小球衝突に対するセラミックス部材の破壊形態と強度特性について*

岡部 永年^{*1}, 高橋 学^{*1}
森澤 希^{*2}, 伊藤 洋茂^{*3}Fracture Morphology and Strength Properties of Ceramics Subjected
to Collision of a Small BallNagatoshi OKABE^{*4}, Manabu TAKAHASHI,
Nozomi MORISAWA and Hiroshige ITOH^{*4}Ehime University, Dept. of Mechanical Engineering,
3 Bunkyo-cho, Matsuyama, Ehime, 790-8577 Japan

In order to clarify the conditions for fracture morphology of monolithic ceramics subjected to a solid particle collision, the stress analysis of ceramic circle plate subjected to compressive contact load by a small ball was carried out for the various circle plate thicknesses. The maximum stresses of three critical points were compared in the relation with the plate thickness. As fracture criteria the stress intensity factor on the basis of stress distribution were analyzed for each critical points. The behaviors of fracture morphology depending to the plate thickness were successfully clarified by estimating K_I for fracture criteria. On the basis of small ball collision test results, the collision velocity, which converted from impact load, can express the conditions for the fracture morphology. The critical collision velocity is found to change depending to plate thickness and fracture toughness of ceramics.

Key Words: Ceramics, Impact Strength, Contact Problem, Fracture Criterion, Ring Crack Initiation, Contact Stress, Collision Velocity, Fracture Morphology

1. 緒 言

SiC や Si_3N_4 などのファインセラミックスは、その耐熱性、耐磨耗性、耐食性あるいは高温強度特性など、従来の金属材料にない優れた特性を有する材料である。そのため、高効率化が図られようとしているガスタービンの動・静翼や燃焼器などの高温部材として、セラミックスの適用が大いに期待されている^{(1),(2),(3)}。しかし、セラミックスは脆性材料であるので、韌性に乏しいため、ガスタービンにおいては不可避免的な固体異物混入に対する強度信頼性の観点からそれら固体異物の高速衝突に対するセラミックス部材の健全性・安全性の定量的評価が不可欠である。これに関する研究としては、Evans⁽⁴⁾、松井⁽⁵⁾、浜田^{(6),(7),(8)}をはじめとする小球衝突の実験研究があるが、未だ、その解析・評価法が設計に考慮できる段階にないのが現状である。筆者らも、これまで小球衝突装置により SiC や Si_3N_4 の衝突損傷下限あるいは限界衝突速度と機械的性質との関係について実験的に明らかにしてきた^{(9),(10)}。しかし、これらの研究成果を構造設計や材料開発に適用するには、その破壊機構を含めた解析的検討を通して普遍的な衝撃破壊クライテリアを究明する必要がある。そこで、本研究では、異物衝突によるセラミックス

部材損傷や破壊機構の究明の一環として、小球衝突条件下での円板部材の力学的挙動に対して、有限要素法による静的モデル解析を行った。小球衝突による動的たわみ変形挙動には、最大衝撃力の発生時点に対して時間遅れが生じる。しかし、「最大衝撃力に対する動的最大たわみは静的たわみに等しい」という仮定を行い、静的解析と衝撃理論とから、円板板厚を媒介変数として、小球衝突による最大衝撃力と衝突速度との関係を導出した。この関係をもとに、セラミックスの衝突破壊強度の板厚依存性および破壊靱性値を考慮して、破壊限界速度および破壊形態について破壊力学観点から検討した。

2. 解 析

円周部を支持した直径40mmの円板中央に直径1mmの小球の接触荷重を想定し、軸対称問題として有限要素法解析を行った。円板の板厚は1, 1.55, 2, 3, 5, 9, 10mmの7種類とした。解析には図1のようなモデルを考える。境界条件として、円板外周より0.5mm内部

Fig.1. Schematic diagram for ring crack.

* 原稿受付 2000 年 1 月 20 日.

^{*1} 正員, 愛媛大学工学部 (☎ 790-8577 松山市文京町 3).^{*2} (株) ミロク製作所 (☎ 783-0006 南国市篠原 537-1).^{*3} 正員, (株) 東芝重電技術研究所 (☎ 230-0045 横浜市鶴見区末広町 2-4).

E-mail: okabe@enl.ehime-u.ac.jp

を円形断面のリング部材での支持とし、円板中心に球を押し込んだその時の押し込み荷重を接触荷重 F とした。試験材として材料の破壊靱性値の違いによる破壊

Fig.2. Analysis model for contact problem and dummy elements.

