繊維強化複合材料積層パイプ片持ち梁の信頼性解析*

小木曾 望^{*1}, 嘉藤 伸一^{*2}, 室津 義定^{*3}Reliability Analysis of Cantilever of Laminated Composite Pipe
under Tensile, Bending and Torsional LoadingsNozomu KOGISO^{*4}, Shinichi KATOU and Yoshisada MUROTSU^{*4} Department of Aerospace Engineering, Osaka Prefecture University,
1-1 Gakuen-Cho, Sakai, Osaka, 599-8531 Japan

This study is concerned with the reliability analysis of a cantilever of a laminated thin composite pipe subjected to tensile, bending and torsional loadings. The reliability is evaluated by modeling the pipe as a series system consisting of each ply failure based on Tsai-Wu criterion. Additionally, the pipe is considered as in failure when the tip displacement is larger than an allowable limit. The mode reliability is obtained by the first order reliability method, where material properties and applied loads are treated as random variables. The system reliability is approximated by Ditlevsen's bound. Through numerical calculation, the change of the reliability in terms of ply orientation angle is illustrated. Then, the variation of the shear strength is shown to have a large effect on the reliability. Finally, it is shown that a reliability-based optimum ply orientation angle with the elastic failure mode is much different from the optimum angle without the elastic failure mode.

Key Words: Structural Reliability, Composite Material, Laminated Construction, Tsai-Wu Criterion, Thin Composite Pipe, First Ply Failure, First Order Reliability Method

1 緒論

CFRPをはじめとする繊維強化複合材料は、その比強度および比剛性が他の材料に比べて高いことが知られている。また、その積層構成を変化させることによって強度および剛性が著しく変化するため、設計仕様を満たす積層構成を求める最適設計が広く研究されている^(1,2)。さらには、カップリング効果を利用することによって従来の材料では考えられなかったような特性を持たせることが可能である⁽³⁾。これらの理由から、繊維強化複合材料は航空宇宙分野をはじめ広く利用されている。

しかしその反面、繊維強化複合材料は金属材料などに比べてその性能にばらつきが生じ易く、また、極端な異方性を有するために荷重条件の変動に対して影響を受けやすいことが知られている^(4,5)。そこで繊維強化複合材料の設計では荷重や材料特性の変動を考慮に入れることが重要となる。破損応力を規準とする複合材料積層板の信頼性解析および信頼性に基づく最適設計

に関する研究から、繊維軸数が多くなるほど信頼性が高くなること、そして、確定設計では、強度が最大となる積層構成が合応力方向に繊維を配向させた一方向材に近づくのに対して、信頼性最大化設計は準等方性積層に近づくことが明らかにされている^{(6)~(8)}。また、圧縮荷重を受ける積層板の座屈に対する信頼性に基づく最適設計の研究から、確定的な座屈荷重最大化設計は座屈モードが重根となるような積層構成になるのに対して、信頼性最大化設計では個々の座屈モードに対する信頼性がうまくバランスするような積層構成になることが明らかにされている^(9,10)。円孔を有する積層板が面内荷重を受ける場合の信頼性に関する研究⁽¹¹⁾も行われているが、円形断面パイプやD-BOX構造など実際に使用されている複雑な形状の構造物に関する信頼性解析に関してはいまだ発展途上の段階である。

本研究では、これらのことをふまえ、複合材料の基本構造要素として、曲げ荷重、ねじりトルクおよび軸力を受ける繊維強化複合材料からなる薄肉積層パイプの片持ち梁の信頼性解析を行ない、荷重や材料特性の変動が積層パイプの信頼性に及ぼす影響を明らかにする。

はり理論によりパイプ上の各点における各層の応力

* 原稿受付 1999年11月15日。

^{*1} 正員, 大阪府立大学工学部(☎ 599-8531 堺市学園町1-1)。^{*2} 大阪府立大学大学院。^{*3} 正員, 大阪府立工業高等専門学校(☎ 572-8572 寝屋川市幸町26-12)。

E-mail: kogiso@aero.osakafu-u.ac.jp

Fig. 1 Beam structural model.

