構造座屈と領域大変動を伴う流体・構造連成問題の
ALE 有限要素解析*張 群^{*1}, 久田 俊明^{*2}Analysis of Fluid-Structure Interaction Problems with Structural Buckling
and Large Domain Changes by ALE Finite Element MethodQun ZHANG and Toshiaki HISADA^{*3}^{*3} The University of Tokyo, School of Frontier Sciences, Hongo 7-3-1, Bunkyo-ku, Tokyo, 113-0033 Japan

A 3D finite element analysis program is newly developed for fluid-structure interaction problems with structural buckling and large domain changes. An ALE finite element method with automatic mesh updating is formulated for large domain changes. In order to cope with the numerical instability caused by the buckling of a thin shell structure, a strong coupling strategy is taken together with some stabilization techniques for fluids and structures. The simulation of the pulsation of a 3D simplified artificial heart model with structural buckling and large domain changes are demonstrated to show the capability of the proposed methods. The reasons for the numerical instability caused by the structural buckling are clarified.

Key Words: Fluid-Structure Interaction (FSI), ALE Finite Element Method, Structural Buckling, Large Domain Changes, Artificial Heart, Blood Pump

1. 緒言

完全埋め込み拍動型人工心臓の血液ポンプは、人間の心室と同様の役割を果たしている。腹腔部に内蔵されたポンプから送りだされる油圧により血液ポンプ内のポリウレタン製ダイヤフラムを曲率が反転するまで変形させ、血液ポンプ内の血液を吐出する。次に油を引いてダイヤフラムを初期形状に回復させることにより、再び血液を吸入し、血液ポンプは充満状態に戻る。このような流体領域の大幅な変動、ならびに構造の曲率が反転するような大変形座屈を伴う流体・構造連成問題を解析するには、より高度の力学理論及び解析手法が要求される。近年、流体・構造連成解析は飛躍的な進展を遂げつつあるが⁽¹⁾⁻⁽⁷⁾、これらの研究は流体領域の大規模変形や構造の極端な座屈を伴わない問題に限られている。

流体構造連成 (FSI) 問題において、境界面における幾

何学的連続条件と力学的平衡条件を満足させる制御法は連成解析の重要なポイントである。これには主に弱連成法、強連成法及び拘束条件を用いた手法が挙げられる。これらの三手法の中で、強連成法はプログラムを全体的に再設計する必要があるが、流体・構造の相互依存性が強い FSI 問題に対して有効であると考えられている。

本研究では Arbitrary Lagrangian Eulerian(ALE) 有限要素法を流体領域に、また total Lagrange 法を構造領域に適用し、強連成法に基づく 3次元 FSI 問題解析プログラムを新たに開発した。そして、ALE 自動メッシュ制御法、数値安定化手法、時間積分法を工夫することにより、人工心臓血液ポンプ検証モデル (以下では単に、血液ポンプモデルと略記) の拍動をシミュレートすることに成功した。また解析を通じて、構造座屈により引き起こされる連成系の力学的及び数値的な特性を解明した。

2. 基礎方程式

2.1 ALE 表記法による流体の定式化

ALE N-S 方程式の Euler 表示 流速を v 、体積弾性率を B 、圧力を P 、質量密度を ρ とすると、等温変化条

* 原稿受付 2000 年 5 月 22 日。

^{*1} 東京大学大学院新領域創成科学研究科 (〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)。^{*2} 正員、東京大学大学院新領域創成科学研究科。

E-mail: hisada@ingram.t.u-tokyo.ac.jp

件を仮定した流体の連続の式と平衡方程式の ALE 表示は次のようになる⁽⁸⁾.

$$\frac{1}{B} \frac{\partial P}{\partial t} \Big|_x + \frac{1}{B} c_i \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad \text{in } R_t^f \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} \Big|_x + \rho c_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \quad \text{in } R_t^f, \quad (2)$$

ただし, $\partial(\cdot)/\partial t|_x$ は ALE 座標系における時間変化率, c は速度 v_m を持つ ALE 座標系に対する流体の相対速度 $v - v_m$ を表す. σ は Cauchy 応力, g は重力加速度, R_t^f は時刻 t における流体領域を表す. また右肩の記号 f は流体の諸量であることを示す. なお, 流体は Newton 流体であると仮定する.