Fig.3. Relationship between normalized contact stress and distance from the contact center against various plate thicknesses.

Fig.4. Relationship between normalized contact stress and depth of plate thickness direction from the contact surface against various distances of ball radius direction.

形態への影響を調べるため円板に SiC および Si_3N_4 、小球には円板と同じ Si_3N_4 を用いた。それらの材料定数を表 1 に示す。図 2 は有限要素モデルのメッシュ図の一例を示す。ここで、小球と円板での節点において、小球が円板を押し込んでいく過程で、対向する節点同士が接触していくのを判断できるように、解析上の仮想材料 ($E=10000\text{MPa}$, $\nu=0.001$) を挟んだ解析モデルとした。

解析方法としては、小球中心に強制変位 u を与えて応力解析を行い、各クリティカル部位（接触境界部、接触荷重中心直下部、最大引張曲げ応力部）の応力分布を求めるとともにそのときの接触圧縮荷重 F を支持部材の円形断面リングの固定端接点から求めた。円板厚 h や小球径 d が異なる場合には、接触圧縮荷重 F が異なるので、同一荷重条件での応力状態の比較としては、 F と u の関係をもとに、小球に与える強制変位 u を決定した。

各衝突破壊モードにおける限界速度 V_c としては、筆者ら⁽¹⁰⁾が小球衝突実験で明らかにしている衝突速度 V と衝突荷重 F との関係をもとに破壊力学の観点から解析的に評価した。

Table 1 Material constants of SiC and Si_3N_4 .

	Young's modulus E (MPa)	Poisson's ratio ν	Fracture toughness K_{IC} (MPa·m ^{1/2})
Si_3N_4	304000	0.28	6.4
SiC	300000	0.28	4.0

3. 解析結果

3.1 各クリティカル部位での応力分布

3.1.1 接触境界応力 板厚 $h > 2\text{mm}$ では、接触応力 $\sigma_r(r,0)$ は、接触中心より半径方向 r に対して、図 3 のような基準化応力 ($\sigma_r/\sigma_{r,max}$) 分布を示す。ここで、基準応力 $\sigma_{r,max}$ は接触境界 $r=a$ の最大引張応力 $\sigma_{r,max}(a, z|_{z=0})$ である。基準化応力は接触境界 $r=a$ で最大値を示し、半径方向に離れるとともに急速に低下する。ここで、接触境界の半径 a は

$$a = \left[\frac{3}{4} \frac{d}{2} F \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right) \right]^{1/3} \quad (1)$$

のように与えられる⁽¹¹⁾。添字 1,2 はそれぞれ平板および球を表す。この $\sigma_{r,max}(a, z|_{z=0})$ は板厚 h が薄くなるほど、低下する。一方、 $h < 2\text{mm}$ では、 h が薄くなるほど、 $\sigma_r(r, z|_{z=0})$ は接触圧縮荷重 F による円板の撓みによる曲げ応力（以下、単に曲げ応力と記す）の圧縮側応力の影響が大きくなる。したがって、圧縮側応力の重量により、接触境界での $\sigma_{r,max}(a, z|_{z=0})$ は圧縮応力になってしまう。また、この接触応力 $\sigma_r(r,z)$ は図 4 のように極表層部で引張りから圧縮へ急峻に低下する。この基準化応力の勾配 $\bar{A}(r)$ は $\sigma_{r,max}(a,z)$ が大きいほど急峻となり、半径方向へ遠ざかるほど減少する。なお、応力勾配 $\bar{A}(r)$ の次元は $1/\text{mm}$ である。

Fig. 5. Relationship between contact stress and depth of plate thickness direction from the contact surface beneath the center of contact.

Fig. 6. Relationships between each maximum contact stress and plate thickness.

3.1.2 接触直下応力 接触面の中心（半径方向距離 $r=0$ ）直下における深さ z 方向の $\sigma_r(0,z)$ 分布を図 5 に示す。 $h \leq 3\text{mm}$ での $\sigma_r(0,z)$ 挙動は接触表面近傍の引張応力成分が曲げ応力成分によって打ち消される傾向にあり、曲げ応力が支配的になっているのが明瞭に認められる。一方、 $h \geq 5\text{mm}$ での曲げ応力の影響は極めて小さくなり、無視できるものと推察される。