を求め、Tsai-Wu 則⁽¹²⁾より各層の強度を評価する。積層パイプの破損は初期プライ破損則(First ply failure)に基づいて評価する。さらに、パイプ先端の変位、ねじれ角がある規定値を超える場合も破損として取り扱うことにより、剛性に対する信頼性を評価する。材料強度・剛性および負荷荷重を確率変数として、各破損モードに対する信頼性を一次信頼性法(First order reliability method; FORM)⁽¹³⁾で評価する。任意の層の破損または剛性制約の逸脱をパイプの破損とみなすことから、直列システムでモデル化し、システム信頼性を Ditlevsen 限界値⁽¹⁴⁾で近似する。

数値計算例を通して、積層構成が信頼性に及ぼす影響を考察する。また、確定的な強度解析と比較を行い、信頼性を考慮することの重要性を明らかにする。最後に、剛性に関する破損モードを考慮することで、信頼性を最大とする積層構成が大きく変化することを示す。

2 繊維強化複合材料積層パイプの確定的解析

2.1 強度解析 図1に示す複合材料からなる薄肉積層パイプを考える。パイプの長さは L 、肉厚は h 、肉厚中央の半径は $\bar{R}$ とする。パイプの一端を固定した片持ち梁とし、自由端に軸力 F 、曲げ荷重 P およびねじりトルク T を受けるものとする。パイプの軸方向を1軸、パイプの表面に沿って1軸と直角な方向に2軸をとり、せん断方向を6軸で表す。平面応力場を仮定すると、パイプの固定端における平均応力は次式で表される⁽¹⁵⁾：

$$\bar{\sigma}_1 = -\frac{PL\bar{R}\cos\alpha}{I_z} + \frac{F}{A} \quad (1)$$

$$\bar{\sigma}_2 = 0 \quad (2)$$

$$\bar{\sigma}_6 = \frac{T\bar{R}}{I_p} + \frac{P\sin\alpha}{\pi\bar{R}} \quad (3)$$

ここで、 α はパイプ断面の周方向の座標を表し、最上部を 0° とする。また、 A はパイプの断面積、 I_z は断面

2次モーメント、 I_p は断面2次極モーメントである：

$$I_z = \frac{\pi}{4}\bar{R}h(4\bar{R}^2 + h^2), \quad I_p = \frac{\pi}{2}\bar{R}h(4\bar{R}^2 + h^2) \quad (4)$$

上式によって得られた一般軸系(1-2-6系)の応力 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_6)^T$ を、各構成層の材料基準軸系(x - y - s 系)の応力 $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_s)^T$ に変換する：

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2cs \\ -s^2 & c^2 & -2cs \\ -cs & cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

ここで、 $c = \cos\theta$ 、 $s = \sin\theta$ であり、 θ は各層の配向角を表す。

一方向強化材の破損則として、二次破損規準の一つである Tsai-Wu 規準⁽¹²⁾を用いる：

$$1 - [F_{xx}\sigma_x^2 + 2F_{xy}\sigma_x\sigma_y + F_{yy}\sigma_y^2 + F_{ss}\sigma_s^2 + F_x\sigma_x + F_y\sigma_y] \begin{cases} > 0 & \text{safety} \\ = 0 & \text{limit state} \\ < 0 & \text{failure} \end{cases} \quad (6)$$

ここで、 $F(\bullet)$ は一方向強化材料の強度特性値から計算される係数であり、次式で表される：

$$\begin{aligned} F_{xx} &= \frac{1}{X_t X_c}, & F_{yy} &= \frac{1}{Y_t Y_c}, \\ F_{ss} &= \frac{1}{S^2}, & F_x &= \frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c}, \\ F_y &= \frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c}, & F_{xy} &= F_{xy}^* (F_{xx} F_{yy})^{1/2} \end{aligned} \quad (7)$$

