有限要素法によるショア硬さの解析*

松田 健次^{*1}, 兼田 慎宏^{*1}

Analysis of Shore Hardness by the Finite-Element Method

Kenji MATSUDA^{*2} and Motohiro KANETA^{*2} Kyushu Institute of Technology, Dept. of Mechanical and Control Engineering,
Sensuicho 1-1, Tobata-ku, Kitakyushu, Fukuoka, 804-8550 Japan

The Shore hardness test has been used commonly as a technique of basic hardness measurement. In order to deepen the basic knowledge of the Shore hardness test, the motion of the hammer was numerically investigated using an elastoplastic finite-element method, and was also experimentally studied using a laser doppler vibrometer. By comparing the numerical results with the experimental results, it has been clarified that the Shore hardness is significantly influenced by the elastic deformation of the hammer at impact. The effect of deformation of the hammer can be described by the model where the hammer is dealt with a small number of point masses connected by springs in a series. The numerical results show that the impact force increases with increasing hardness of specimens and the force exceeds 1000 times the weight of the hammer.

Key Words: Shore Hardness, Tribology, Finite Element Method, Impact, Contact Problem, Free Vibration, Elastic-Plastic Analysis

1. 緒 言

ショア硬さ試験は代表的な動的硬さ試験であり、一定の重さ・形状のハンマを一定の高さから試験片表面に落下させたときのはね上がり高さを尺度として硬さが定義されている。試験機の目盛は基準試料によって定められているため、ショア硬さそのものがもつ意味は極めてあいまいであるが、試験機が小形・軽量・安価で、操作法も簡便であるなどの特徴をもっているため、ショア硬さ試験は現場の検査手段として広く普及している。さらに、ピッカース硬さやブリネル硬さ試験では評価が困難な高分子材料の評価試験に使用されたり⁽¹⁾、また装置を工夫してハンマ挙動を精確にとらえることによりゴムの粘弾性特性の評価に応用されている⁽²⁾。すなわち、ショア硬さ試験は一種の硬さ比較法として有効であるのみならず、他の硬さ試験では測定困難な特性も比較的容易に評価できる可能性を秘めている。

ショア硬さに及ぼす諸因子の影響については実験的

に詳細な検討がなされている⁽³⁾が、数値解析が可能になれば、硬さのみならず応用分野などについても多くの新しい知見が得られるものと期待される。

材料表面に球が高速で衝突する問題は、ショットピーニング加工の分野でも検討されており、例えば森ら⁽⁴⁾は慣性力を考慮した有限要素法による解析を行っているが、残留応力の解析が主であり、球の反発挙動については検討がなされていない。また、上記解析では球を剛体と仮定しているが、牧ら⁽⁵⁾は、球体を衝突させた場合の衝撃硬さの解析法を提案し、衝撃硬さの解析では圧子の弾性変形を考慮することが不可欠であることを指摘している。しかし、牧らは一般的なひずみ増分理論に基づく有限要素法を用いて圧子の変形を解析しており、圧子の動的効果を無視している。大きな加速度が生じるハンマ内では静的な力の釣合い条件が成立しないため、細長い円柱状のハンマを用いた指示形(D形)ショア硬さ試験では、測定値に及ぼすハンマの動的効果の影響は大きいと予想される。

そこで本研究では、ハンマを質点とばねの単純なモデルに置き換えることによって、ハンマの動的効果も考慮可能なショア硬さ解析法を提案した。また、7:3黄銅、S55C炭素鋼およびマルエージング鋼についてショア硬さ試験を行い、ハンマの反発挙動をレーザド

* 原稿受付 2000年4月14日。

^{*1} 正員, 九州工業大学工学部 (〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1)。

E-mail: matsuda@mech.kyutech.ac.jp

ップラー振動計を用いて測定するとともに、解析結果との比較を行い、提案した解析法の妥当性を検証した。さらに、衝突前後のハンマエネルギーの変化を調べ、反発挙動に及ぼすハンマの変形および動的効果の影響について検討を行った。