3.1.3 各クリティカル部位の最大応力と板厚の関係

以上は強制変位 $u=0.05\text{mm}$ の場合の各部位における接触応力と曲げ応力の重畳応力分布を示したが、セラミックス円板の板厚 h 厚くなると、各重畳応力は接触応力 σ_r に支配され、逆に薄くなると曲げ応力 σ_b に支配される。それゆえ、同一強制変位でも曲げ剛性の大きさにより接触圧縮荷重は異なってくる。すなわち、 $h \geq 5\text{mm}$ では接触応力 σ_r が支配的になり、曲げ応力の影響は小さくなり無視できる。いずれの場合も、接触圧縮荷重 $F=1100\text{N}$ になるように荷重条件を一定に揃えて、各クリティカル部位の最大重畳応力と板厚の関係を示すと、図 6 のようになる。この重畳応力を比較

することによる評価では、接触直下での破壊は生じないことになり、応力値による評価では実際には生じる接触直下での破壊を説明付けられないことがわかる。そこで、破壊力学的評価が不可欠となる。

3.2 各部位での応力拡大係数

3.2.1 接触境界部 接触境界部板表面に潜在微小欠陥として半円板き裂を仮定すると、き裂先端での応力拡大係数 K_I は⁽¹²⁾

$$K_I = 2\sqrt{\frac{c}{\pi}} \int_0^c \frac{\sigma_r(r,z)}{\sqrt{c^2 - z^2}} dz \quad (2)$$

として表される。なお、円周 θ 方向の応力 σ_θ は後述するき裂長さに対し平行な応力であるため、き裂進展にはほとんど関与しないので、本研究ではこの応力 σ_θ は無視する。

そこで、接触球の球径 $2R$ が異なると、同一強制変位 u に対する圧縮荷重 F は異なるため、 $\sigma_r(r,z)$ に対して $\sigma_{r,\max}(r,0)$ で規準化し、さらに、深さ z を球の半径 R の無次元値 $\tilde{z} (=z/R_0; R_0$ は単位球半径) の $1/3$ 乗の値で基準化することにより接触応力 $\sigma_r(r,z)$ を

$$\sigma_r(r,z) = \sigma_{r,\max}(r,0) \left(\tilde{A}(r) \tilde{z} / \tilde{R}^{1/3} + 1 \right) \quad (3)$$

$$(0 \leq z \leq 0.05)$$

のように直線近似でき、球径および接触荷重に依らない応力勾配 $\tilde{A}(r)$ が得られる⁽¹⁴⁾。一方、任意の球径でも、半径方向 r の位置における応力勾配 $\tilde{A}(r)$ は接触境界 $r=a$ において最大となる応力勾配を $A(a)_{r,\max}$ で正規化すると、接触境界半径 a での正規化半径 r/a との間に、

$$\tilde{A}(r) = A(a)_{r,\max} \exp\left\{ -B(r/a - 1)^\alpha \right\} \quad (4)$$

のような関係が成り立ち、半径方向 r の位置における応力勾配 $\tilde{A}(r)$ は球径 $2R$ に依存せず接触境界半径 a 位置での応力勾配 $A(a)_{r,\max}$ から r の関数として式(4)で推定できることを著者らの報告⁽¹⁴⁾で既に明らかにしている。ここで、解析結果より $B=2.7$, $\alpha=0.32$ である。

したがって、き裂先端での応力拡大係数 K_I は

$$K_I(r,z) = 2\sqrt{\frac{c}{\pi}} \int_0^c \frac{\sigma_{r,\max}(r,0) \left(\frac{\tilde{A}(r)}{\tilde{R}^{1/3}} z + 1 \right)}{\sqrt{c^2 - z^2}} dz \quad (5)$$

$$= 2\sqrt{\frac{c}{\pi}} \sigma_{r,\max} \left\{ \frac{A(a)_{r,\max} c}{\tilde{R}^{1/3}} \exp\left\{ -B(r/a - 1)^\alpha \right\} + \frac{\pi}{2} \right\}$$

のように表わせ、応力勾配と表面き裂長さに依存した式に変形できる。なお、この K_I 算定範囲は式(3)の応力分布近似範囲と同等である。また、応力勾配 $\tilde{A}(r)$ は式(4)に示すように半径方向距離 r に依存するため、最終的に半径方向距離 r と表面き裂長さ c に依存する⁽¹⁴⁾。

そこで、半径方向距離 r に対し、各表面き裂長さ c に対する応力拡大係数 K_I の分布を半径方向距離 $r=a$ の最大応力拡大係数 $K_{I,\max}$ で基準化すると、図 7 のようになる。ついで、半径方向距離 r における $K_I/K_{I,\max}$ が最大値となる点を取ったのが図 8 であり、その極大値は $r=1.15a$ 近傍である。一方、図 9 は板厚 h に対し最大となる応力拡大係数 $K_{I,\max}$ を求めたもので、接触境

界領域での応力分布下での初期半円板き裂の $K_{I, \max}$ に及ぼす板厚 h の影響を示し, $h \geq 5\text{mm}$ では一定になる.