X_t および X_c は繊維方向引張強度および圧縮強度、 Y_t および Y_c は繊維直角方向引張強度および圧縮強度、そして S は繊維方向せん断強度である。 F_{xy}^* は正規化されたカップリング係数で $F_{xy}^* = -0.5$ とする⁽¹²⁾。

Tsai-Wu 則における破損包絡面は図2に示すように、応力空間で楕円体で表される。各層の繊維軸系の応力 $\sigma_a = (\sigma_{x_a}, \sigma_{y_a}, \sigma_{s_a})^T$ を比例的に増加させたとき、破損包絡面に達する応力状態を σ_F で表す(図2参照)。このとき破損応力に対する作用応力の比を強度比⁽¹²⁾と呼ぶ：

$$\sigma_F = R_i \sigma_a \quad (8)$$

つまり、現在の作用応力を R_i 倍すると、その層は破損する。Tsai-Wu 規準式(6)に式(8)を代入すると等号が成立し、 R_i に対する二次方程式が得られる。その正の解($R_i > 0$)が強度比を与える：

$$R_i = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4a}}{2} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} a &= F_{xx}\sigma_{x_a}^2 + 2F_{xy}\sigma_{x_a}\sigma_{y_a} + F_{yy}\sigma_{y_a}^2 + F_{ss}\sigma_{s_a}^2 \\ b &= F_x\sigma_{x_a} + F_y\sigma_{y_a} \end{aligned}$$

ここで、強度比を用いて各層の破損基準を次のように定義する：

$$R_i \begin{cases} < 1 & \text{failure} \\ = 1 & \text{limit state} \\ > 1 & \text{safety} \end{cases} \quad (10)$$

Fig. 2 Strength ratio.

本研究では、初期プライ破損⁽¹²⁾を採用する。これは積層板の構成層が一層でも破損に至れば積層板が破損するという考えに基づいている。これより積層板の強度比 R は、次式で与えられる：

$$R = \min_i R_i \quad (11)$$

パイプに負荷される荷重によって、パイプ固定端での強度の周方向の分布が異なる。そこで、パイプ固定端で周方向に5°ずつ分割した72点で強度比を求め、そのうちの最小値を積層パイプの強度比とみなす。

2.2 変位解析 積層パイプを均質な材料と近似して、自由端に曲げ荷重およびねじりトルクを受ける場合のパイプ先端のたわみ量およびねじれ角を求める。パイプの積層構成を対称バランス積層とすると、面内変形と面外変形を独立して考えることができる。このとき、一般軸系(1-2-6系)の応力-ひずみ関係式は次式で与えられる：

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} n \\ \sum_{i=1}^n v_i [Q_i] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

ここで、 n は配向角の種類の数、 v_i は i 番目の配向角の層厚のパイプ肉厚に占める割合である。また、マトリクス Q_i を面内剛性マトリクスと呼び、その各成分は、材料基準軸に対する i 番目の配向角 θ_i および材料不変量 $U_j (j=1, 2, \dots, 5)$ を用いて、以下の式で表される⁽¹²⁾：

$$[Q_i] = \begin{bmatrix} Q_{11i} & Q_{12i} & Q_{16i} \\ Q_{12i} & Q_{22i} & Q_{26i} \\ Q_{16i} & Q_{26i} & Q_{66i} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} Q_{11i} &= U_1 + U_2 \cos 2\theta_i + U_3 \cos 4\theta_i \\ Q_{22i} &= U_1 - U_2 \cos 2\theta_i + U_3 \cos 4\theta_i \\ Q_{12i} &= U_4 - U_3 \cos 4\theta_i \\ Q_{66i} &= U_5 - U_3 \cos 4\theta_i \\ Q_{16i} &= U_2 \sin 2\theta_i / 2 + U_3 \sin 4\theta_i \\ Q_{26i} &= U_2 \sin 2\theta_i / 2 - U_3 \sin 4\theta_i \end{aligned} \quad (14)$$