2. 実験方法

図1に、実験装置系統図を示す。使用した試験機は、市販の指示形(D形)ショア硬さ試験機である。ただし、硬度計付属の指示部を除去し、レーザドップラー振動計のレーザをハンマ上端部に当てることによりハンマの反発挙動を測定した。振動計の周波数帯域は1.5 MHzであり、100 KHzのローパスフィルタを使用しサンプリング速度1 MHzでデータを記録した。日本工業規格(JIS B 7727)には、同試験機に用いるハンマの落下高さ h_0 は約19 mm、質量 m は約36.2 g、先端のダイヤモンドチップの半径 R は約1 mmと記載されているが、個々の試験機でこれらの値は若干異なるようである。使用したハンマを実測した結果、 $m=37.5$ g、またダイヤモンドチップ先端はほぼ半径1 mmの球面状になっていることが確認されたため、本研究では $h_0=19$ mm、 $m=37.5$ g、 $R=1$ mmとしてこれらの値を解析に用いた。

試験片として使用した材料は、市販のS 55 C炭素鋼($HV \cong 210$)、400°Cで1時間焼き鈍した7:3黄銅($HV \cong 60$)および500°C、5時間の時効処理を行ったマルエージング鋼($HV \cong 700$)の3種である。試験片表面は2 000番までのエメリー紙で仕上げた後、加工層を除去するため電解研磨を行った。試験片厚さはいずれの試験片も約10 mmである。

Fig. 1 Schematic of experimental apparatus

3. 解析方法

3.1 ハンマのモデル化 ハンマの変形および動的効果の影響を明確にするために、以下のような三つのモデル化を行い、それらの結果を比較検討した。

3.1.1 剛体ハンマ(モデル1) 図2に、押し込み過程のモデル図を示す。時刻 t においてハンマが試験片に接触しているとすると、ハンマの運動方程式は次式で与えられる。

$$ma = F - mg \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 m 、 a はハンマの質量および加速度、 g は重力加速度、 F はハンマ先端に作用する衝突荷重であり、鉛直上向きを正としている。なお、空気抵抗および硬度計内での機械的摩擦力は mg 、 F に比べて十分に小さいものとして無視した。ハンマが試験片に接触してから負荷、除荷過程を経て試験片から離れるまでの間、衝突荷重は時々刻々変化するが、微小時間 Δt だけ経過する間ハンマは等加速度運動を行い、衝突荷重は ΔF だけ増加すると仮定すると、このときの速度増分 Δv と変位増分 Δz_0 はそれぞれ次式で与えられる。

$$\Delta v = \left(\frac{F + \Delta F/2}{m} - g \right) \Delta t \dots \dots \dots (2)$$

$$\Delta z_0 = v \Delta t + \frac{1}{2} \left(\frac{F + \Delta F/2}{m} - g \right) \Delta t^2 \dots \dots \dots (3)$$

ここで、 v は時刻 t におけるハンマ速度である。 ΔF 、 Δz_0 の値が既知であれば、式(3)より Δt が得られ、この結果を式(2)に代入すると Δv が得られる。各ステップにおいて十分小さい ΔF 、 Δz_0 を与えて繰返し計算を行えば、負荷から除荷過程までのハンマの挙動を精度よく近似できるものと期待できる。

なお、式(3)は Δt の二次式であるが、負荷過程の第 j ステップにおいて Δt_j が虚数解をもつ場合には、式(3)が重解をもつような $\alpha \Delta F_j$ および $\alpha \Delta z_{0,j}$ (ただ

Fig. 2 Model of the indentation process

し、 $0 < \alpha \leq 1$)を与えて再計算すれば、このステップの終わりで速度は零となり、負荷過程が終了したと判定される。次のステップからは除荷過程が始まり、試験片から与えられる反力 F が零となったとき除荷過程が終了したと判定した。

3・1・2 弾性ハンマ(モデル2) 衝突時にハンマ先端に作用する力 F によってハンマは弾性変形する。そこで、図3(a)に示すハンマを、図3(b)に示すように二つのばね k_0 , k_1 の上に質量 m の質点がのっているモデルで置き換えた。ここで、 k_0 , k_1 はそれぞれ圧子部およびハンマ軸部の等価ばね定数であり、下記のように見積もった。

