切欠き先端における塑性特異応力場の強さ*

牛島 邦晴^{*1}, 陳 玳 珩^{*2}, 切手 直人^{*3}

Intensity of a Plastic Singular Stress Field at the Notch Tip

Kuniharu USHIJIMA, Dai-Heng CHEN^{*4} and Naoto KITTE^{*4} Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Science University of Tokyo,
1-3 Kagurazaka, Shinjuku-ku, Tokyo, 162-8601 Japan

In the present study, the relation between the plastic and the elastic stress intensity factors, K_p and K_e , for various V-shaped notch problems is studied by using the finite element analysis. Detailed results for mode I under plane stress and plane strain conditions are investigated. Based on the numerical results, it is found that the relation between K_p and K_e is independent of the notch depth and the scale of plastic zone. Also, it is found that the values of $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ for various notch problems only depend on the notch opening angle γ and hardening exponent n under plane stress and plane strain conditions. This enables one to evaluate the factor K_p for various notch problems without any additional plastic stress analysis.

Key Words: Plasticity, Nonlinear Problem, Stress Intensity Factor, Notch, Stress Singularity, Plane Problem

1. 緒 言

V 形切欠き先端に生じる塑性特異応力場

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{K_p}{r^{1-\lambda_p}} \tilde{\sigma}_{ij}(\theta) \quad (ij = r, \theta, r\theta) \quad (1)$$

(r, θ : 切欠き先端を原点とする極座標系 ; λ_p : 塑性応力特異性に関する指数 ; $\tilde{\sigma}_{ij}(\theta)$: 特異応力の θ 分布を表す関数)

において、その特異応力場の強さを示す塑性応力拡大係数 K_p に対し、影響を及ぼす各因子を解明してゆくためには、多くのパラメータサーベイが必要となる (1)(2)(3)(4)。最近、著者らは、モード I の変形を受ける平面応力状態での V 形切欠き問題について、有限要素法汎用ソフト Marc を用いた弾塑性応力数値解析 (4) を行い、塑性特異応力拡大係数 K_p を算出・検討した。その結果、 K_p と、塑性変形を無視した純弾性解析で得られる、弾性応力拡大係数 K_e から算出されたパラメータ $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ が、荷重の大きさに依存せずほぼ一定となることを見出した。ここで λ_e は、弾性応力特異性に関する指数である。表 1 に参考のため、

$\gamma = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の開き角度を持つ V 形切欠き問題に対し、固有関数展開法 (5) を用いて算出した、 λ_e の値と式 (1) 中の λ_p の値を示す。ただし、表 1 中の数字は平面応力状態での結果を、括弧内の値は平面ひずみ状態での結果を表している。

Table 1 λ_e and λ_p for various notches

	$\gamma = 30^\circ$	60°	90°
λ_e	0.5015 (0.5015)	0.5122 (0.5122)	0.5448 (0.5448)
$\lambda_p(n=3)$	0.7508 (0.7520)	0.7511 (0.7589)	0.7646 (0.7750)
$\lambda_p(n=10)$	0.9097 (0.9097)	0.9098 (0.9114)	0.9093 (0.9155)

従ってこの結果から、ある大きさの荷重に対応する、塑性応力拡大係数 K_p をあらかじめ求めておけば、荷重の増加に伴う K_p の変化は、パラメータ $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ が一定であることに基づいて推測可能となり、このことは、応力特異性に基づく強度評価法を確立するためのパラメータサーベイにとって、非常に大きな意味を持つといえる。

しかし前報 (4) では、平面応力状態下での V 形切欠き問題に対する研究のみにとどまっており、そこで得

* 原稿受付 2000 年 5 月 25 日。

^{*1} 正員, 東京理科大学大学院。 (〒162-8601 東京都新宿区神楽坂 1-3)。^{*2} 正員, 東京理科大学工学部機械工学科。^{*3} キヤノン電子(株)。