材料不変量 U_j は、 Q_{xx} 、 Q_{xy} 、 Q_{yy} 、 Q_{ss} を用いて、次式で表される：

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{1}{8}(3Q_{xx} + 3Q_{yy} + 2Q_{xy} + 4Q_{ss}) \\ U_2 &= \frac{1}{2}(Q_{xx} - Q_{yy}) \\ U_3 &= \frac{1}{8}(Q_{xx} + Q_{yy} - 2Q_{xy} - 4Q_{ss}) \\ U_4 &= \frac{1}{8}(Q_{xx} + Q_{yy} + 6Q_{xy} - 4Q_{ss}) \\ U_5 &= \frac{1}{8}(Q_{xx} + Q_{yy} - 2Q_{xy} + 4Q_{ss}) \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 Q_{xx} 、 Q_{xy} 、 Q_{yy} 、 Q_{ss} は、一方向強化材の繊維軸系での縦方向ヤング率 E_x 、横方向ヤング率 E_y 、せん断弾性定数 E_s 、縦方向ポアソン比 ν_x を用い、次式で定義される：

$$\begin{aligned} Q_{xx} &= \frac{E_x^2}{E_x - \nu_x^2 E_y}, & Q_{xy} &= \frac{\nu_x E_x E_y}{E_x - \nu_x^2 E_y} \\ Q_{yy} &= \frac{E_x E_y}{E_x - \nu_x^2 E_y}, & Q_{ss} &= E_s \end{aligned} \quad (16)$$

また、面内剛性マトリクスの逆行列であるコンプライアンス行列 $\mathbf{a}$ を求めれば、面内応力とひずみの関係を次式で書き表すことができる：

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{16} & a_{16} \\ a_{21} & a_{26} & a_{26} \\ a_{61} & a_{66} & a_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (17)$$

ここで、得られたコンプライアンス行列の要素と、パイプの工学的定数であるヤング率 E 、せん断弾性係数 G とを関連付けると次式で表される：

$$E = \frac{1}{a_{11}h}, \quad G = \frac{1}{a_{66}h} \quad (18)$$

以上のことより、図1のような円形断面薄肉の繊維強化複合材料積層パイプの片持ち梁が軸に直角方向の荷重 P 及びねじりトルク T を受ける場合の先端のたわみ量 ω およびねじれ角 ϕ は次式で表される^(1, 15)：

$$\omega = \frac{PL^3}{3EI_z}, \quad \phi = \frac{TL}{GI_p} \quad (19)$$

3 信頼性解析

材料特性および荷重に変動がある場合の各破損モードに対する信頼性を、一次信頼性法で評価する⁽¹³⁾。パイプの周方向に72分割した各点の各層の破損を破損モードとみなす。また、剛性に関する指標として、先端での曲げ変位およびねじれ角がある制限値を超えた場合も、破損とみなす。

初期プライ破損則に従うと、任意の1層が破損すれば全体が破損したとみなすことから、各層の破損および剛性制約を破損モードとした直列システムとして、積層パイプをモデル化し、システム信頼性を Ditlevsen 限界値⁽¹⁴⁾で近似する。

 Fig. 3 Illustration of β point.

