V 形切欠きを有する丸棒試験片の応力集中係数の推定法に対する ニューラルネットワークの応用*

藤 本 孝^{*1}, 西 谷 弘 信^{*2}

Application of a Neural Network to a Method for Evaluating K_t Values of V-Notched Cylindrical Specimens

Takashi FUJIMOTO^{*3} and Hironobu NISITANI

^{*3} Kyushu Sangyo University, Dept. of Mechanical Engineering,
Matsukadai 2-3-1, Higashi-ku, Fukuoka, Fukuoka, 813-8503 Japan

We propose a neural network technique for estimating precisely the stress concentration factor of specimens with arbitrary configuration parameters, based on the finite number of values obtained discretely by Body Force Method. The validity of values estimated by the neural network technique is checked and confirmed by treating a problem of 60 degrees V-notched cylindrical specimens under tension as an example. Finally, we make it clear how to select the rational training data necessary to train the neural network.

Key Words: Stress Concentration, V-Notched Cylindrical Specimen, Body Force Method, Neural Network, Function Approximation

1. 緒 言

実用部材の破壊はほとんどの場合が応力集中部を起点として生じる。したがって機械や構造物の安全性を確保するには、応力集中部からの破壊限界条件を試験片の強度に基づいて予測する必要がある。図 1 にき裂または切欠きをもつ実用部材の強度を試験片の強度に基づいて予測するための工学的手法を示す。き裂材に関するものはいわゆる線形破壊力学(線形き裂力学とよぶべきもの)であり、切欠き材に関するものは線形切欠き力学である⁽¹⁾。

図 1 から分かるように、試験片の強度から実用部材の強度を予測するには、試験片と実用部材の応力拡大係数 $K_I \sim K_{III}$ または応力集中係数 K_t が必要である。とくに試験片の $K_I \sim K_{III}$ や K_t を高精度で求めることが望ましい。

Fig.1 Conditions for occurrence of the same phenomena in two cracked bodies or two notched bodies; (Suffices 1 and 2 refer to specimens and real bodies, respectively.)

試験片の $K_I \sim K_{III}$ または K_t を求める数値計算手法として、有限要素法、境界要素法、体積力法などがある。なかでも体積力法⁽²⁾が高精度の解を与えることがよく知られている。2次元問題に関しては、体積力法による「2次元応力解析汎用プログラム⁽³⁾」が開発されているので、任意の形状パラメータの値に対して高精度の解(例えば精度を6桁まで保証)を容易に得ることができる。しかし、3次元問題に関しては、有限要素法や境界要素法など他の数値解法を用いる場合と同様に、体積力法においても数値計算に労力を要する。そのため $K_I \sim K_{III}$ や K_t の値としては、形状パラメータのとびとびの値に対するものしか求められていないのが実状であり、形状パラメータが任意の値であるときの値は補間によって推定せざるを得ない。

そこで本論文では、以上の点を考慮して、任意の形状パラメータに対する3次元問題の応力集中係数 K_t (Stress Concentration Factor, SCF)の補間値を精度よく求める方法を検討する。本研究の主な項目は次のとおりである。

1) 形状パラメータの有限個の値に対して体積力法を用いて求められた高精度の K_t の値から、形状パラメータの任意の値に対する K_t の値を精度よく推定する一般的な手法をニューラルネットワークを応用して確立すること

2) 60° V 形切欠きを有する丸棒を引張る問題を一例として取り上げ、ニューラルネットワークによる推

* 原稿受付 1999年8月19日。

^{*1} 正員, 九州産業大学工学部(〒813-8503 福岡市東区松香台2-3-1)。

^{*2} 名誉員, 九州産業大学工学部。

E-mail: fujimoto@ip.kyusan-u.ac.jp

定精度を検証すること

3) 学習データとして形状パラメータの有限個の値に対して計算された K_t の値が必要になる。その際の合理的な学習データの作成方法を明らかにすること

2. ニューラルネットワーク⁽⁴⁾

ニューラルネットワークは幅広い分野で利用されているが、その基本機能は入力データに対して所望の値を出力する関数としての機能である。また、指定した入力データに対して出力される値が所望の値すなわちターゲットデータに一致するように、そのネットワークの構成内容を学習によって修正できる点に特徴がある。学習を終えたネットワークは、入力データに対してターゲットデータを出力する連続関数となる。したがって、そのネットワークは学習に用いた入力データ以外の入力データに対しても妥当な補間値を出力する。