有限要素定式化 式(1), (2)に対し Galerkin 法に基づく有限要素離散化を行うと以下のマトリックス方程式が得られる.

$$M^P \cdot \dot{P} + \Lambda^P \cdot P + G^T \cdot V = 0 \quad (3)$$

$$M \cdot \dot{V} + \Lambda \cdot V + K_\mu \cdot V - G \cdot P = F \quad (4)$$

M^P と M は圧力, 速度についての質量マトリックス, Λ^P と Λ は圧力, 速度についての対流項のマトリックスである. K_μ は粘性マトリックス, G は発散についてのマトリックス, $\dot{P}$ と $\dot{V}$ は ALE 座標系における圧力と速度ベクトルの時間変化率, F は外力ベクトルである. なお上式の誘導に当って, 本研究では SU (Streamline Upwind) 法又は SUPG (Streamline Upwind/Petro Galerkin)⁽⁹⁾ 法を適用した. 具体的な有限要素としては六面体 8/1d(8 流速節点, 一定圧力) 混合要素を用いた.

2.2 Total Lagrange 法による構造の有限要素定式化

基礎方程式 構造の平衡方程式は次式で与えられる. ただし, R_t^s は時刻 t における構造領域である. また右肩の符号 s は構造の諸量であることを示す.

$$\rho^s \frac{d^2 u_i}{dt^2} = \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} + \rho^s g_i \quad \text{in } R_t^s \quad (5)$$

血液ポンプダイアフラムは座屈後大変形するため幾何学的非線形解析が要求されるが, 一方ダイアフラムの厚さは薄いため, 生じるひずみは小さいと考えられる. そこで本研究では微小ひずみ・大回転(大変形)を仮定し, 構成則としては, 第 2 Piola-Kirchhoff 応力と Green-Lagrange ひずみの間に線形弾性体の構成式が成立するものとする⁽¹⁰⁾.

シェル要素の有限要素定式化 ダイアフラムは 4 節点の MITC シェル要素⁽¹⁰⁾でモデル化する. 式(5)の弱形式から total Lagrange 法に基づく有限要素離散を行い, 非線型方程式の増分分解を行うと次のマトリックス方程式が得られる.

$$M \Delta \dot{U} + {}^t K \Delta U = {}^{t+\Delta t} F - {}^t Q^s \quad (6)$$

ここで, M はシェルの質量マトリックス, K は接線剛性マトリックス, F は外力ベクトル, Q は構造の内力と慣性力に対応する等価節点力ベクトルである. また $\Delta \dot{U}$, ΔU は加速度増分と変位増分ベクトルである. なお時間積分における数値安定性を向上させるため, シェル要素の M の回転成分には修正質量マトリックス⁽¹¹⁾を適用する.

3. 連成系方程式

3.1 流体・構造境界面の制御方法 流体構造境界面での幾何学的連続条件は次式で,

$$v_i^f = v_i^s \quad (i = 1, 2, 3) \quad \text{on } \partial R_t^c, \quad (7)$$

また, 境界面での平衡条件は次式で与えられる.

$$\sigma_{ji}^f n_j^f + \sigma_{ji}^s n_j^s = 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad \text{on } \partial R_t^c, \quad (8)$$

ただし, n^f , n^s はそれぞれ境界面での流体と構造の外向き単位法線ベクトル, ∂R_t^c は流体・構造境界面の領域を示す.

流体と構造の両者に連続体要素を使うとそれらの形状関数が同じであり, かつ節点が共有されていれば, 境界面における連続条件(式(7))と平衡条件(式(8)の弱形式)は自動的に満足される. 本研究では流体には 8 節点 6 面体要素を用いるが, 一方, 構造には 4 節点 MITC シェル要素を用いるので, 構造側の境界面は節点を結ぶ双一次関数面で定義され, 幾何学的連続条件はこの厚さを持たない面に対して満足される. また平衡条件は, 連続体要素の場合と同じように単に共通自由度のマージにより達成されるが, 流体要素には回転自由度がないため, 節点でのモーメントは構造側だけで自己平衡することになる.