3.1 一次信頼性法 一次信頼性法は、標準正規変数空間(U 空間)の原点から限界状態面までの最短距離 β を用いて破損確率を評価する手法である。まず、基本確率変数 $\mathbf{X}$ に対し、第 i 層の破損に対する限界状態関数 $g_i(\mathbf{X})$ を、強度比を用いて次式で定義する：

$$g_i(\mathbf{X}) = R_i(\mathbf{X}) - 1 \begin{cases} < 0 & \text{failure} \\ = 0 & \text{limit state} \\ > 0 & \text{safety} \end{cases} \quad (20)$$

また、剛性に関する限界状態関数を次式で定義する：

$$g_\omega(\mathbf{X}) = \omega_a - \omega(\mathbf{X}) \quad (21)$$

$$g_\phi(\mathbf{X}) = \phi_a - \phi(\mathbf{X}) \quad (22)$$

ここで、 $\omega(\mathbf{X})$ 、 $\phi(\mathbf{X})$ は曲げ変位およびねじれ角であり、 ω_a 、 ϕ_a は曲げ変位およびねじれ角に関する制限値を表す。

次に、基本確率変数 $\mathbf{X}$ を標準正規変数 $\mathbf{U}$ に変換する。そして、 U 空間の原点から $g_i(\mathbf{X}) = h_i(\mathbf{U}) = 0$ の限界状態面までの最短距離を探索する。これは非線形計画法で次式のように定式化できる：

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & \beta_i = \sqrt{\mathbf{u}_i^T \mathbf{u}_i} \\ \text{subject to} \quad & h_i(\mathbf{u}) = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

この最適化問題の解 $\mathbf{u}^*$ を設計点、 β_i を信頼性指標と呼ぶ(図3参照)。信頼性指標を求めるために、本研究では、逐次2次計画法⁽¹⁶⁾を用いる。

各層の破損確率 P_{fi} は信頼性指標 β_i を用いて次式で評価する：

$$P_{fi} \simeq \Phi(-\beta_i) = \int_{-\infty}^{-\beta_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\tau^2}{2}\right] d\tau \quad (24)$$

ここで、 Φ は標準正規分布関数である。

3.2 システム信頼性 各破損モードの信頼性指標から、システム破損確率 P_f を、Ditlevsen 限界値⁽¹⁴⁾を用

Table 1 Strength and elastic properties.

(a) Strength[MPa]					
	X_t	X_c	Y_t	Y_c	S
Mean	1500	1500	40	246	68
COV*	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1

(b) Elasticity[GPa]				
	E_x	E_y	E_s	ν_x
Mean	181	10.3	7.17	0.28
COV*	0.1	0.1	0.1	0.1

* COV ... Coefficient of variation

Table 2 Applied loads.

	F [N]	P [N]	T [Nm]
Mean	8000	150	150
COV	0.2	0.2	0.2

いて近似する。 m 個の破損モードからなる直列システムの破損確率のDitlevsen 上下限界 $P_U \leq P_f \leq P_L$ は次式で与えられる：

$$\begin{aligned} P_L &= P_{f1} + \sum_{i=2}^m \max \left[P_{fi} - \sum_{j=1}^{i-1} P_{fij}, 0 \right] \\ P_U &= \sum_{i=1}^m P_{fi} - \sum_{i=2}^m \max_{j < i} P_{fij} \end{aligned} \quad (25)$$

ここで、 P_{fij} は破損モード i 、 j の結合破損確率であり、次式で与えられる：

$$\begin{aligned} P_{fij} &= \Phi_2(-\beta_i, -\beta_j; \rho_{ij}) \\ &= \int_{-\infty}^{-\beta_i} \int_{-\infty}^{-\beta_j} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho_{ij}^2}} \\ &\quad \times \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2 - 2\rho_{ij}xy}{2(1-\rho_{ij}^2)}\right\} dx dy \end{aligned} \quad (26)$$

Φ_2 は2次元正規確率分布関数、 ρ_{ij} は2つの破損モードの相関係数を表す。この上下限界に対応する信頼性指標($\beta_U \leq \beta \leq \beta_L$)は正規確率分布関数の逆関数を用いて次式で定義できる：

$$\beta_L = -\Phi^{-1}(P_L), \quad \beta_U = -\Phi^{-1}(P_U) \quad (27)$$

本研究では、上限値 β_U で片持ち梁の信頼性指標 β を表すことにする。

4 数値計算例

長さ 1000mm、内半径 20mm、肉厚 1mm の CFRP (T300/5208) からなる積層パイプ片持ち梁に対して信頼性解析を行う。その材料定数は、表 1 に示す平均値および変動係数を有する正規分布に従うと仮定する。

(a) Deterministic Strength ratio.