(i) 圧子の等価ばね定数 k_0 : ヘルツの弾性接触理論により、点接触における接近量 δ は次式で求められる⁽⁶⁾。

$$\delta = \left(\frac{9F^2}{16RE^{*2}} \right)^{1/3} \quad \text{..... (4)}$$

ここで、 E^* は等価弾性係数であり、圧子を剛体と仮定した場合の E^* を E_r^* 、弾性体と仮定した場合の E^* を E_e^* とすると、 E_r^* と E_e^* は次式で求まる。

$$\frac{1}{E_e^*} = \frac{1 - \nu_{\text{specimen}}^2}{E_{\text{specimen}}} + \frac{1 - \nu_{\text{diamond}}^2}{E_{\text{diamond}}} \quad \text{..... (5)}$$

$$\frac{1}{E_r^*} = \frac{1 - \nu_{\text{specimen}}^2}{E_{\text{specimen}}} \quad \text{..... (6)}$$

ここで、 ν はポアソン比である。圧子を剛体と仮定した場合と弾性体とみなしたときの接近量の違いは、

$$\delta_e - \delta_r = \left(\frac{9F^2}{16R} \right)^{1/3} \left\{ \left(\frac{1}{E_e^*} \right)^{2/3} - \left(\frac{1}{E_r^*} \right)^{2/3} \right\} \\ = F^{2/3} / k_0 \quad \text{..... (7)}$$

となる。ダイヤモンドのヤング率を $E = 965 \text{ GPa}$ 、ポアソン比を $\nu = 0.2$ ⁽⁷⁾ とすると、試験片が 7 : 3 黄銅の場合 $K_0 = 3.78 \times 10^7 \text{ N}^{2/3}/\text{m}$ 、S 55 C の場合 $K_0 = 3.11$

$\times 10^7 \text{ N}^{2/3}/\text{m}$ 、マルエージング鋼の場合 $K_0 = 3.17 \times 10^7 \text{ N}^{2/3}/\text{m}$ となる。

(ii) ハンマ軸部の等価ばね定数 k_1 : 衝突時にハンマの軸断面に作用する慣性力の大きさは軸方向で異なることを考慮し、図3(b)に示すように $x = x_i$ の軸断面には次式で与えられる慣性力 f_i が作用するとした。

$$f_i = (a + g)\Delta m = (a + g) \int_{x_i}^l \rho A dx \quad \text{..... (8)}$$

ここで、 A は断面積、 ρ は密度、 l は圧子を除くハンマ軸長 ($l = 104 \text{ mm}$) であり、添字 i は $x = x_i$ での値を示す。なお、ハンマ全長にわたり加速度 a は一様とした。式(8)より、 $x = x_i$ の軸断面におけるひずみ ε_i および軸部全体に蓄えられるひずみエネルギー U は次式で与えられる。

$$\varepsilon_i = \frac{\rho(a + g)}{A_i E_i} \int_{x_i}^l A dx \quad \text{..... (9)}$$

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l \varepsilon_i^2 E_i A_i dx_i \quad \text{..... (10)}$$

また、図3(b)のばね定数 k_1 のばねに蓄えられるエネルギー U' は、

$$U' = \frac{F^2}{2k_1} = \frac{(a + g)^2}{2k_1} \left(\int_0^l \rho A dx \right)^2 \quad \text{..... (11)}$$

となる。 $U = U'$ とすると、軸部の等価ばね定数 $k_1 = 1.92 \times 10^8 \text{ N/m}$ が得られる。

(i), (ii)の結果より、式(3)の Δz_0 を次式で得られる修正変位増分 Δz_1 で置き換えることによりハンマ挙動を計算した。

$$\Delta z_1 = \Delta z_0 - \{ (F + \Delta F)^{2/3} - F^{2/3} \} / k_0 - \Delta F / k_1 \quad \text{..... (12)}$$

3・1・3 弾性ハンマ(モデル3) 図3(c)に示すように、ハンマを N 個 ($N \geq 2$) の質点がばねで連結され

Fig. 3 Equivalent model of the hammer

ているモデルで置き換える。ここで、 k_0 は式(7)で得られる圧子部の等価ばね定数である。また、 $k_1 \sim k_N$ はハンマ軸部の等価ばね定数であり、剛性計算により次式のように見積もった。

$$\frac{1}{k_1} = \int_0^{x_{G,1}} \frac{dx}{EA} \dots\dots\dots (13)$$

$$\frac{1}{k_I} = \int_{x_{G,I-1}}^{x_{G,I}} \frac{dx}{EA} \quad (I=2, 3, \dots, N)$$

