r} \right)_{,t} \right\} \dots\dots (4) \end{aligned}$$

また変位で表した運動方程式は

$$u_{,rr} + \frac{1}{r} u_{,r} - \frac{u}{r^2} - \xi \alpha (T + t_1 T_{,t})_{,r} = \frac{1}{v_e^2} u_{,tt} \dots\dots\dots (5)$$

で与えられる。応力-変位-温度関係式は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \end{bmatrix} = 2\mu \begin{bmatrix} u_{,r} \\ \frac{u}{r} \end{bmatrix} + \lambda \left(u_{,r} + \frac{u}{r} \right) - \gamma (T + t_1 T_{,t} - T_0) \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 v_e は縦波の伝ば速度、 σ_{rr} と $\sigma_{\theta\theta}$ はそれぞれ半径応力、円周応力である。

3.2 ラプラス変換 以後の計算の便宜上、次の無次元量を導入する。

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{r}{a}, \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0}, \quad \beta = \frac{\kappa}{v_e a} \\ \tau &= \frac{v_e t}{a}, \quad \tau_0 = \frac{v_e t_0}{a}, \quad \tau_1 = \frac{v_e t_1}{a} \\ \begin{bmatrix} \bar{\sigma}_{rr} \\ \bar{\sigma}_{\theta\theta} \end{bmatrix} &= \frac{1}{\gamma (T_1 - T_0)} \begin{bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \end{bmatrix}, \quad U = \frac{u}{a \alpha (T_1 - T_0) \xi} \end{aligned} \dots\dots\dots (7)$$

式(7)を用いて、式(4)~(6)の無次元化を行い、さらに、初期条件

$$\tau = 0, \quad U = U_{,\tau} = 0, \quad \theta = \theta_{,\tau} = 0 \dots\dots\dots (8)$$

のもとでラプラス変換すると、以下の式が得られる。

$$\begin{aligned} \theta_{,\rho\rho} + \frac{1}{\rho} \theta_{,\rho} - \frac{(1 + \tau_0 p) p \theta^*}{\beta} \\ = \frac{\delta}{\beta} \left(U_{,\rho}^* + \frac{U^*}{\rho} \right) (1 + \delta_{1k} \tau_0 p) \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

$$U_{,\rho\rho}^* + \frac{1}{\rho} U_{,\rho}^* - \left(p^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) U^* = (1 + \tau_1 p) \theta_{,\rho}^* \dots\dots (10)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}_{rr}^* \\ \bar{\sigma}_{\theta\theta}^* \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 \\ \eta \end{bmatrix} \left(U_{,\rho}^* + \frac{U^*}{\rho} \right) + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} (\eta - 1) \frac{U^*}{\rho} \\ &\quad - (1 + \tau_1 p) \theta^* \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

ただし、 $\eta = \nu/(1 - \nu)$ 、*を付した量はラプラス変換された量を表し、 p は変換パラメータである。

式(9)、(10)より変位のみで表した微分方程式を得ることができ、それを解くと、

$$U^* = (1 + \tau_1 p) \{ A_1 \xi_1 I_1(\xi_1 \rho) + A_2 \xi_2 I_1(\xi_2 \rho) \} \dots\dots\dots (12)$$

が得られる。同様に温度に対して次式が得られる。

$$\theta^* = (\xi_1^2 - p^2) A_1 I_0(\xi_1 \rho) + (\xi_2^2 - p^2) A_2 I_0(\xi_2 \rho) \dots\dots\dots (13)$$

ただし、 A_1 、 A_2 は積分定数、 $I_i(\cdot)$ は i 次の第一種変形ベッセル関数である。また ξ_1 、 ξ_2 は特性方程式

$$\xi^4 - (B_0 p + B_1) p \xi^2 + \frac{(1 + \tau_0 p) p^3}{\beta} = 0 \dots\dots\dots (14)$$