(b) Reliability index.

Fig. 4 Deterministic and reliability analysis of laminated pipe under bending and torsional loads.

積層パターンは $[\pm\theta]_s$, $[\pm\theta, 0]_s$ の2パターンを考える。ただし、積層は対称積層とし、また肉厚方向に均質であると仮定し、カップリング効果、積層順序による材料特性の変化は無視する。自由端には軸力 F 、曲げ荷重 P およびねじりトルク T が作用するものとする。これらの荷重も正規分布に従う確率変数とし、その平均値および変動係数を表2に示す。

はじめに、強度のみを破損モードとした場合について配向角に関する信頼性の変化を評価し、確定的な強度比と比較する。なお、確定解析では表1, 2に示した材料特性および荷重の平均値を確定値とする。次に、強度に加え、曲げ変位およびねじれ角を考慮した場合の信頼性を評価し、剛性を考慮することで信頼性が大きく変化することを示す。

4.1 曲げ・ねじりを受ける片持ち梁 まず、 $[\pm\theta]_s$ 積層構成のパイプに、曲げ荷重 P が作用する場合、ねじりトルク T が作用する場合およびその両方が作用する場合の確定的な強度比および信頼性指標の配向角 θ に関する変化を図4で比較する。

確定解析の場合、曲げ荷重 P のみを受ける場合にはその強度比を最大とする配向角(最適配向角)は0度となり、ねじりトルク T のみを受ける場合には最適配向角は45度となる。その両方を受ける場合にはこれら二つの特性の重ね合わせた結果となり、最適配向角は0度と45度の間となる。

(a) $[\pm\theta]_s$ laminated pipe. (b) $[\pm\theta, 0^\circ]_s$ laminated pipe.

Fig. 5 Deterministic analysis of laminated pipe under tensile, bending and torsional loads.

確率的変動を考慮した場合もほぼ同じ傾向をもち、信頼性が最大となる配向角も確定解析の場合とほぼ同じである。

4.2 曲げ・ねじり・引張を受ける片持ち梁 曲げ、ねじりに加え、軸力を負荷した場合の確定的な強度比と信頼性指標の配向角に対する変化を比較する。

表2に示した軸力を受ける場合と軸力がない場合について $[\pm\theta]_s$, $[\pm\theta, 0]_s$ 積層構成のパイプにおける配向角 θ に対する変化を図5, 6に示す。 $[\pm\theta, 0]_s$ 配向の場合、強度比と信頼性指標でよく似た結果が得られ、軸力を負荷することで強度比および信頼性指標が低下する。しかし、 $[\pm\theta]_s$ 配向の場合には軸力なしの場合と比較した場合、確定解析では軸力を加えた場合の方が最大の強度比が大きくなるのに対して、信頼性解析では軸力を加えない場合の方が最大の信頼性指標が大きくなっている。

軸力に対する最大強度比および最大信頼性指標の変化を図7に示す。確定的な強度比は8000N付近で極大になっているのに対し、信頼性指標は4000N付近で最大となる。また、8000N以上では、軸力なし(0N)よりも信頼性指標が小さな値となっている。配向角の小さい

(a) $[\pm\theta]_s$ laminated pipe.

(b) $[\pm\theta, 0^\circ]_s$ laminated pipe.

Fig. 6 Reliability analysis of laminated pipe under tensile, bending and torsional loads.

Fig. 7 Variation of maximum reliability index and strength ratio in terms of the tensile load.