ここで、 $x_{G,I}$ はN分割したハンマの下からI番めの部分の重心x座標である。各質点の質量を m_I 、ばね定数を k_I 、変位増分を Δz_I 、加速度増分を Δa_I とおくと、運動方程式は、

$$m_1 \Delta a_1 = \Delta F + k_2 (\Delta z_2 - \Delta z_1)$$

$$m_I \Delta a_I = k_{I+1} (\Delta z_{I+1} - \Delta z_I) + k_I (\Delta z_{I-1} - \Delta z_I) \quad (I=2, 3, \dots, N-1)$$

$$m_N \Delta a_N = k_N (\Delta z_{N-1} - \Delta z_N) \dots\dots\dots (14)$$

となる。また、 Δt だけ経過する間に各質点は等加速度運動を行うと仮定すると、変位増分 Δz_I と加速度増分 Δa_I の関係は次式で与えられる。

$$\Delta z_I = v_I \Delta t + \frac{1}{2} \left(a_I + \frac{1}{2} \Delta a_I \right) \Delta t^2 \dots\dots\dots (15)$$

式(14)に式(15)を代入して Δa_I を消去すると以下の連立方程式が得られる。

$$\left(1 + k_2 \frac{\Delta t^2}{4m_1} \right) \Delta z_1 - \left(k_2 \frac{\Delta t^2}{4m_1} \right) \Delta z_2$$

$$= v_1 \Delta t + \frac{1}{2} \left(a_1 + \frac{\Delta F}{2m_1} \right) \Delta t^2$$

$$- \left(k_I \frac{\Delta t^2}{4m_I} \right) \Delta z_{I-1} + \left(1 + (k_I + k_{I+1}) \frac{\Delta t^2}{4m_I} \right) \Delta z_I$$

$$- \left(k_{I+1} \frac{\Delta t^2}{4m_I} \right) \Delta z_{I+1}$$

$$= v_I \Delta t + \frac{a_I}{2} \Delta t^2 \quad (I=2, 3, \dots, N-1)$$

$$- \left(k_N \frac{\Delta t^2}{4m_N} \right) \Delta z_{N-1} + \left(1 + k_N \frac{\Delta t^2}{4m_N} \right) \Delta z_N$$

$$= v_N \Delta t + \frac{a_N}{2} \Delta t^2 \dots\dots\dots (16)$$

ここで、圧子先端と質点1の変位増分 Δz_0 、 Δz_1 の間には、式(12)の関係式が成り立ち、 ΔF 、 Δz_0 が既知であれば Δz_1 が得られる。そこで、質点1に関連した式(16)の1行めに ΔF 、 Δz_1 を代入し、かつ $\Delta z_1 = \Delta z_2$ と仮定すると時間増分 Δt が得られ、この値を再び式(16)に代入して解くと $\{\Delta z\}$ が得られる。得られた Δz_1 が式(12)による Δz_1 に一致しない場合は、 $\{\Delta z\}$ を式(16)に代入して再び Δt を計算し、 Δz_1 が収束するまで繰り返し計算を行った。収束判定誤差は0.01%である。

なお、ハンマの分割方法には任意性があるが、本研究では、 $m_1 = \dots = m_N$ となるように分割した。また、 $N=2, 4, 8, 16$ と変化させ、分割数の影響も調べた。表1に、各分割数における m_I および k_I の値を示す。

3・2 有限要素解析プログラムと材料特性 式(3)、(12)の ΔF 、 Δz_0 の決定には、村上ら⁽⁸⁾の有限要素法によるブリネル硬さ解析法を参考にして作成した剛体球圧子の押し込みおよび除荷解析プログラムを使用した。図4に、FEM要素分割を示す。解析には定

Table 1 Mass of the point mass and equivalent spring constant for the model 2 and 3

N	m_I (g)	k_I (GN/m)		
		$I=1$	$I=2$	$I=3, N$
1	37.5	0.1923	—	—
2	37.5/2	0.2244	0.2095	—
4	37.5/4	0.3081	0.4128	0.4209
8	37.5/8	0.3840	0.7800	0.8419
16	37.5/16	0.5583	0.8300	1.684

Fig. 4 Finite element mesh

Fig. 5 Stress-strain curves of 70/30 brass, S 55 C and maraging steel

ひずみの三角形断面リング要素を用いた。節点数は712、要素数は1316である。圧子と試験片表面間の摩擦はないものとし、底面BCの境界条件は $\Delta u_r = \Delta u_z = 0$ とした。ここで、 Δu_r 、 Δu_z は r 、 z 方向の変位である。