3.2.2 接触荷重直下部 セラミックス部材表面に存在する潜在欠陥には, 半径方向の引張応力とせん断応

Fig.7. Distributions of normalized stress intensity factor against various crack lengths.

Fig.8. Relation of maximum stress intensity factors and radius distance from the center of contact.

Fig.9. Relationship between maximum stress intensity factor and plate thickness.

力が作用する. このように, 潜在欠陥に作用する多軸応力は, 多軸破壊モードに対して破壊モード I の等価な応力拡大係数での評価を考えたときの等価垂直応力は

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_r^2 + \frac{4\tau_r^2}{(2-\nu)^2}} \quad (6)$$

として表すことができる. 図 10 は, 潜在欠陥を表面半円板き裂と仮定した式(2)より, 接触円直下の板厚 h に対する深さ方向の K_I 分布を示す. 解析に用いた全ての板厚において, 板厚方向にき裂が長いほど, まず, き裂先端の応力拡大係数は増していき, き裂長さ 0.1 ~ 0.2mm 付近で極大値 $K_{I, \max}$ を示した後, 低下する. そこで, 接触円直下の $K_{I, \max}$ と板厚 h の関係を図 11 に示す. 板厚 10mm まで飽和傾向を示しながらも板厚の増大とともに大きくなる傾向を示した.

3.2.3 最大引張曲げ応力部 図 12 は最大引張曲げ応力が生じた位置に潜在欠陥として, 深さ z 方向に長さ c の表面半円板き裂を仮定し, 各板厚 h をパラメータ

Fig.10. Relationship between stress intensity factor and crack length beneath the contact periphery.

Fig.11. Relationship between maximum stress intensity factor and plate thickness beneath the contact periphery.

として、式(2)を用いて求めた深さ z 方向の K_I 分布を示す。また、図 13 は最大引張曲げ応力側の潜在半円板き

Fig.12. Relationship between stress intensity factor and crack length against tensile element of bending stress.

Fig.13. Relationship between maximum stress intensity factor and plate thickness against tensile element of bending stress.

Fig.14. Relationship between stress intensity factor and plate thickness considering fracture toughness of Si_3N_4 and SiC .

裂の $K_{I,max}$ に及ぼす板厚 h の影響を示す。 $K_{I,max}$ は板厚 $h \leq 1.4\text{mm}$ まで急峻に低下し、 $h \geq 1.4\text{mm}$ では緩やかに低下する傾向がある。

以上のように求めた応力拡大係数 $K_{I,max}$ と板厚 h の関係を接触荷重 1100N の場合について、図 14 に示す。図中の水平な線は Si_3N_4 、 SiC の破壊靱性値をそれぞれ示す。すなわち、 $K_{I,max}$ の値が各材料 Si_3N_4 、 SiC の破壊靱性値 K_{IC} に達した時点にて、板厚 h に依存した破壊形態で破壊することになる。

このように、球で円板に接触荷重を与えた場合、最終破壊形態としては、板厚が薄ければ曲げ応力破壊が支配的 (Type I) となり、逆に板厚が厚ければ接触応力破壊が支配的 (Type II) となる 2 つの形態に大別できる。この場合であると、板厚が $2\text{mm} < h < 3\text{mm}$ のとき、板表面にリングクラックが発生した後、曲げ応力破壊する Type I になるか、接触応力破壊をする Type II になるかである。すなわち、最終破壊形態としては、 $h < 2.5\text{mm}$ では曲げ応力破壊で、 $h > 2.5\text{mm}$ では接触応力破壊をすることになる。

3.3 限界衝突速度

3.3.1 衝突速度 V_0 と最大衝撃力 F_{max} 小球衝突試験における円板の動的たわみ変形挙動による最大変形状態は、最大衝撃力 F_{max} に対して時間遅れがあるが、静的最大たわみ変形状態に、ほぼ、等しい状態となると仮定し、以下のように小球衝突現象に対して理論的検討を行った。

質量 m の小球が均一な厚さ h の平板に対して垂直速度 V で衝突したとき、衝突点より距離 r の部分に発生するインパルス P は次式のように与えられる。⁽¹⁵⁾

$$P(t) = \int_0^t F(t) dt = F_{max} \bar{e} \quad (7)$$

$$= \int_0^t (C\rho h)(2\pi r)V dr = CmV(1 + \bar{e})$$

したがって、最大衝撃力 F_{max} としては、ある任意インパルス時間 $\bar{e}$ に対して

$$F_{max}/m = 0.036(1 + \bar{e})V \quad (8)$$

Fig.15. Relationship between collision velocity and collision load divided by mass of a ball.