E-mail: chend@me.kagu.sut.ac.jp

られた結論が、平面応力状態とは異なる塑性域の広がり示す、平面ひずみ状態でも同様に成り立つかどうか、すなわち、材料定数及び開き角度 γ が等しい V 形切欠き問題において、パラメータ $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ が平面ひずみ状態下でも、荷重の大きさに関係なく一定であるかどうかは不明である。また前報⁽⁴⁾によれば、パラメータ $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ が荷重の大きさに依存しない、という結論が得られたが、このパラメータが荷重の大きさだけではなく、切欠き深さなど切欠き先端から離れた所の構造物の形状にも依存せず、一定値となるかどうかは未検討である。もしこのパラメータが、形状の違いにも依存しないのであれば、ある形状の V 形切欠き問題に対し、あらかじめ K_p を求めておくことにより、他の形状の V 形切欠き問題 (開き角度 γ が等しい切欠き) に対し、有限要素法などによる弾塑性応力数値解析を直接行わずとも、純弾性解析で求めた弾性応力拡大係数 K_e の値から、塑性応力拡大係数 K_p を精度よく推測することができる、といえる。

そこで本研究では、種々の切欠き深さを持つ V 形切欠き問題に対して、平面応力状態に加え、平面ひずみ状態についても、前報⁽⁴⁾と同手法による弾塑性応力数値解析を行い、塑性応力拡大係数 K_p と、純弾性解析で得られる弾性応力拡大係数 K_e との関係について、検討を行う。

なお、本研究において、弾性応力拡大係数 K_e ならびに塑性応力拡大係数 K_p は、それぞれ弾性域、塑性域内で $\theta = 0^\circ$ 点での応力 $\sigma_\theta(r)|_{\theta=0^\circ}$ が次式になるように定義する。

$$\begin{cases} \sigma_\theta(r)|_{\theta=0^\circ} = \frac{K_e}{r^{1-\lambda_e}} & (\text{for elastic field}) \\ \sigma_\theta(r)|_{\theta=0^\circ} = \frac{K_p}{r^{1-\lambda_p}} & (\text{for plastic field}) \end{cases} \quad (2)$$

2. 解析方法

本研究では、解析対象として、図 1(a) のような切欠きの先端が円の中心にある、開き角度 γ で半径 a の円板モデルと、図 1(b) のような種々の切欠き深さを持つ、切欠き帯板モデルを考える。前者のモデルでは、その外側円周上に弾性特異場の理論式で得られる、モード I の変形に対応する $r = a$ での変位量

$$\begin{cases} u_r = \frac{K_e a^{\lambda_e}}{G} \times g_r(\nu, \theta) \\ u_\theta = \frac{K_e a^{\lambda_e}}{G} \times g_\theta(\nu, \theta) \end{cases} \quad (3)$$

を境界条件として与えることで、弾性応力拡大係数 K_e を指定できるという利点を持つ。ここで G は横弾性

係数、 ν はポアソン比 (ここでは 0.3 とする) である。また、式 $g_r(\nu, \theta), g_\theta(\nu, \theta)$ の詳細は文献 (4) を参照されたい。図 1(a), (b) の切欠き円板及び帯板モデルを用

Fig. 1 Analyzed model

いて高精度の解を得るため、本研究では図 2 に示すように、切欠き先端近傍において、先端に近づくほどより細くなるよう、距離 r 方向に対して等比分割、角度 θ 方向に対し約 15° 刻みに等分割し、半径 R に対する最小要素の大きさは $10^{-8}R$ 程度とする (図 2(b) 参照)。また切欠き先端近傍の分割要素は、三角形 6 節点アイソパラメトリック要素を用いており、総分割数は両切欠きモデルとも約 6000 としている。

Fig. 2 (a) Finite element mesh near the notch tip
(b) Innermost ring of elements

本数値解析に用いた材料は、加工硬化特性が Ramberg - Osgood 則で与えられるものとし、材料の 1 軸応力状態における応力-ひずみ関係は、以下の式を満足するとする。

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (4)$$

ここで、 σ_0 および ε_0 は、それぞれ降伏応力および降伏ひずみであり、 $\varepsilon_0 = \sigma_0/E$ である。また、 n はひずみ硬化指数、 α は材料定数、 E はヤング率であり、本研究では $\sigma_0/E = 10^{-9}$ 、 $\alpha = 0.1$ とした。なお、塑性降伏条件は Mises の降伏条件を用い、解析を行った。さらに本研究において塑性解析を行う際、単調増加荷重を与えるものとし、非線形方程式の解法はニュートン・ラプソン法による増分法を用いて行っている。