3.2 強連成法に基づく連成系方程式 前項で述べたように, 境界面で流体要素と構造要素の節点を一致させることにより, 幾何学連続条件と節点平衡条件は自動的に満足される. その場合連成系の方程式は次のように表され, 本研究ではこれを一括して強く強連成法を採用する.

$${}^t M^{fs} \Delta \dot{\varphi}^{fs} + {}^t C^f \Delta \varphi^{fs} + {}^t K^s \Delta U^s = {}^{t+\Delta t} F - {}^t Q^{fs} \quad (9)$$

ただし, φ^{fs} と U^s は連成系の変数ベクトルであり, 次のように定義される.

$$\varphi^{fs} = \begin{Bmatrix} P \\ V_i^f \\ V_c \\ V_i^s \end{Bmatrix}, \quad U^s = \begin{Bmatrix} - \\ - \\ U_c \\ U_i^s \end{Bmatrix} \quad (10)$$

ここで, P は流体の圧力ベクトル, V_i^f は流体の構造に独立(independent)な速度ベクトル, V_c は流体と構造に

共通 (common) な速度ベクトル, V_i^s は構造自由度で流体に独立な速度ベクトル, U_c は流体と構造に共通な変位ベクトル, U_i^s は構造自由度で流体に独立な変位ベクトルである. ${}^{t+\Delta t}F$ は時刻 $t + \Delta t$ での連成系に対する外力ベクトル, ${}^tQ^{fs}$ は時刻 t での連成系の等価節点力 (内力と慣性力を含む) ベクトルである. ${}^tM^{fs}$ は時刻 t での連成系の質量マトリックス, tC_f は時刻 t での流体の発散, 粘性, 対流項を含むマトリックス, tK_s は時刻 t での構造の接線剛性マトリックスである. ただし, 右肩符号 fs は流体と構造の両方からの寄与を意味する. これらのマトリックスとベクトルの詳細は以下のように表される.

$${}^tM^{fs} = \begin{bmatrix} {}^tM^P & 0 & 0 & 0 \\ 0 & {}^tM_{ii}^f & {}^tM_{ic}^f & 0 \\ 0 & {}^tM_{ci}^f & {}^tM_{cc}^f + {}^tM_{cc}^s & {}^tM_{ci}^s \\ 0 & 0 & {}^tM_{ic}^s & {}^tM_{ii}^s \end{bmatrix} \quad (11)$$

$${}^tC_f = \begin{bmatrix} A^P & G_i^T & G_c^T & 0 \\ -G_i & A_{ii} + K_{\mu ii} & A_{ic} + K_{\mu ic} & 0 \\ -G_c & A_{ci} + K_{\mu ci} & A_{cc} + K_{\mu cc} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$${}^tK^s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & {}^tK_{cc} & {}^tK_{ci} \\ 0 & 0 & {}^tK_{ic} & {}^tK_{ii} \end{bmatrix}$$

$${}^tQ^{fs} = \begin{Bmatrix} {}^tQ_p^f \\ {}^tQ_{vi}^f \\ {}^tQ_{vc}^f + {}^tQ_c^s \\ {}^tQ_i^s \end{Bmatrix}, \quad {}^{t+\Delta t}F^{fs} = \begin{Bmatrix} 0 \\ {}^{t+\Delta t}F_i^f \\ {}^{t+\Delta t}F_c \\ {}^{t+\Delta t}F_i^s \end{Bmatrix} \quad (13)$$

以上の式における添字 c と i は共通部分と独立部分の変数であることを意味する. ${}^tK^s$ は接線型マトリックス, ${}^tM^{fs}$ と tC_f は割線型マトリックスの意味になる. 著者らは ${}^tM^{fs}$, tC_f について接線型マトリックスも誘導しているが⁽¹²⁾, 後述のように時間増分ステップの制御を行い, 適切な Δt を保つ場合は割線型マトリックスを用いても収束性の問題を全く生じない. 反復解析には次節に示す拡張された PMA を用いる.

4. メッシュ制御法

本研究の特徴の一つは流体領域が大幅に変動する問題を解析することにある. このため適切なメッシュ制御方法を確立することは重要である. 血液ポンプモデルの解析における境界条件は, オープン境界, 固着境界及び流体・構造連成境界から成る. そこで流体領域のメッシュの制御を次のように行う.