ときは、曲げによる圧縮応力を受ける側が、引張応力を受ける側よりも支配的となる。したがって、ある程度までの引張力を加えた場合には圧縮応力が小さくなり、結果として強度比は大きくなる。しかし、引張荷重が大きくなると今度は引張側が破損応力に達する。つまり、最大強度比および最大信頼性指標は、引張荷重の増加に伴って一度大きくなり、ある点を境に今度は減少する。

ここで、信頼性が最大値となる軸力と確定条件下における強度比を最大とする軸力との間に生じたずれの

Table 3 Design point of reliability-based optimum designs.

	$\bar{F} = 0N$	4000N	8000N	12000N
E_x	-2.094	-2.051	-1.894	-1.736
E_y	0.04545	-0.1253	-0.1931	-0.2496
E_s	1.411	1.522	1.500	1.464
ν	9.400E-03	5.792E-02	7.533E-02	0.08843
X_t	4.806E-02	5.121E-03	-2.464E-02	-0.05426
X_c	-5.556E-02	-5.136E-03	2.253E-02	0.04500
Y_t	-0.1153	2.176E-02	8.789E-02	0.1437
Y_c	1.524E-02	-3.595E-03	-1.656E-02	-0.03066
S	-3.305	-3.4904	-3.319	-3.120
F	7.795E-16	0.2539	0.4810	0.6749
P	0.6772	0.9548	0.9041	0.8454
T	2.558	2.166	1.945	1.728

Fig. 8 Variation of deterministic strength ratio with respect to shear strength.

原因について考察する。表3に信頼性指標最大位置における各確率変数の U 空間における値を示す。信頼性最大とする配向角においては、 S 、 T 、 E_x 、 E_s の順に信頼性指標への影響が大きい。次に、信頼性指標に与える影響の最も大きいせん断強度 S の変化に対するパイプ強度比の変化を図8に示す。図よりせん断強度が平均値のときには軸力が8000Nにおける強度比が4000Nにおける強度比よりも大きくなっているが、せん断強度が減少すると、4000Nにおける強度比の方が大きくなっていることがわかる。つまり、軸力が8000Nの場合の方が4000Nの場合に比べせん断強度の変動に弱いことがわかる。これらの影響により、信頼性指標を最大とする軸力は、確定条件下での強度比を最大とする軸力よりも小さくなると考えられる。

4.3 剛性に関する破損モードを加えた場合 先端の曲げ変位あるいはねじれ角がある許容値に達したときを破損とみなして、信頼性を評価する。そこで、強度に加え、これら剛性に関する破損モードを考慮した信頼性解析を行う。表2に示す曲げ荷重およびねじりトルクが負荷されたときの $[\pm\theta]_s$ 、 $[\pm\theta, 0^\circ]_s$ 積層構成に

Fig. 9 Tip displacement and torsion angle under deterministic analysis.

Fig. 10 Variation of reliability index in terms of ply orientation angle with allowable values of bending failure modes.

における先端曲げ変位およびねじれ角の配向角に対する変化を図9に示す。配向角が大きくなるにつれて先端曲げ変位は大きくなる。一方、ねじれ角は45°で最小となり、そこから離れるにしたがって大きくなる。確定解析においては、強度比および剛性に対する許容値から、最適な配向角を求めることになる。

[$\pm\theta, 0^\circ$] 積層において、先端曲げ変位がある許容値を超えた場合を破損とみなす破損モードを考慮したシステム信頼性指標の配向角に対する変化を図10に示す。先端の変位に関する許容値が厳しくなるほど最適配向角は0°方向に移動し、信頼性も減少することがわかる。

次に、[$\pm\theta, 0^\circ$] 積層において、ねじれ角がある許容値を超えた場合を破損とみなす破損モードを考慮したシステム信頼性指標の配向角に対する変化を図11に示す。ねじれ角に関する許容値が厳しくなるほど最適配向角が45°方向に移動し、信頼性も減少することがわ

Fig. 11 Variation of reliability index in terms of ply orientation angle with allowable values of torsional failure modes.

Fig. 12 Variation of reliability index in terms of ply orientation angle with both bending and torsional failure modes.