図5に、7:3黄銅、S55Cおよびマルエージング鋼の公称応力-公称ひずみ曲線とそれから得られた真応力-対数ひずみ曲線を示す。材料の動的な降伏応力は静的な値より大きくなることが報告されているが⁽⁹⁾、各材料の応力-ひずみ線図のひずみ速度依存性は不明であり、またその依存性を考慮した解析は現段階では困難である。そこで本研究では、図5の真応力-対数ひずみ曲線を折れ線で近似して解析に用いた。

4. 実験結果と解析結果の比較

図6に、ハンマ挙動の測定例を示す。衝突後のハンマは衝突時に生じた弾性変形によりかなり振動している。ここで、最小自乗法により求めた衝突後の波形の平均線から衝突直後の速度 v_2 を求め、衝突直前の速度 v_1 との比から、反発係数 $e(=-v_2/v_1)$ を定義した。表2に、速度および反発係数の測定結果を示す。なお、高さ19mmから自由落下させた場合の理論衝突速度 v_1 は、0.610 m/sである。また、ショア硬さHSは次式で見積もった。

$$HS = 140(h/h_0) \cong 140(-v_2/v_1)^2 = 140e^2 \dots (17)$$

各試験片とも3回ずつ測定を行ったが、同一試験片内での v_2 のばらつきは v_1 よりは若干大きいものの、最大(S55Cの最大値と最小値の差)でも4%程度であった。

図7は解析例であり、最上部の質点の速度変化を示したものである。モデル3($N=8$)の結果は衝突後の振動まで測定結果をよく再現していることがわかる。一方、モデル1の場合の衝突後の速度は、実験結果より明らかに小さい。

表3に、各解析モデルにより得られたショア硬さ

Fig. 6 Variation of velocity of the hammer measured using the laser doppler vibrometer

Fig. 7 Predicted variations of velocity of the hammer

HSを示す。モデル3の場合には各質点の速度が異なるため、ハンマの平均速度から v_2 を計算した。ハンマを剛体と仮定したモデル1の場合のHSは実験値より大幅に小さく、7:3黄銅とS55Cでは半分程度である。一方、ハンマの変形を考慮したモデル2およびモデル3の場合には、いずれの試験片においてもハンマの分割数 N によらず実験値に近い値が得られており、その差は7:3黄銅で11%、S55Cで6%、マルエージング鋼で7%程度である。

図8は、モデル3の最上部の質点の加速度変化を実験結果と比較したものである。ここで、横軸は落下開始時からの経過時間であり、実験結果は衝突時の加速

Table 2 Experimental results

	No.	v_1 (m/s)	v_2 (m/s)	e	HS
70/30brass	1	-0.607	0.167	0.276	10.7
	2	-0.608	0.167	0.274	10.5
	3	-0.608	0.168	0.276	10.7
	mean	-0.608	0.167	0.275	10.6
S55C	1	-0.603	0.284	0.471	31.1
	2	-0.605	0.274	0.454	28.9
	3	-0.606	0.281	0.463	30.0
	mean	-0.605	0.280	0.463	30.0
Maraging steel	1	-0.604	0.468	0.775	84.1
	2	-0.604	0.469	0.777	84.5
	3	-0.605	0.468	0.774	83.9
	mean	-0.604	0.468	0.775	84.2

Table 3 Predicted Shore hardness HS

	Shore hardness HS					
	Model 1	Model 2	Model 3			
			N=2	N=4	N=8	N=16
70/30brass	5.16	8.89	8.96	8.96	8.96	8.89
S55C	15.2	28.2	28.5	28.2	28.2	28.2
Maraging steel	57.9	77.3	78.1	77.9	77.7	77.7

度の立ち上がり部を解析結果に重ねて表示している。分割数 N の増加とともに高次の振動が現れるが、 $N=4$ 以上で 1 次の固有振動数(約 26 KHz)は実験値とほぼ一致する。7:3 黄銅のみ、除荷の時刻が実験より若干遅れているものの、全体的には $N=8$ または 16 で実験結果がかなり精度よく再現されていることがわかる。すなわち、低次の固有振動を含むハンマの反発挙動も、質点とばねを直列に並べた本解析モデルで十分解析が可能であるといえる。なお、Tabor⁽⁹⁾ は軟金属ほど動的降伏応力と静的降伏応力の違いが大きくなることを示しており、本研究においても最も硬度の低い 7:3 黄銅の解析値と実験値の違いが最も大きくなったが、この原因についてはさらなる検討が必要と思われる。