の正根であり、

$$\begin{aligned} \xi_i^2 &= \frac{p}{2} \left[B_0 p + B_1 + (-1)^{i-1} \left\{ p^2 \left(B_0^2 - \frac{4\tau_0}{\beta} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 2p \left(B_0 B_1 - \frac{2}{\beta} \right) + B_1^2 \right\}^{1/2} \right] \quad (i=1, 2) \dots\dots (15) \end{aligned}$$

で与えられる。ただし、

$$B_0 = 1 + \frac{\tau_0 + \delta(\tau_1 + \delta_{1k} \tau_0)}{\beta}, \quad B_1 = \frac{1 + \delta}{\beta} \dots\dots\dots (16)$$

である。式(11)に式(12)を代入すると、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}_{rr}^* \\ \bar{\sigma}_{\theta\theta}^* \end{bmatrix} &= (1 + \tau_1 p) \begin{bmatrix} 1 \\ \eta \end{bmatrix} \{ A_1 \xi_1^2 I_0(\xi_1 \rho) \\ &\quad + A_2 \xi_2^2 I_0(\xi_2 \rho) \} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} (\eta - 1) \frac{U^*}{\rho} \\ &\quad - (1 + \tau_1 p) \theta^* \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

が得られる。

考えている問題から境界条件は

$$r = a; \quad T = (T_1 - T_0) H(t) + T_0, \quad \sigma_{rr} = 0 \dots\dots\dots (18)$$

となる。ただし、 $H(\cdot)$ はヘビサイドのステップ関数である。この式の無次元化を行い、さらにラプラス変換すると、

$$\rho=1; \quad \theta^*=\frac{1}{p}, \quad \bar{\sigma}_{rr}^*=0 \quad \dots\dots\dots (19)$$

となる。

式(13), (17)を式(19)に代入して, A_1, A_2 が次のように求められる。

$$A_1 = \frac{(\eta-1)\xi_2 I_1(\xi_2) + p^2 I_0(\xi_2)}{(c_1 - c_2)p} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$A_2 = -\frac{(\eta-1)\xi_1 I_1(\xi_1) + p^2 I_0(\xi_1)}{(c_1 - c_2)p}$$

ただし,

$$c_1 = (\xi_1^2 - \beta^2 p^2) I_0(\xi_1) \{ \xi_2^2 I_0(\xi_2) + (\eta-1) I_1(\xi_2) \xi_2 \}$$

$$c_2 = (\xi_2^2 - \beta^2 p^2) I_0(\xi_2) \{ \xi_1^2 I_0(\xi_1) + (\eta-1) I_1(\xi_1) \xi_1 \}$$

$$\dots\dots\dots (21)$$

式(20)を式(12), (13), (17)に代入することにより, ラプラス像空間における解を得ることができる。

3.3 数値ラプラス逆変換 関数 $f(t)$ のラプラス

Fig. 1 Temperature distribution ($\delta=0.02$)

Fig. 2 Radial stress distribution ($\delta=0.02$)

変換を $F(p)$ とすれば, 逆変換公式は Bromwich 積分

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{d-i\infty}^{d+i\infty} e^{pt} F(p) dp \quad \dots\dots\dots (22)$$

で表される。

本研究では, 応力波の反射が十分繰返される時間の解を求めるために, 逆変換は数値的に行う。数値逆変換に対する方法は多くあるが, ステップ関数に関連した計算を行うため, ラゲール多項式法に関連する Weeks の方法⁽¹¹⁾, フーリエ級数展開法に関連する Honig-Hirdes の方法⁽¹²⁾と細野の方法⁽¹³⁾を選び, ステップ関数に対する予備計算を行った。Weeks の方法では不連続部が明確に現れず, しかも大きな振動が現れた。Honig-Hirdes の方法では不連続部は明確に現れるが, 不連続部前後の値が原関数の値に対して 40%程度大きく現れた。細野の方法では不連続部が明確に現れ, 不連続部前後の値が 10^{-3} 程度の精度を持っていた。以上のことから, 本研究では細野の方法を採用することにする。細野の方法は式(22)の被積分関数中の指数関数 e^{pt} を双曲線関数を用いて

$$\frac{\exp(b)}{2 \cosh(b-p)} = e^p \{ 1 - e^{-2(b-p)} + e^{-4(b-p)} - \dots \} \quad \dots\dots\dots (23)$$