の関係で与えられることになる。図 15 は Si_3N_4 平板に対する小球衝突試験結果を $F_{\max}/m$ と V の関係で示したものであり⁽¹⁰⁾、この関係は式(8)によりよく推定できている。推定値に対するデータのばらつきはセラミック

Fig.16. Relationship between impact parameter and plate thickness.

Fig.17. Relationship between normalized impact load and plate thickness.

Fig.18. Relationship between stress intensity factor and collision velocity.

ス中の潜在表面欠陥のばらつきに依存するものである。したがって、本理論検討における仮定の妥当性はあると考えられる。なお、式(8)中の $\bar{e}$ は横衝撃の復元係数⁽¹⁵⁾であり、次式の

$$\bar{\lambda} = \frac{\pi^{\frac{3}{2}}}{3^2} \left(\frac{d}{2h} \right)^2 \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^{\frac{3}{2}} V^{\frac{1}{2}} \left(\sqrt{\frac{E_1}{\rho_1(1-v_1^2)}} \right)^{-\frac{1}{5}} \times \left[\frac{E_2}{1-v_2^2} \right] / \frac{E_1}{1-v_1^2} + \frac{E_2}{1-v_2^2} \right]^{\frac{2}{5}} \quad (9)$$

で求まる衝撃パラメータ $\bar{\lambda}$ ⁽¹⁶⁾との関係は、

$$\bar{e} = \exp(-1.779\bar{\lambda}) \quad (10)$$

のように表される。⁽¹⁵⁾

したがって、同一小球を用いた同一衝突速度条件下において、衝撃パラメータ $\bar{\lambda}$ は、式(9)から、図 16 のように円板板厚 h に依存することになる。一方、板厚 h が十分厚く、円板の曲げ剛性が十分大きくなる $h_0=10\text{mm}$ の時の最大衝撃力 $F_{\max}$ で基準化した最大衝撃力 $F_{\max}/F_{\max}$ と板厚 h は、解析結果から図 17 のような関係があり、その関係は

$$\frac{F_{\max}}{F_{\max}} = 1 - \exp\left(-\frac{4h}{h_0}\right)^2 \quad (11)$$

として表される。同一衝突条件下では、最大衝撃力 $F_{\max}$ は板厚 h と共に増大し、 $h>5\text{mm}$ では十分飽和している。

3.3.2 衝突速度と破壊形態 この図 17 の板厚 h と基準化衝撃力 $F_{\max}/F_{\max}$ の関係を基に、式(11)により $h<10\text{mm}$ での任意板厚 h における最大衝撃力 $F_{\max}$ を求める。最大衝撃力 $F_{\max}$ は小球衝突実験結果に基づく式(8)を用いて、衝突速度 V に変換することができる。そこで、任意の衝突速度 V に対応する板厚 h をパラメータとすると、その最大衝撃力 $F_{\max}$ に対する応力拡大係数 $K_{I, \max}$ は推定できることになるので、 SiC および Si_3N_4 の各円板に対して図 18 のような $K_{I, \max}$ と衝突速度 V の関係が明らかになる。それゆえ、破壊形態が遷移するクリティカルな板厚条件： $h=2, 2.53, 3\text{mm}$ (図 14 中の A, B, C 点) の場合における $K_{I, \max}$ がセラミックスの破壊靱性値 K_{IC} に達するとき、衝突速度 V は各破壊形態の限界衝突速度 V_c となる。図 14 中の各板厚での各点 A, B, C における $K_{I, \max}$ の値は $V=692, 910, 1515\text{m/s}$ の衝突速度条件下での破壊形態遷移点に対応することになる。なお、本解析で仮定した表面初期欠陥寸法は、曲げ応力型破壊の場合、曲げ強度と破壊靱性値の関係から求まる等価表面半円板き裂長さ約 $20\mu\text{m}$ とした。一方、接触応力型破壊の場合、Fig.4 のように応力分布は急峻な低下を示すため、大きなき裂は破壊に関与しない。そこで、Fig.7 の解析結果に基づき、引張応力の分布域で K_I が最大となる表面初期欠陥長さを約 $10\mu\text{m}$ とした。本セラミックス円板供試体の潜在初期欠陥は実際にはサブミクロンから数十 μm オーダーの欠陥が分布するため、この K_I 分布の解析結果から推定した初期欠陥寸法は妥当である。

Fig.19. Fracture behavior of SiC and Si₃N₄ subject to collision impact load.