(a) 70/30 brass

(b) S55C

(c) Maraging steel

Fig. 8 Variations of the acceleration of the top of the hammer (comparison between experimental and numerical results [model 3])

5. 解析結果の検討

図9に、各解析モデルにより得られた衝突荷重の経時変化を示す。図8に示したように、モデル3の場合、最上部の質点の加速度は複雑に変化するにもかかわらず、接触荷重は滑らかに変化しており、モデル2の結果にはほぼ一致している。また、弾性ハンマと仮定したモデル2およびモデル3の場合、モデル1の剛体ハンマよりも衝突荷重の増加速度は若干小さく、最大衝突荷重も小さいことがわかる。なお、最大衝突荷重は試験片の硬度が増加するにつれ増加し、ハンマ重量(=

0.0375 kgf=0.368 N)の1000倍以上にも達している。

ここで、図9の山の部分の面積は力積 Ft に相当し、最大荷重点に達するまでの力積と、最大荷重点から完全除荷に至るまでの力積をそれぞれに添字1, 2を付して図中に示している。最大荷重点では速度零であるため、いずれの試験片の場合も Ft_1 はほぼ一致している。しかし、硬度が低い試験片ほど負荷・除荷曲線の非対称性が強くなり、除荷過程で得られる力積 Ft_2 が小さくなっていることがわかる。なお、ハンマを剛体と仮定した場合には衝突荷重は増加するものの衝突時間が減少し、 Ft_2 は弾性ハンマよりも小さくなっている。

図10に、ハンマ先端の押し込み変位と衝突荷重の関係を示す。剛体ハンマの場合には、負荷過程で試験片の変形に費やされるエネルギー(U_1)はいずれの試験片の場合もほぼ一致するが、弾性ハンマの場合には試験片硬度が増加するにしたがい U_1 は低下している。図11に、モデル3($N=8$)により得られた衝突前後のハンマエネルギーの変化を示す。ここで、位置エネルギーはハンマ先端が試験片表面に接触した瞬間を零としている。衝突直後からハンマの運動エネルギー

(a) Rigid hammer [model 1]

(b) Elastic hammer [model 2]

(c) Elastic hammer [model 3, $N=8$]

Fig. 9 Variations of the impact force for numerical results ($Ft_{1,2} = Ft_1 + Ft_2$)

(a) Rigid hammer [model 1]

(b) Elastic hammer [model 3, $N=8$]

Fig. 10 Relationship between the impact force and the indentation depth for numerical results ($\Delta U = U_1 - U_2$)

Fig. 11 Variations of the hammer energy for numerical results [model 3, $N=8$] Fig. 12 Variations of the hammer energy after the impact [maraging steel, model 3, $N=8$]

は減少していくが、その一部はひずみエネルギーとしてハンマに蓄えられるため、速度零すなわち最大押し込み時にもハンマエネルギーは零とならず、図 10 の剛性ハンマと弾性ハンマの U_t の差に相当するひずみエネルギーが存在している。さらに除荷過程で試験片の弾性回復エネルギー [図 10(b)中 U_2] を取得してエネルギーが増加していることがわかる。衝突後のハンマが有する全エネルギー U_t と衝突時の最大ひずみエネルギー U_s との比 U_s/U_t 値は、分割数 N にほとんど依存せず、7:3 黄銅: 0.47~0.48, S 55 C: 0.51~0.52, マルエージング鋼: 0.38~0.39 であった。すなわち、D 形ショア硬さ試験においては、反発後のハンマが有するエネルギーの半分程度は試験片の弾性回復エネルギーから供給され、残りは衝突時にハンマ自身が蓄えたひずみエネルギーから供給されていることがわかる。

なお、式 (7), (11) から得られる等価ばね定数 k_0 , k_1 を用いると、 U_s と最大衝突荷重 $F_{\max}$ の間には以下の関係がほぼ成り立つ。

$$U_s = 2F_{\max}^{5/3}/5k_0 + F_{\max}^2/2k_1 \quad \text{.....(18)}$$

一方、 U_t には以下の関係式が成立する。

$$U_t = U_s + U_p + U_k + U_2 \quad \text{.....(19)}$$

ここで、 U_p , U_k はそれぞれ最大衝突荷重時の位置および運動エネルギーである。 $U_k \approx 0$ であるが、 $U_p < 0$ (例えば 7:3 黄銅の場合、 $U_p \approx -0.026$ mJ) であるため、 U_t は $U_s + U_2$ より若干小さい値となっている。