で近似することであり, 最終の解は以下の無限級数と形で表すことができる。

$$f(t) = \frac{e^b}{t} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{Im} \left\{ F \left(\frac{b + i(n-0.5)\pi}{t} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (24)$$

ただし, Im は虚数部を意味する。 b は近似の程度を決めるパラメータであり, おおよそ有効けた数に近い値となる。

Fig. 3 Hoop stress distribution ($\delta=0.02$)

4. 数値計算および考察

本研究では、数値逆変換法を用いるため、はじめに古川らの短時間解⁷⁾との比較を行った。文献(7)に対応して境界条件などを変更して、温度、変位、応力に対する計算を行った。応力波と熱波の波頭位置が明りょうに現れ、分布図全体の傾向も同じであった。応力波と熱波の波頭位置はそれぞれ6けたまで完全に合致しており、これらより本解析方法の妥当性が確認できる。

本研究における軸対称加熱を受ける円柱に対しては、Lord-Shulman 理論に基づいて $\nu=0.3$, $\beta=0.1$ として数値計算を行った。連成係数の影響を見るため $\delta=0$ について、また、古典理論と比較するため $\tau_0=0$ についても計算を行った。なお、式(23)における b を8とした。

Fig. 4 Temperature distribution ($\tau_0=0.02$)

Fig. 5 Radial stress distribution ($\tau_0=0.02$)

図1~3は緩和時間 τ_0 と時刻をパラメータとして、連成係数 $\delta=0.02$ の場合について、温度、半径応力と円周応力の半径方向分布を示したものである。図1の温度分布から、まず、古典理論($\tau_0=0$)の場合について述べる。時刻 $\tau=0.1$ では、表面から中心にかけて温度上昇があり、図2, 3に現れている応力波の波頭位置に対応して、 $\rho=0.9$ の付近で応力の急激な変化の影響により温度分布に乱れが生じている。すべての領域で最初の状態と異なっているのは、熱波の速度が無限大のためである。そして $\tau=0.3, 0.5$ においても、 $\tau=0.1$ の場合と同様に、応力波の波頭位置で曲線に乱れが生じている。次に、 $\tau_0=0.02$ の場合について述べる。 $\tau=0.1$ では、熱波の波頭位置 $\rho=0.78$ で大きな不連続が生じており、 $\rho<0.78$ では最初の状態のままである。また、応力波の影響により $\rho=0.9$ の付近で曲線に乱れが生じている。 $\tau=0.3$ では、熱波の波頭位置 $\rho=0.33$ での不連続量は小さいが、応力波の波頭位置で曲線の乱れは少し大きくなる。 $\tau=0.5$ では、熱波の波頭は中心を通過しており、不連続は生じないが、応力波の波頭位置で曲線の乱れが大きくなる。 $\tau_0=0.04$ の場合では、各時刻における熱波の波頭位置は表面側に近くなり、不連続量も大きくなっている。これは、緩和時間が大きくなることは熱波の速度が遅くなることに対応しているからである。次に、図2の半径応力分布から、まず、 $\tau_0=0$ の場合について述べる。 $\tau=0.1$ では、 $\rho=0.9$ の付近で大きな不連続が現れ、大きな圧縮応力となっており、応力波の波頭位置で、最大圧縮応力が生じている。 $\tau=0.3, 0.5$ では、 $\tau=0.1$ の場合と同様に、応力波の波頭位置で不連続が生じている。次に、 $\tau_0=0.02$ の場合について述べる。 $\tau=0.1$ では、応力波の波頭位置で圧縮応力が大きくなっている。また熱波

Fig. 6 Hoop stress distribution ($\tau_0=0.02$)