本研究では、2つの形状パラメータを入力データとして応力集中係数を出力するネットワークを作成する。そのネットワーク構成を図2に示す。

Fig.2 Network architecture

ネットワークは二つの中間層と一つの出力層の3層で構成され、中間層のニューロン数は $s1$ と $s2$ 、出力層のニューロン数は $s3$ である。入力 p は2つの形状パラメータを要素とするベクトル、 $a1$ と $a2$ はニューロン数に等しい次元をもつ中間層の出力ベクトル、 $a3$ は最終的な出力である応力集中係数である。ここで、重み $W1$, $W2$ と $W3$ は、それぞれの層における入力ベクトルの要素数とニューロン数に対応する次元をもつ配列である。バイアス $b1$, $b2$ と $b3$ は対応するニューロン数に等しい次元をもつベクトルである。また、中間層の伝達関数 $F1$ と $F2$ は、ネットワークに非線形性を持たせるため、また0から1の値をとる入力に対する写像領域を拡張あるいは制限するため、それぞれ正接シグモイド伝達関数と対数ジグモイド伝達関数とした。出力層の伝達関数 $F3$ は応力集中係数の出力

値が飽和しないように線形伝達関数とした。なお、これらはそれぞれの伝達関数を要素とする関数ベクトルである。

以上のようにネットワークを構成した後、重みやバイアスさらに伝達関数のパラメータに適当な初期値を与え、指定した入力データとターゲットデータからなる学習データに基づいてネットワークを学習させる。具体的には、各入力に対する出力値とターゲット値との誤差の自乗和が小さくなるように、重みとバイアスさらに伝達関数のパラメータを修正する。この手順を誤差の自乗和が指定した小さな値以下に収束するまで繰り返す。学習を終えたネットワークを用いて、任意の形状パラメータからなる入力ベクトル p に対する応力集中係数 $a3$ が求められる。まず、中間層の出力 $a1$ と $a2$ を

$$a1 = F1(W1 * P + b1), \quad a2 = F2(W2 * a1 + b2)$$

により求め、次に $a2$ を出力層の入力とみなせば応力集中係数 $a3$ は

$$a3 = F3(W3 * a2 + b3)$$

で計算される。

本研究で目標とする補間精度は、学習データとして与える有効桁数4桁の K_t 値の最終桁とする。このような高精度の補間を要求されるネットワークの学習には、Widrow-Hoffの学習則に基づく標準的な誤差の収束計算アルゴリズムは適用できない。その理由は収束が遅く、要求されている精度をほとんどの場合に達成できないからである。一方、LM(Levenberg-Marquardt)法^{(5), (6)}は計算時にコンピュータメモリを多く必要とするが、収束がきわめて速いために高精度の誤差目標の達成を必要とする問題に適している。ここで求めようとしているネットワークは、高い精度が要求されるが、150個程度の重みをもつ小規模なネットワークであるためコンピュータメモリもそれほど多くは必要としない。以上の観点から、学習プログラムにおける収束計算アルゴリズムとしてLM法を採用する。

ニューラルネットワークの学習計算および任意の形状パラメータに対する応力集中係数の補間値を求める計算を容易に行う手法として、ツール型の計算ソフトであるMathWork社のMATLAB/Neural Network Toolbox^{(7), (8)}を使用する。この計算ソフトを援用することにより、プログラムはきわめて簡単に記述できる。付録に、ニューラルネットワーク作成プログラムの全リストを示す。このソースプログラムは、学習データ部分だけを修正すれば、異なる荷重条件や開き角を有する切欠き試験片の問題に対しても適用できる。

3. ニューラルネットワークによる推定精度

図3に示す引張りを受ける 60° V 形切欠きを有する丸棒試験片を一例として取り上げ、ニューラルネットワークによる応力集中係数の推定精度を検証する。

西谷らはすでに、図3に示した試験片について66とおりの形状パラメータの組み合わせに対する応力集中係数 K_t を体積法で求めている。その結果を文献[9]より引用して表1に再掲する。ただし、形状パラメータは相対切欠き半径 $2\rho/D$ と相対切欠き深さ $2t/D$ の2つである。なお、 $2t/D=0$ および $2t/D=1$ となる極限の場合に対する応力集中係数 K_t の値を1として表中に追加している。

この例では、表1に示す形状パラメータと応力集中係数が、それぞれ入力データおよびターゲットデータである。また、ネットワークの1層目と2層目のニューロン数 s_1 と s_2 はそれぞれ10個、3層目 s_3 は1個とした。最適なニューロン数を一意的に決定する方法はないので、これらの個数は学習プロセスの中で試行錯誤的に決定した。また、ターゲットデータの4桁目まで完全に一致するように目標誤差を ± 0.0003 とした。したがって目標誤差の自乗和の値は目標誤差と全学習データ数が78個であることから $0.0003^2 \times 78$