図 12 は図 11(c) の衝突後の部分を拡大したものである。ひずみおよび運動エネルギーはハンマの 1 次の固有振動数の 2 倍の速度で振動しているが、この振動エネルギーすなわちハンマの重心の運動に寄与しないエネルギー成分は、いずれの試験片の場合も U_t の 0.5% 未満であった。すなわち、反発後のハンマはかなり振動しているように観察されるが、そのエネルギーの大きさは実用上無視できる程度に小さいといえる。この結果は、ばねの上に質点の一つのついている単純なモデル(モデル 2)でもショア硬さの解析が十分可能であることを裏づけている。

6. 結 言

有限要素法を用いたショア硬さ解析法を提案した。また、7:3 黄銅, S 55 C, マルエージング鋼のショア硬さ試験を行い、ハンマの反発挙動をレーザドップラー振動計を用いて測定するとともに、解析結果との比較を行った。得られた結論をまとめると以下のようになる。

(1) ハンマ自身の変形は反発挙動すなわちショア硬さに大きな影響を及ぼす。本研究では、ハンマをばねと質点が直列に並んだモデルで置き換えることによってこの影響を考慮可能な解析法を確立し、その妥当性を確認した。

(2) D 形ショア硬さ試験において、衝突時にハンマ自身に蓄えられるひずみエネルギーの大きさは、反発後にハンマが有する全エネルギー U_t の半分程度である。

(3) 反発後のハンマは衝突時に生じた弾性変形により振動する。ただし、この振動エネルギーの大きさは、 U_t の 0.5% 未満であり、実用上無視できる程度に小さい。

(4) ショア硬さ試験時における最大衝突荷重は、試験片の硬度が増加するにつれ増加し、ハンマ重量の 1 000 倍以上にも達する。

最後に、ハンマ挙動の測定に際して多大な協力をいただいた大分大学工学部今戸啓二、三浦篤義の両氏、7:3 黄銅、マルエージング鋼および引張試験データを提供いただいた九州大学大学院工学研究院村上敬宜教授、S 55 C およびその引張試験データを提供いただいた新日本製鐵(株)八幡技術研究部上田正治氏に深く感謝する。また、研究に協力いただいた九州工業大学大学院生竹内勇人君および学部生内田英樹君に謝意を表す。なお、本研究は平成 10 年度材料科学研究助成金および平成 10, 11 年度文部省科学研究費補助金 [奨励(A)No. 10750108] の援助を受けた。

文 献

- (1) 例えば, Hourston, D. J., Schafer, F. U., Gradwell, M. H. S. and Song, M., TMXDI-based poly (ether urethane)/ polystyrene interpenetrating polymer networks: 2. Tg behavior, mechanical properties and modulus-composition studies, *Polymer*, **39**-23 (1998), 5609-5617.
- (2) Hirano, F., Miyagawa, H., Imado, K. and Kawahara, Y., Impact Tests of Rubber Materials for Seals, *Proc. 14th Int. Conf. FLUID SEALING*, (1994), 161-192.
- (3) 飯塚幸三, ショアかたさ目盛りの精度向上に関する研究, 計量研究所報告, **20**-4 (1971), 175-305.
- (4) 森謙一郎・小坂田宏造・塩見誠規・岡田達夫, ショットピーニング加工における塑性変形および残留応力の三次元有限要素シミュレーション(単一ショットによる変形), 機論, **59**-566, A (1993), 2420-2426.
- (5) 牧清二郎・平井光生・中村雅勇, 衝突硬さの計算機シミュレーション, 材料試験技術, **42**-2 (1997), 123-128.
- (6) Johnson, K. L., *Contact Mechanics*, (1994), 93, Cambridge.
- (7) Peterson, M. B. and Winer, W. O., *Wear Control Handbook*, (1980), 130, ASME.
- (8) 村上敬宜・袁路平, FEM によるブリネル硬さの解析(第 1 報, 解析法の確立と実験結果との比較), 機論, **56**-525, A (1990), 1274-1281.
- (9) Tabor, D., *The Hardness of Metals*, (1951), 137, Oxford.