3.3.3 限界速度に及ぼす板厚および破壊靱性の影響

一例として、 $h=3\text{mm}$ に着目すると、図19に示すように Si₃N₄では、 $V=965\text{m/s}$ のときリングクラックが発生し、 $V=1420\text{m/s}$ のときの接触直下の接触応力に対する応力拡大係数 $K_{I, \max}$ が破壊靱性値 K_{IC} に達することを示す。SiCでは、このとき、 $V=600\text{m/s}$ のときリングクラックが発生し、 $V=860\text{m/s}$ のときの接触直下の接触応力に対する応力拡大係数 $K_{I, \max}$ が破壊靱性値 K_{IC} に達することを示す。リングクラック発生後、接触直下の接触応力で破壊することがわかる。このときの衝突速度は、Si₃N₄において板厚 $h \geq 3\text{mm}$ での破壊の限界速度 V_c となり、SiCでは、板厚 $h \leq 3\text{mm}$ での破壊の限界速度 V_c となる。これより小さい速度の衝撃荷重を与えても破壊しない。

4. 結 言

セラミックス球がセラミックス板材に高速衝突する場合、そのときの衝撃荷重により接触応力破壊するか、曲げ応力破壊するが、いかなる破壊形態になるか、あるいは、その下限界衝突速度 V_c がいくらであるかは、セラミックスの板厚や破壊靱性値に依存する。本研究

では、静的接触問題として、有限要素法によりセラミックス小球での接触圧縮荷重によるセラミックス円板の曲げと接触応力の重畳応力解析を行い、破壊力学と衝突理論に基づく破壊解析、および小球衝突破損試験結果との比較検討から、以下のことを明らかにした。

- 1) セラミックス板の破壊は板厚が増すに従って曲げ応力破壊形態から接触応力破壊形態へと遷移していく。その遷移過程において、一端、小球の接触境界領域にリングクラックが発生した後、曲げ応力破壊が接触応力破壊する板厚条件範囲が存在する。
- 2) 下限界衝突速度条件は、供試体セラミックス材の破壊靱性値と潜在初期欠陥寸法に依存する。
- 3) 衝突速度と衝撃荷重の関係は板厚および衝突球径に依存し、また、接触境界域のリングクラック発生応力および接触直下の接触応力は板厚の増大とともに飽和していく。

参 考 文 献

- (1) 土屋, 日本ガスタービン学会誌, 18-69 (1990), 6.
- (2) Hara, Y., ほか5名, Proc.'91, Yokohama Int. Gas Turbine Congr., IGTC-99 (1991).
- (3) Ikeda, T., ほか2名, ASME Paper, 91-GT-372 (1991).
- (4) Evans, A.G., J. Am. Ceram. Soc., 56-8 (1973), 405-409.
- (5) Turuta, H., Matsuda, M., Soma, T. and Matsui, M., J. Am. Ceram. Soc., 73[6] (1990), 1714-1719.
- (6) 大串・ほか5名, 機論, 63-606, A(1997-2) 180-185.
- (7) 浜田, 寺前, 材料, 39-443, (1990), 1082-1088.
- (8) 寺前, 浜田, 機論, 57-535, A(1991), 485-491.
- (9) 寺前, 浜田, 機論, 55-520, A(1989), 2423-2426.
- (10) 伊藤, 岡部, 機論, 60-570, A(1994), 390-395.
- (11) H. Hertz, J. reine angew. Math. 92, 156. Reprinted, in English, in Hertz's Miscellaneous paper, ch. 5. London: Macmillan. (1881).
- (12) Y. Murakami et al., Stress Intensity Factor Handbook, Vol. 1, (1987), 108.
- (13) H. Ito, Proc. 4th Japan Inter. SAMPE Sympo. Sep. 25-28, (1995).
- (14) 岡部, ほか4名, 材料, 47-12, (1998), 1251-1257.
- (15) W. Goldsmith, IMPACT, Edward Arnold LTD., London, (1960), 137-144.
- (16) Zener, Phys. Rev., 59, (1941) 669.