$\approx 7 \times 10^{-6}$ と定めた。

図4に学習回数と誤差の自乗和の減少関係を示す。同図に示すようにネットワークを1000回まで繰り返して学習させているが、学習回数が約700回を経過した時点で指定した目標誤差がすでに達成されていることが分かる。推定精度を検証したところ、学習に用いた入力データに対するネットワークの出力値は、表1に示す78個の全てについて、与えられた有効桁数4桁の K_t 値に完全に一致している。このことは文献[10]の多項式近似法が1%程度の誤差を含むのに比べ、本方法がきわめて高精度であることを示している。

図5は作成されたネットワークを用いて求められた補間値をプロットした曲線である。ただし、補間曲線は $2t/D$ の値を0.02間隔の非常に小さな刻み幅で求めた補間値を用いて精密にプロットしたものである。補間曲線は滑らかで、高次の脈動成分を含んでいない。したがって、与えられた形状パラメータの全範囲で、オーバーフィッティングの問題は回避されていることが分かる。なお、同図における○印はネットワークを

Fig.3 A cylindrical bar with a 60° V-shaped notch under tension

Table 1 K_t values of a cylindrical bar with a 60° V-shaped notch under tension

$2t/D$	$2\rho/D$					
	0.03	0.05	0.1	0.2	0.5	1.0
0.0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.02	2.571	2.193	1.816	1.555	1.331	1.221
0.05	3.424	2.824	2.232	1.827	1.476	1.305
0.1	4.181	3.387	2.596	2.050	1.582	1.356
0.2	4.790	3.827	2.865	2.196	1.624	1.356
0.3	4.883	3.877	2.871	2.172	1.581	1.313
0.4	4.732	3.742	2.754	2.071	1.503	1.260
0.5	4.423	3.495	2.566	1.928	1.414	1.209
0.6	4.013	3.171	2.330	1.760	1.325	1.164
0.7	3.516	2.777	2.055	1.579	1.240	1.123
0.8	2.910	2.314	1.742	1.389	1.161	1.084
0.9	2.139	1.739	1.387	1.199	1.084	1.043
1.0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Fig.4 Sum squared error vs. Epoch number

Fig.5 SCF of the 60° V-notched specimen by the neural network evaluation

学習する際に用いたターゲットデータすなわち表 1 で与えられた応力集中係数 K_t の値を示している。

4. 合理的な学習データの作成方法

ニューラルネットワークの学習において、学習データの取り方がネットワークの学習効率や推定精度に密接に関係することが予想される。そのような観点から、学習データの合理的な作成方法を検討する。

4・1 抽出削除点による検討 表 1 の全データから $2t/D=0.5$ の 1 行および $2t/D=0.02$ の 1 行をそれぞれ抽出削除したデータに基づいてニューラルネットワークを学習させ、それぞれのネットワークを用いて抽出削除点の補間値を求めて真値と比較した結果を図 6 と表 2 および図 7 と表 3 に示す。図における○印はネットワークを学習する際にターゲットデータとして用いた点で、×印は抽出削除した形状パラメータを学習後のネットワークに入力して推定した応力集中係数の値である。

表 2 に示すように、 $2t/D=0.5$ の場合には誤差は -0.01% 以下できわめて精度よく推定されている。一方、 $2t/D=0.02$ の場合には表 3 から分かるように誤差は 8% に達している。これは、相対切欠き深さと相対切欠き半径が小さい領域すなわち応力集中係数の変化率が大きくなる領域では、精度を保証するために多くの学習データ点が必要であることを示している。

4・2 関数プロフィールによる検討 形状パラメータに対する応力集中係数の関数プロフィールを概観するため、その鳥瞰図と等値線図をそれぞれ図 8 と図 9 に示す。これらの図は、形状パラメータの全領域を 50×50 の等間隔メッシュで離散化したデータ点に対するニューラルネットワークの出力補間値を用いて作成されている。なお、ここで使用したニューラルネットワークは、学習データとして表 1 に示したすべての形状パラメータを用いて作成されたものである。

図 8 より応力集中係数の関数プロフィールは局所的に急峻であることが分かる。図 9 および前節の検討結果から明らかなように、等値線密度が高い領域すなわち相対切欠き半径 $2p/D$ が 0.2 以下の領域では、学習データの個数を多くとる必要がある。しかし、単に関数プロフィールから視察と直感によって合理的な学習データ点を選定することは困難である。そこで、関数プロフィールを考慮した客観的な学習データの作成方法を次節で検討する。