3. 解析結果

3.1 K_p の算出 図 3(a)(b) は、ひずみ硬化指数 $n = 3$ 、開き角度 $\gamma = 30^\circ$ の切欠きを持つ円板モデル (図 1(a)) での、切欠き先端に生じる塑性域の形状を示すものである。ここで、図 3(a) は平面応力状態での結果を、図 3(b) は平面ひずみ状態での結果を表す。また両図中には、弾性応力分布から得られた、切欠き先端近傍で Mises の降伏条件を満たす範囲 (点線) も示してある。これら 2 つの図を比較すると、 K_e の値が大きくなるにつれ、切欠き先端近傍の塑性域は、平面応力状態では切欠き二等分線 ($\theta = 0^\circ$) の方向へ、また平面ひずみ状態では切欠き二等分線に対し、垂直方向 ($\theta = 90^\circ$) へ広がっているのがわかる。こうした塑性域の広がりを考慮して、本研究では、平面応力状態に対して、前報⁽⁴⁾と同様に塑性域内で $\theta = 0^\circ$ 点での応力 $\sigma_\theta|_{\theta=0^\circ}$ から、式 (2) で定義された塑性応力拡大係数 K_p を算出する。また平面ひずみ状態に対しては、固有関数展開法⁽⁵⁾により求めた、角度 θ に対する各応力成分 $\tilde{\sigma}_{ij}(\theta)$ と、 $\theta = 0^\circ$ での応力 $\tilde{\sigma}_\theta|_{\theta=0^\circ}$ との比 (図 4 中の実線) に基づいて、塑性域内で $\theta = 60^\circ$ 点での有効応力 $\sigma_{eff}|_{\theta=60^\circ}$ ($\sigma_{eff} = \frac{3}{2}S_{ij}S_{ij}$, $S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij}$) の値から、式 (2) で定義された塑性応力拡大係数 K_p を算出する。

図 5 は図 3(b) の解析で得られた、平面ひずみ状態で $\theta = 60^\circ$ 上の応力 $\sigma_{eff}|_{\theta=60^\circ}$ と、切欠き先端からの距離 r との関係を示したものである。図中では、弾性域と塑性域での応力値 $\sigma_{eff}|_{\theta=60^\circ}$ を、それぞれ $\circ$ と $\bullet$ 印で区別している。この図からわかるように、前報⁽⁴⁾の平面応力状態の場合と同様、弾性応力拡大係数 K_e の増加につれて応力値は上昇し、また弾性域と塑性域において、図中の直線が示すように、それぞれの応力特異性の指数が、表 1 に示す固有関数展開法⁽⁵⁾で求めた、 $\lambda_e - 1, \lambda_p - 1$ 値に一致する応力分布の部分が見られる。さらに、切欠き先端周りにおける各応力成分の θ 分布について、図 4 中には、 $K_e/(\sigma_0 a^{1-\lambda_e}) = 0.2$ での、切欠き先端から距離 $r = 2.371 \times 10^{-5}a$ 上の各応力成分と、 $\theta = 0^\circ$ 点での

応力 σ_θ との比も $\bullet$ 印で示している。この図からわかるように、各応力成分とも、本解析結果 ($\bullet$ 印) と固有関数展開法による解析結果⁽⁵⁾(実線) は、良く一致している。従って以上の結果から、前報⁽⁴⁾の平面応力状態の場合と同様に、平面ひずみ状態においても、本研究の応力数値解析結果は、先に著者らが行った固有関数展開法による理論解析⁽⁵⁾で求めた特異応力場を、精度よく再現しているといえる。

3.2 K_e と K_p の対応関係 (切欠き深さが異なる帯板問題) 図 6 は、切欠き深さの異なる帯板モデル (図 1(b)) に対し、与える端部の変位量 U_u を無次元化したパラメータ $U_u/(\ell\sigma_0/E)$ と、材料が降伏しないと仮定した純弾性解析により得られた、弾性応力拡大係数 K_e 、ならびに塑性降伏を考慮した弾塑性解析 ($n = 3$) により得られた、塑性応力拡大係数 K_p との関係を示したものである。図 6 の結果からわかるように、それぞれの帯板モデルにおいて、無次元化した端部変位量 $U_u/(\ell\sigma_0/E)$ が大きくなるにつれ、弾性応力拡大係数 K_e は線形的に、塑性応力拡大係数 K_p は非線形的に増加し、またそれらの値は、切欠きが深くなるほど大きい。このことは直感的にも理解できると思われる。

次に図 6 の結果を用い、切欠き深さの異なる切欠き帯板モデルに対して、 K_e と K_p の関係について再整理し、それを図 7 に示す。この図からわかるように、開き角度 γ の等しいそれぞれの切欠きモデルにおいて、 K_e と K_p の関係は切欠き深さの違いに関わらず、ほぼ 1 本の曲線に集中しているといえる。すなわち、切欠きの開き角度 γ が等しい V 形切欠き問題において、弾性応力拡大係数 K_e と塑性応力拡大係数 K_p の間には、切欠き深さなど試験片形状の違いによらず、1 対 1 関係がほぼ満足されるといえる。