固定壁, および流出口と流入口の節点制御は, 単に

$$v_m = 0 \quad (14)$$

で与える. また構造との境界面での節点制御は次式に示すように構造の物質点に固着させる Lagrange 型制御を適用する.

$$v_m = v^s \quad (15)$$

ここで, v^s は境界面での構造の節点速度である. 以上の制御法により定まる境界での節点移動から内部節点を適切に制御する必要がある. 著者らは 2 次元解析において境界値問題を解くことにより, メッシュの歪みを有効に防止し得ることを示したが⁽¹³⁾, 本研究で対象とする血液ポンプにおける流体領域の初期形状は比較的簡単であり, また変形は 2 次元解析の場合程極端ではないので, 内部節点の変位と速度はそれに関わる境界節点の移動に基づき比例的に制御することとした.

5. 時間積分法

5.1 PMA の拡張 流体解析でよく用いられる Predictor-multicorrector algorithm (PMA)⁽⁸⁾ 法は時間に関する 1 階の常微分方程式を解くための方法で, 予測, 求解及び修正の 3 ステップからなる. 一方, 連成問題は構造を含むため 2 階の微分方程式になる. そこで本研究では加速度, 速度と変位に関する Newmark- β 法の補間関係式を導入して, PMA 法のアルゴリズムを拡張し定式化した. 予測, 求解, 修正の各ステップの具体的な式を以下に示す.

予測:

$${}^{t+\Delta t}U^{s(0)} = {}^tU^s + \Delta t {}^tV^s + \Delta t^2(0.5 - \beta) {}^t\ddot{V}^s \quad (16)$$

$${}^{t+\Delta t}\varphi^{fs(0)} = {}^t\varphi^{fs} + \Delta t(1 - \gamma) {}^t\dot{\varphi}^{fs} \quad (17)$$

$${}^{t+\Delta t}\dot{\varphi}^{fs(0)} = 0 \quad (18)$$

求解:

$$M^* \Delta \varphi^{fs(k)} = {}^{t+\Delta t}R^{(k)} \quad (19)$$

ここで, ${}^{t+\Delta t}R^{(k)}$ は時刻 $t + \Delta t$ での解を求める際の第 k 回目の反復解析における残差ベクトルである. また M^* は次式で与えられる.

$$M^* = {}^{t+\Delta t}M^{fs(k)} + {}^{t+\Delta t}C_f^{(k)} \Delta t \gamma + {}^{t+\Delta t}K^s(k) \Delta t^2 \beta. \quad (20)$$

修正:

$${}^{t+\Delta t}U^{s(k+1)} = {}^{t+\Delta t}U^{s(k)} + \Delta \varphi^{s(k)} \Delta t^2 \beta \quad (21)$$

$${}^{t+\Delta t}\varphi^{fs(k+1)} = {}^{t+\Delta t}\varphi^{fs(k)} + \Delta \varphi^{fs(k)} \Delta t \gamma \quad (22)$$

$${}^{t+\Delta t}\dot{\varphi}^{fs(k+1)} = {}^{t+\Delta t}\dot{\varphi}^{fs(k)} + \Delta \dot{\varphi}^{fs(k)} \quad (23)$$

ただし γ と β は Newmark- β 法のパラメータであり, 後に示す解析では数値安定性を確保するため $\gamma = 0.6$,

Fig. 1 Computational process for coupled system

$\beta = 0.3025$ に設定した。本文で提案する時間積分法の概要と解析の流れを図 1 にまとめる。

5.2 時間増分ステップの制御 血液ポンプの解析過程ではシェルの座屈により力学特性が大きく変化するので、解の収束性と計算効率を保证する為には時間増分ステップ Δt の適切な自動制御法が必要となる。本研究では次の制御法を適用した。即ち、第 k 時間増分ステップにおいて N_k 回の反復で収束条件が満足されると、次の時間増分ステップ Δt_{k+1} は以下の式 (24) を利用して調節する。ただし、 N_{exp} は希望する反復回数である。一方、もし最大反復回数 N_{max} 回の反復をしても収束条件が満足されない場合には Δt を式 (25) によって減少させ、このステップの解析を再スタートする。つまり本手法では反復回数を希望する回数に近づけるように時間増分ステップの大きさを調節している。

$$\Delta t_{k+1} = \Delta t_k \times N_{exp} / N_k \quad (24)$$

$$\Delta t_{k+1} = \Delta t_k \times N_{exp} / N_{max} \quad (25)$$

6. 人工心臓検証モデルの 3D 連成解析

解析モデル 解析モデルの縦断面の幾何形状と寸法を図 2 に示す。流体の物性値は血液を想定して質量密度 $\rho = 1.06 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、粘性係数 $\mu = 4.71 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 、体積弾性率 $\kappa = 2.06 \times 10^9 \text{ Pa}$ とした。ポリウレタン製のダイアフラムの材料定数は、ヤング率 $E = 2.0 \times 10^7$