の波頭位置 $\rho=0.78$ で不連続が生じ、 $\rho<0.78$ で最初の状態のままである。 $\tau=0.3$ では、 $\tau=0.1$ の場合と同様に、応力波の波頭位置で圧縮応力が大きくなっているが、熱波の波頭位置で生じた不連続量は小さい。 $\tau=0.5$ では、応力波の波頭位置で圧縮応力が大きくなっているが、熱波の波頭位置での不連続は生じない。 $\tau_0=0.04$ の場合では、応力波の波頭位置でより大きな圧縮応力が生じる。熱波の波頭位置は表面側に近くなり、その不連続量も大きくなっている。また、図3の円周応力分布は、いずれの緩和時間、時刻においても、表面付近を除いて半径応力分布と同様な傾向にあるが、応力波の波頭位置での不連続量は半径応力に比べて小さく、最大圧縮応力も小さい。

図4～6は連成係数 δ と時刻をパラメータとして、緩和時間 $\tau_0=0.02$ の場合について、温度、半径応力および円周応力の半径応力分布を示したものである。図

4の温度分布から、まず、非連成($\delta=0$)の場合について述べる。時刻 $\tau=0.1$ では、熱波の波頭位置で大きな不連続が生じている。時刻 $\tau=0.3$ では、熱波の波頭位置での不連続量は小さい。また $\tau=0.5$ では、熱波の波頭は中心を通過しており、これによる不連続は生じない。次に、 $\delta=0.02$ の場合について述べる。時刻 $\tau=0.1$ では、全体的には $\delta=0$ の場合と同一線上に来るが、 $\rho=0.9$ の付近で温度分布の乱れが生じている。 $\tau=0.3, 0.5$ と時間が経過するにつれ、連成係数の影響が大きくなり、 $\delta=0$ の曲線とのずれが大きくなっている。 $\delta=0.04$ の場合では、連成係数の影響がさらに大きく現れている。次に、図5の半径応力分布から、まず、 $\delta=0$ の場合について述べる。 $\tau=0.1$ では、応力波の波頭位置で、最大圧縮応力が生じている。また熱波の波頭位置で不連続が生じている。 $\tau=0.3, 0.5$ では、 $\tau=0.1$ の場合と同様に、応力波の波頭位置で不

Fig. 7 Radial stress response at $\rho=0.5$ ($\delta=0.02$) Fig. 9 Radial stress response at $\rho=0.5$ ($\tau_0=0.02$) Fig. 8 Hoop stress response at $\rho=0.5$ ($\delta=0.02$) Fig. 10 Hoop stress response at $\rho=0.5$ ($\tau_0=0.02$)

連続が生じている。次に、 $\delta=0.02$ の場合では時間が経過するにつれ、連成係数の影響が大きくなり、 $\delta=0$ の曲線とのずれが大きくなっている。特に応力波の波頭位置で圧縮応力が小さくなっている。 $\delta=0.04$ の場合では、連成係数の影響がさらに大きく現れている。また、図6の円周応力分布は、いずれの連成係数、時刻においても、半径応力分布と同様な傾向にあるが、応力波の波頭位置での不連続量は半径応力に比べて小さく、最大圧縮応力も小さい。

図7, 8は緩和時間をパラメータとして、 $\delta=0.02$ の場合について、位置 $\rho=0.5$ での半径応力および円周応力の時間的変動を示したものである。図7から、 $\tau_0=0$ の場合について述べる。加熱の瞬間から、熱波の速度が無限大のために、応力が最初の状態と異なっている。応力波の波頭が到達する時刻ごとに、応力に急激な変化が生じている。次に、 $\tau_0=0.02$ の場合では、 $\tau<0.22$ では最初の状態のままであり、熱波の波頭が最初に到達する時刻 $\tau=0.22$ から応力の変動が生じる。熱波の波頭が二度め以後に到達する時刻においては、応力の変化はみられない。全体的には $\tau_0=0$ の場合と同一線上にくるが、応力波の波頭位置近傍で曲線にずれが生じており、波頭位置での応力は大きくなる。 $\tau_0=0.04$ の場合では、熱波の波頭が最初に到達する時刻はより遅くなり、緩和時間の影響がさらに大きく現れている。また、図8の円周応力では、いずれの緩和時間においても、半径応力と同様な傾向にあるが、応力波の波頭が到達する時刻ごとの応力の絶対値は半径応力に比べて小さい。