ここで、以上の結論が小規模降伏条件に限らず、相当広範囲な塑性域が生じて成り立つことに、特に注意されたい。例えば図 7 中のマーク 'A' 点 ($K_e/(\sigma_0 w^{1-\lambda_e}) = 0.3$) に対応する、切欠き深さ $t/w = 0.1, 0.2$ での塑性域の広がりの様子を図 8 に示す。この図からわかるように、切欠き深さの違いにより切欠き先端に生じる塑性域の形状は異なっており、塑性域の大きさが小規模降伏状態を超えても (特に切欠き深さ $t/w = 0.1$ では帯板全体に塑性域が広がっている)、図 7 に示したように K_e と K_p の 1 対 1 関係は依然として満足される。また各帯板モデルでの応力分布を比較するため、図 7 中の 'A' 点における、切欠き先端から角度 $\theta = 0^\circ$ 上の応力 $\sigma_\theta|_{\theta=0^\circ}$ 分布を図 9 に示す。この図からわかるように、同じ塑性応力拡大係数 K_p を

Fig. 3 Plastic regions around the notch tip (a) plane stress condition (b) plane strain condition

持つそれぞれの帯板モデルにおいて、切欠き二等分線上 ($\theta = 0^\circ$) の応力分布 $\sigma_\theta|_{\theta=0^\circ}$ は、切欠き先端近傍 ($r/w < 0.01$) では切欠き深さ (t/w) の違いに関わらず一致しているが、先端から離れるに従い、各帯板モデルで異なる分布を示す。すなわち、切欠き深さの異なる帯板モデルにおいて、切欠き先端近傍で同じ K_p を持つ塑性特異場であっても、全体の弾塑性応力分布は異なっている。

Fig. 4 Angular distribution of stresses $\tilde{\sigma}_r, \tilde{\sigma}_\theta, \tilde{\tau}_{r\theta}$ and $\tilde{\sigma}_{eff}$ ($\gamma = 30^\circ$ and $n=3$)

3.3 パラメータ $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ の検討 図 7 に示した K_e と K_p の 1 対 1 関係をより具体的に把握するため、図 10 に示すような切欠き問題を考える。まず同じ大きさの引張り荷重を受ける、形状が相似で大きさの異なる二つの V 形切欠き問題 (図 10 の (a) と (b)) を取り上げる。切欠きに関する相似則により、パラメー

Fig. 5 Distribution of stresses σ_{eff} on direction of $\theta = 60^\circ$ ($\gamma = 30^\circ$ and $n=3$)

タ $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ が、相似試験片の寸法によらず一定となる⁽⁴⁾ことを理論的に導き出すことができる。次に切欠きの開き角度 γ のみが等しく、形状が相似でない二つの切欠き問題 (図 10 の (b) と (c)) を考える。図 7 の結果から、両切欠き問題において、切欠き先端での K_e が同じであれば、それに対応する塑性応力拡大係数 K_p もほぼ同じであるといえる。以上の二点を総合すれば、形状が相似でない V 形切欠き問題についても同様に、パラメータ $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ が、切欠きの寸法や荷重の大きさに関わらず一定となる、と推測することができる。そこでこのパラメータ $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ について、まず図 1(a) の切欠き円板モデルを用いて検討を行う。前報⁽⁴⁾の研究で、著者らはモード I の変形を受ける平面応力状態での V 形切欠き問題につ

Fig. 6 Variation of K_e and K_p with U_u ($\gamma = 30^\circ$ and $n=3$)

Fig. 7 Relation between K_e and K_p of V-notch for different notch depths ($\gamma = 30^\circ$ and $n=3$)

いて、パラメータ $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ が、荷重の大きさに依存せずほぼ一定となることを確認した。図 11 は平面ひずみ状態での、パラメータ $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ の無次元化量 $(K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}) \times \sigma_0^{\lambda_e-\lambda_p}$ と、弾性応力拡大係数 K_e との関係を示す。ここで、図 11(a) は開き角度 $\gamma = 30^\circ$ 、図 11(b) は開き角度 $\gamma = 90^\circ$ の V 形切欠きに対する解析結果を示す。これらの図からわかるように、平面応力状態の場合と同様、平面ひずみ状態においても、パラメータ $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ は、 K_e の大きさに