4・3 座標変換による平滑化 一般的に平滑な関数であれば、その学習データは関数の定義領域内で

Fig.6 Estimation of SCF at the eliminated points ($2t/D = 0.5$)

Table 2 Estimation Error ($2t/D = 0.5$)

$2p/D$	0.03	0.05	0.1	0.2	0.5	1.0
true value	4.423	3.495	2.566	1.928	1.414	1.209
estimation	4.423	3.496	2.566	1.928	1.414	1.209
error (%)	0.00	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00

Fig.7 Estimation of SCF at the eliminated points ($2t/D = 0.02$)

Table 3 Estimation Error ($2t/D = 0.02$)

$2p/D$	0.03	0.05	0.1	0.2	0.5	1.0
true value	2.571	2.193	1.816	1.555	1.331	1.221
estimation	2.365	2.060	1.723	1.502	1.299	1.197
error (%)	8.015	6.052	5.144	3.423	2.419	1.949

均一(等間隔)に分布するように選定すればよい。そこで、座標変換を導入して、応力集中係数のプロフィールの平滑化を試みた結果が図 10 と図 11 である。ただし、 $2t/D$ 軸を $\sqrt{2t/D}$ に、また $2p/D$ 軸を常用対数 $\log_{10}(2p/D)$ に変換している。図 11 の等値線図から明らかなように、変換後のプロフィールはきわめて平滑である。

以上の結果より、合理的な学習データの作成方法は以下のように要約できる。

- 1) $2t/D$ 軸を $\sqrt{2t/D}$ に、また $2\rho/D$ 軸を常用対数 $\log_{10}(2\rho/D)$ に変換する。
- 2) 座標変換後の領域でデータ点を均一(等間隔)に分布するように指定する。
- 3) 指定した座標値を変換前の座標値に戻すために逆変換する。

表1すなわち文献[9]で与えられた形状パラメータの組み合わせは、試行錯誤的に選定されたものであるが、ここで示した座標変換による平滑化の観点からみて合理的に選定されていることが確認された。

5. 結 言

一般に局所的に大きく変化する関数を、一つの多項式関数で近似することは困難である。なぜなら、急激な変化を近似するために高次項を導入する必要があるが、関数の平坦部分で高次項の影響による脈動現象すなわちオーバーフィッティングが生じるからである。すでに、ここで取り扱ったと同様な形状パラメータに対する応力集中係数の多項式近似を試みた報告⁽¹⁰⁾がなされているが、やはりこの問題に直面している。解決策として、形状パラメータの領域を7個に分け、それぞれに対応する近似多項式を導いている。しかし、ここで示したニューラルネットワークによる方法は、単一のネットワークを構成するだけでよく、しかもオーバーフィッティングの問題を回避できる利点がある。

文献[9]で報告されているねじりや曲げを受ける場合の応力集中係数の関数プロフィールを調べると、それらは引張りを受ける場合にきわめて類似している。そのため荷重条件の異なるこれらの問題に対してもニューラルネットワークによる推定法が適用できる。紙面の都合で詳述できないが、以上のことを確認している。

本研究で得られた結果を要約すると以下のとおりである。

- 1) 体積力法を用いて計算された有限個の高精度の K_t 値を学習データとして、形状パラメータの任意の値に対する K_t 値を精度よく推定するニューラルネットワークの作成手法を確立した。
- 2) 60° V形切欠きを有する丸棒を引張る問題を一例として取り上げ、ニューラルネットワークによる推定精度を検証し、全てのターゲットデータに対して与えられた有効桁数4桁が完全に一致することを確認した。
- 3) 座標変換による平滑化処理を導入して、ニューラ