図9, 10は連成係数をパラメータとして、 $\tau_0=0.02$ の場合について、位置 $\rho=0.5$ での半径応力および円周応力の時間的変動を示したものである。図9から、 $\delta=0$ の場合について述べる。 $\tau<0.22$ では最初の状態のままであり、熱波の波頭が最初に到達する時刻 $\tau=0.22$ から応力の変動が生じる。応力波の波頭が到達する時刻ごとに、応力に急激な変化が現れる。熱波の波頭が二度め以後に到達する時刻においては、応力の変化はみられない。次に、 $\delta=0.02$ の場合では、全体的には $\delta=0$ の場合と同一線上に来るが、応力波の波頭位置で応力の絶対値が小さくなっており、時間が経過するにつれて、 $\delta=0$ の場合の曲線とのずれが大きくなる。 $\delta=0.04$ の場合では、連成係数の影響がさらに大きく現れている。また、図10の円周応力では、いずれの連成係数においても、半径応力と同様な傾向にあるが、応力波の波頭が到達する時刻ごとの応力の絶対

値は半径応力に比べて小さい。

5. 結 言

本論文は、軸対称加熱を受ける無限円柱の一般化された熱弾性問題に対して、Lord-Shulman 理論と Green-Lindsay 理論に共通した基礎方程式を用いて、ラプラス像空間の解を解析的に求め、逆変換は数値的に行った。表面に急激な温度上昇を受ける場合について、Lord-Shulman 理論に基づいて、応力波が数回反射するまで数値計算を行った。得られた結果は以下のように要約される。

(1) 温度場とひずみ場の連成の影響について

(a) 応力波の波頭が到達する時刻ごとに、応力に急激な変化が生じ、その応力の絶対値は連成係数が大きくなるにつれて小さくなり、時間が経過するにつれて連成係数の影響が大きくなる。

(b) 応力の急激な変化の影響による温度分布に乱れが生じ、連成係数が大きくなるにつれて乱れが大きくなる。

(2) 緩和時間の影響について

(a) 熱波の波頭が最初に到達する時刻から応力の変動が生じる。

(b) 緩和時間が大きくなるにつれて温度分布と応力分布の不連続量は大きくなるが、時間が経過すると小さくなる。応力波の波頭位置付近における応力の絶対値は緩和時間が大きくなるにつれて大きくなる。

文 献

- (1) Lord, H. W. and Shulman, Y., *J. Mech. Phys. Solids*, **15** (1967), 299-309.
- (2) Green, A. E. and Lindsay, K. A., *J. Elasticity*, **2-1**(1972), 1-7.
- (3) Hetnarski, R. B. and Ignaczak, J., *J. Thermal Stresses*, **22**(1999), 451-476.
- (4) Chandrasekharaiah, D. S., *Appl. Mech. Rev.*, **39-3**(1986), 355-376.
- (5) Ignaczak, J., *Appl. Mech. Rev.*, **44-9**(1991), 375-382.
- (6) 須見尚文, 機論, **64**-625, A(1998), 2257-2262.
- (7) Noda, N., Furukawa, T. and Ashida, F., *J. Thermal Stresses*, **12**(1989), 385-402.
- (8) 古川俊雄・野田直剛・芦田文博, 機論, **56**-523, A(1990), 631-636.
- (9) 古川俊雄・野田直剛・芦田文博, 機論, **56**-531, A(1990), 2270-2274.
- (10) Ezzat, M. A., *Int. J. Eng. Sci.*, **33**-14(1995), 2011-2220.
- (11) Weeks, W. T., *J. ACM*, **13**(1966), 419-426.
- (12) Honig, G. and Hirdes, U., *J. Comp. Appl. Math.*, **10** (1984), 113-132.
- (13) Hosono, T., *Radio Sci.*, **16**(1981), 1015-1019.