Fig. 8 Plastic region corresponding to 'A' in Fig. 7

Fig. 9 Distribution of stress σ_θ on direction of $\theta = 0^\circ$ for different notch depths

関わらずそれぞれの n 及び γ において、ほぼ一定値となっている。また任意の開き角度 ($0^\circ \leq \gamma \leq 150^\circ$) を持つ V 形切欠き問題に対し、パラメータ $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ の無次元化量 $(K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}) \times \sigma_0^{\lambda_e-\lambda_p}$ の近似値を表 2 に示す。この表からわかるように、各平面状態とも無次元化したパラメータ $(K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}) \times \sigma_0^{\lambda_e-\lambda_p}$ は、ひずみ硬化指数 n 及び開き角度 γ の関数である。また、任意の n 及び γ において、各平面状態でのパラメータ $(K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}) \times \sigma_0^{\lambda_e-\lambda_p}$ の値を比較すると、平面ひずみ状態の方が、平面応力状態でのそれより大きく、開き角度 γ の変化に対するパラメータ $(K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}) \times \sigma_0^{\lambda_e-\lambda_p}$ の変化も大きい、といえる。

次に、切欠き深さの異なる帯板問題 (図 1(b)) について検討する。様々な切欠き深さ t を持つ図 1(b) の

Table 2 Values of $(K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}) \times \sigma_0^{\lambda_e-\lambda_p}$

		$\gamma = 0^\circ$	30°	60°	90°	120°	150°
$n = 3$	Plane Stress	1.4589	1.4645	1.4302	1.3836	1.2909	1.1334
	Plane Strain	1.8533	1.7760	1.7004	1.5813	1.4068	1.1415
$n = 10$	Plane Stress	1.2295	1.2283	1.2200	1.1988	1.1564	1.0735
	Plane Strain	1.7805	1.6775	1.5763	1.4465	1.2904	1.1000

Fig. 10 Consideration of $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ Fig. 11 Variation of $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ with K_e for V-notch (Fig.1(a) model) of (a) $\gamma = 30^\circ$ (b) $\gamma = 90^\circ$

帯板モデルでの、弾性特異場の強さ K_e とパラメータ $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ の無次元化量 $(K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}) \times$

$\sigma_0^{\lambda_e-\lambda_p}$ との関係を図12~15に示す。ここで、図12,13は平面応力状態で開き角度 γ が等しい帯板モデルに対し、異なるひずみ硬化指数 n でのパラメータ $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ を比較したものである。また図14,15では、平面ひずみ状態で n が等しい帯板モデルに対し、異なる開き角度 γ でのパラメータ $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ を比較している。各図中には、先の切欠き円板モデル(図1(a))での解析結果も点線で示している。これらの図からわかるように、平面応力状態、平面ひずみ状態とも、それぞれのひずみ硬化指数 n 及び切欠きの開き角度 γ において、パラメータ $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ は、切欠き深さの違いに関わらず、ある幅を持った範囲内(各図中の斜線部分)に収束しており、その幅は、弾性応力拡大係数 K_e が大きくなるにつれ広がるものの、値のばらつきは、図1(a)のモデルを用いて算出した近似値(表2)から、最大6%程度(図15の $\gamma = 30^\circ$)にとどまっている。

Fig. 12 Variation of $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ with K_e for notch (Fig.1(b) model) of $\gamma = 30^\circ$ under plane stress

3.4 他の問題への適用 以上の結果から、開き角度 γ の等しいV形切欠き問題において、弾性及び塑性応力拡大係数 K_e, K_p は、切欠き深さの違いや荷

Fig. 13 Variation of $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ with K_e for notch (Fig.1(b) model) of $\gamma = 90^\circ$ under plane stress

Fig. 15 Variation of $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ with K_e for notch (Fig.1(b) model) of $n=10$ under plane strain

Fig. 14 Variation of $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ with K_e for notch (Fig.1(b) model) of $n=3$ under plane strain

重の大きさに関わらずほぼ1対1に対応し、そのときのパラメータ $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ は、一定値となることが確認できた。さらにこの結果を用いて、V形切欠きを有する構造物の塑性応力拡大係数 K_p は、有限要素法などによる弾塑性応力数値解析を直接行わずとも、線形弾性解析で得られる K_e ならびに、開き角度 γ が等しく、形状が異なる他のV形切欠き材でのパラメータ $K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}$ から、評価することが可能といえる。即ち以下の式を用いて、弾性解析で求めた K_e の値か