かる。

最後に、これら両方の破損モードを考慮したときのシステム信頼性指標を図12に示す。

このように、剛性に関する制約を破損モードとして取り扱うことにより、強度比と剛性を同時に評価することができる。また、信頼性を最大とする配向角は強度のみの場合と比べて大きく異なることがわかる。

5 結論

本研究では、繊維強化複合材料からなる積層パイプの片持ち梁が軸力、曲げ荷重およびねじりトルクを受ける場合に、材料定数や荷重を確率変数として扱い、強度および剛性に関する信頼性を一次信頼性法を用いて評価し、いくつかの数値計算を通し、以下のことを明らかにした。

- 曲げおよびねじりを受ける場合は、信頼性の配向角に対する変化は、確定的な強度比の変化とあまり変わらない。しかし、軸力も負荷される場合に

は、信頼性の変化と確定的な強度比の変化は大きく異なる。

- せん断強度，繊維方向ヤング率，ねじりトルクおよび先端弾性定数の変動が信頼性に対して支配的な要因となる。
- 曲げ変位やねじり角がある許容値を超えた場合を破損とみなすことで，強度および剛性を同時に考慮した信頼性評価ができることを示した。
- 剛性に関する破損モードを考慮すると，信頼性が最大となる繊維配向角は大きく変化する。

参考文献

- (1) 三木, 杉山, 大庭, “複合材料薄肉パイプの材料及び構造設計の最適化”, 材料, **41**, 462 (1992) 344-348.
- (2) 日本機械学会 編, “構造・材料の最適設計”, 技報堂出版 (1989).
- (3) 日本規格協会 編, “次世代複合材料技術ハンドブック”, 日本規格協会 (1990).
- (4) 室津, “信頼性から見た複合材料の評価” 材料, **45**, 5 (1996) 588-589.
- (5) Park, W. J., “An Optimal Design of Simple Symmetric Laminates under the First Ply Failure Criterion,” *J. Comp. Mater.*, **16** (1992) 341-355.
- (6) Shao, S., Miki, M., and Murotsu, Y., “Optimum Fiber Orientation Angle of Multiaxially Laminated Composites Based on Reliability,” *AIAA J.*, **31** (1993) 919-920.
- (7) Murotsu, Y., Miki, M., and Shao, S., “Reliability Design of Fiber Reinforced Composites,” *Structural Safety*, **15** (1994) 35-49.
- (8) 邵, 三木, 室津, “信頼性に基づく繊維強化積層平板最適設計,” 機論, **57**, 541, A (1991) 224-240.
- (9) Kogiso, N., Shao, S., and Murotsu, Y., “Reliability-Based Optimum Design of a Symmetric Laminated Plate Subject to Buckling,” *Structural Optimization*, **14** (1997) 184-192.
- (10) 小木曾, 邵, 室津, “周辺固定された積層板の座屈に対する信頼性最大化設計”, 機論, **64**, 625, A (1998) 2231-2238.
- (11) 小木曾, 中村, 室津, “面内荷重を受ける円孔を有する繊維強化複合材料積層板の信頼性解析,” 機論, **65**, 640, A (1999) 2424-2431.
- (12) Tsai, S. W., and Hahn, H. T. 著, 藤井 監訳, “複合材料の強度解析と設計入門”, 日刊工業新聞社 (1986).
- (13) 室津, 米澤, 邵, “システム信頼性工学”, 共立出版 (1996).
- (14) Ditlevsen, O., “Narrow Reliability Bounds for Structural Systems,” *J. Str. Mec.*, **7** (1979) 453-472.
- (15) 大貫, 山口, 三木, 杉山, “構造的非対称積層を有する複合材料薄肉パイプの曲げ・ねじり連成変形”, 機論, **57**, 535, A (1991) 193-199.
- (16) 茨木, 福島, “FORTRAN77最適化プログラミング”, 岩波書店 (1991).