Fig.8 Bird's-eye view of K_t values

Fig.9 Contour plots of K_t values

Fig.10 Bird's-eye view of K_t values after coordinate transformation

Fig.11 Contour plots of K_t values after coordinate transformation

ルネットワークを作成する際に必要になる学習データの合理的な作成方法を明らかにした。

4) 曲げやねじりなど荷重条件の異なる問題に対してもニューラルネットワークによる推定法が適用できることを確認した。

5) 入力データさえ記述すれば、異なる条件の問題に対してもニューラルネットワークを作成できるソースプログラムを示した。

文 献

- (1) 西谷, き裂における応力拡大係数に相当する切欠きにおける応力場の尺度, 機論, 48-447, A(1983), 1353-1359.
- (2) Nisitani, H. and Chen, D. H., Body force method and its applications to numerical and theoretical problems in fracture and damage, Computational Mech., 19, (1997), 470-480.
- (3) 西谷・陳・才本, 体積力法による二次元応力解析汎用プログラム, (1994), 培風館.
- (4) Haykin S., Neural network, Prentice Hall, 2nd ed., (1999), 156-251.
- (5) Hagan, M. T. and Menaj, M., Training feedforward networks with the Marquardt algorithm, IEEE Trans. on neural networks, 5-6, (1994), 989-993.
- (6) Foresee, F. D. and Hagan, M. T., Gauss-Newton approximation to Bayesian regularization, Proc. of the 1997 Int. Joint Conf. on Neural Networks, (1997), 1930-1935.
- (7) The Mathworks, Inc., Using MATLAB in MATLAB 5 Documentation, Ver. 5.2 (1996).
- (8) The Mathworks, Inc., Neural Network Toolbox in MATLAB 5 Documentation, Ver. 5.2 (1996).
- (9) Nisitani, H. and Noda, N., Stress concentration of a cylindrical bar with a V-shaped Circumferential groove under torsion, tension or bending, Engng. Fract. Mech. 20-5/6, (1984), 743-766.
- (10) 野田・高瀬・神崎・西谷, 切欠き形状の全範囲に対して正確な応力集中係数を与える計算式, 機論, 64-625, A(1998), 2251-2256.

【付録】ニューラルネットワーク作成プログラム

リスト1にニューラルネットワーク作成プログラムを示す。このプログラムは、入力データ部分を修正するだけで、異なる荷重条件や開き角を有する切欠き試験片の問題に対しても適用できる。また、リスト2に、学習後のネットワークを用いて、任意の形状パラメータに対する応力集中係数を推定するためのプログラムを示す。なお、ネットワークの学習に要する計算時間は、たとえば CPU が Pentium(266MHz)のパソコン

では10分程度かかるが、学習済みのネットワークを用いて1個の応力集中係数を推定するのに要する計算時間は約0.06秒ときわめて短い。

以下に、データ部分の記述方法について簡単に解説する。表1に示した形式で作成した学習データ表に基づいて、リスト1の1行目と2行目の変数 p, q には、相対切欠き半径 $2p/D$ と相対切欠き深さ $2t/D$ の値を並べる。ただし、区切り記号として間にスペースを入れる。3行目から15行目に亘る変数 t には、ターゲットデータとして応力集中係数 Kt の値を表1に基づいて並べる。 $s1$ と $s2$ は中間層のニューロン数であり、標準値として10を入れているが、学習プロセスの中で試行錯誤的に変更可能である。27行目の `net.trainParam.goal` は目標誤差の自乗和の値であり、求め方は本文の第3節を参照されたい。

リスト2の1行目と2行目の変数は、それぞれ推定しようとするデータ点の $2p/D$ と $2t/D$ の値である。

List 1 Program list for network training

```
p=[0.03 0.05 0.1 0.2 0.5 1.0];
q=[0.0 0.02 0.05 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0];
t=[ 1.0 1.0 1.0 1.0 1.0 1.0 ...
    2.571 2.193 1.816 1.555 1.331 1.221 ...
    3.424 2.824 2.232 1.827 1.476 1.305 ...
    4.181 3.387 2.596 2.050 1.582 1.356 ...
    4.790 3.827 2.865 2.196 1.624 1.356 ...
    4.883 3.877 2.871 2.172 1.581 1.313 ...
    4.732 3.742 2.754 2.071 1.503 1.260 ...
    4.423 3.495 2.566 1.928 1.414 1.209 ...
    4.013 3.171 2.330 1.760 1.325 1.164 ...
    3.516 2.777 2.055 1.579 1.240 1.123 ...
    2.910 2.314 1.742 1.389 1.161 1.084 ...
    2.139 1.739 1.387 1.199 1.084 1.043 ...
    1.0 1.0 1.0 1.0 1.0 1.0 ];
p0=[0 1; 0 1];
pin=[];
for iter=1:length(q)
    pin=[pin [p; q(iter)*ones(1,length(p))]];
end
s1=10;
s2=10;
net=newff(p0,[s1 s2 1],{'tansig','logsig','purelin'},'trainbr')
net.trainParam.show=50;
net.trainParam.epochs=1000;
net.trainParam.goal=7e-6;
net=train(net,pin,t)
save weight net
```

List 2 Program list for evaluating Kt value of the specimen with an arbitrary configuration parameter

```
load weight
p=0.2;
q=0.3;
pin=[p q]';
Kt=sim(net,pin)
```