ら K_p の値を求めることができる。

$$K_p = \left[\left(\frac{K_p^{1-\lambda_e}}{K_e^{1-\lambda_p}} \times \sigma_0^{\lambda_e-\lambda_p} \right) \times \sigma_0^{\lambda_p-\lambda_e} K_e^{1-\lambda_p} \right]^{\frac{1}{1-\lambda_e}} \quad (5)$$

ここで、式中のパラメータ $(K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}) \times \sigma_0^{\lambda_e-\lambda_p}$ は、あらかじめ求めておいた、同じ開き角度 γ を持つV形切欠きモデルでの結果（例えば、図1(a)の切欠き円板モデルでの結果）である。このような近似評価法の有効性を確認するために、ここで1例として、図16のような、V形切欠き ($\gamma = 30^\circ$) を有する帯板 ($n = 3$) での3点曲げ試験の問題を考え、その切欠き先端周りに生じる、塑性応力拡大係数 K_p について解析した。図17は、切欠き先端に生じる塑性域での

Fig. 16 A beam with a V-shaped notch under 3-point bending

応力分布に基づいて算出した、塑性応力拡大係数 K_p (●印) の、単位厚さ当たりの荷重 P の増加に伴う変化を示すものである。図中には、表2に示したパラメータ値 $(K_p^{1-\lambda_e}/K_e^{1-\lambda_p}) \times \sigma_0^{\lambda_e-\lambda_p}$ (平面応力状態で

Fig. 17 Plastic stress intensity factor K_p for a beam with V-shaped notch model under 3-point bending

は 1.4645、平面ひずみ状態では 1.7760) に基づいて、式 (5) を用いて得られた塑性応力拡大係数 K_p も、実線で示している。この図からわかるように、純弾性解析から得た K_e の値から算出した K_p の値は、平面応力状態、平面ひずみ状態での結果とも、荷重 P の大きさに関わらず、比較的良好な近似値を示している。

4. 結 論

本研究では、有限要素法汎用ソフト Marc を用いて、V 形切欠き先端まわりの弾塑性応力数値解析を行い、塑性応力拡大係数 K_p と、純弾性解析で得られる弾性応力拡大係数 K_e との関係について検討を行ない、以下の結論が得られた。

1. 切欠きの開き角度 γ が等しく、切欠き深さなどの形状や荷重の異なる切欠きモデルにおいて、切欠き先端近傍の塑性応力拡大係数 K_p と、純弾性解析で得られる弾性応力拡大係数 K_e との関係は、切欠き深さなどモデルの違いに関わらず、ほぼ 1 対 1 に対応する。この結論は切欠き先端に生じる塑性降伏領域が大きく、小規模降伏状態を超えても成り立つ。
2. 塑性応力拡大係数 K_p と、弾性応力拡大係数 K_e から算出したパラメータ $K_p^{1-\lambda_p}/K_e^{1-\lambda_p}$ は、荷重の大きさや切欠き深さなどの違いに関わらず、ほぼ一定値をとる。
3. V 形切欠きを有する構造物の、塑性応力拡大係数 K_p は、有限要素法などによる弾塑性応力数値解析を直接行わずとも、線形弾性解析で得られる K_e ならびに、同じ開き角度 γ において一定値と

なるパラメータ $K_p^{1-\lambda_p}/K_e^{1-\lambda_p}$ から、予測することが可能といえる。

References

- (1) Hutchinson, J. W., *Singular Behavior at the End of a Tensile Crack in a Hardening Material*, J. Mech. Phys. Solids, **16**(1968), 13-31.
- (2) Shih, C. F., *Small-Scale Yielding Analysis of Mixed Mode Plane-Strain Crack Problems*, Fracture Analysis, ASTM STP 560, (1974) 187-210.
- (3) Li, J., *Estimation of the mixity parameter of a plane strain elastic-plastic crack by using the associated J-integral*, Eng. Frac. Mech., **61**(1998) 355-368.
- (4) 牛島邦晴, 陳玳珩, 切手直人, V 形切欠きの塑性応力拡大係数, 機論, **66**-645, A(2000), pp.1039-1045.
- (5) 陳玳珩, 牛島邦晴, V 形切欠き先端における弾塑性応力特異性, 機論, **64**-620, A(1998), pp.933-941.