Fig. 2 3D simplified artificial heart model (cross section)

Pa、ポアソン比 $\nu = 0.45$ 、質量密度 $\rho = 1.13 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、また厚さは $t = 0.20 \text{ mm}$ である。流体の初期条件としては、流速は 0、圧力は静水圧とする。ダイアフラムは初期に自然状態（無応力状態）にあるものとする。

境界条件は以下の 2 段階からなる。

- (1) 収縮期: ($t = 0.0 \text{ s} \rightarrow 0.5 \text{ s}$): 流入口 (上部の口) の下向垂直方向に $V_n = At^4 + Bt^3 + Ct^2 + Dt + E$ で指定される流速変化曲線を指定する。係数 A, B, C, D, E は、時刻 0.0 s から 0.5 s までの流失量が $0.1 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ になるように決める。なお流入口の流速分布は放物分布を仮定し、また流出口 (下の口) における垂直方向の応力は解析初期の静水圧の値を維持する。流入口と流出口の水平方向の応力値は 0 と与える。
- (2) 拡張期: ($t = 0.5 \text{ s} \rightarrow 1.0 \text{ s}$): 流出口 (上部の口) の垂直方向に $V_n = At^4 + Bt^3 + Ct^2 + Dt + E$ の流速を指定する。係数 A, B, C, D, E の値は、時刻 0.5 s から 1.0 s までの流入総量が $0.1 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ になるように設定する。また流速分布は放物分布を仮定する。流入口 (下の口) においては応力が指定されるが (初期状態の静水圧)、数値安定性を保証するために流速分布として放物分布を仮定する。流入口と流出口の水平方向の応力値は 0 とする。

なお収縮期、拡張期とはダイアフラム下側を仮に血液室と想定し、その挙動に対応して付けた呼称である。本モデルは実際の人工心臓血液ポンプとは異なる検証実験用モデルであり、別途実施された実験に合わせてダイアフラムを挟む両室の流体に対して同一の物性値 (血液相当) を与えて解析している。

Fig. 3 FEM model

解析結果と力学的、数値的特性の検討

既に述べたように、構造座屈を伴う連成問題の解析が本研究の一つの特徴である。本節ではダイアフラムに極端な座屈を生じる場合の血液ポンプの解析結果を示すと共に、その力学的及び数値的特性を考察する。但し本研究において、座屈とはダイアフラム（構造）の接線剛性マトリックスが特異になることを指すものとする。メッシュ分割を図 3 に示す。総節点数は 9135（うち、流体・構造の境界面節点は 361）、総自由度は 16582 である。流体要素数は 4296、シェル要素数は 348 である。ダイアフラム上の着目点（図 2 の点 A）の応答を図 4 に示す。図 4 (a) と (b) から分かるように、この点の加速度と速度の振動はある段階で引き起こされる。流体領域における流体質点の加速と速度の振動も同じ時間で見られる。これに対して、最初の 0.05s 及び 0.45s ~ 0.62s の間では解の振動が小さい。そこで構造の接線剛性マトリックスの行列式を調べてみると 0.05s までは正の値を維持しているが、0.05s を境に、それ以降符号は頻繁に変化していることが分かった。これは 0.05s において構造の剛性が特異になり、座屈が発生したことを意味している。即ち、連成系の振動は構造の座屈により引き起こされることが分かる。一方、0.45s から 0.62s までの間はダイアフラムはほぼ完全反転の状態にあり（図 4 (c) を参照）、膜はほぼ引張り応力状態となるので振動は低減される。図 4 (d) はダイアフラムの着目点の内力の履歴を示すものであり、構造の座屈に起因する同様の振動が見られる。連成系全体の応答の振動は直接には連成系の実効質量マトリックス M^* 及び残差ベクトル ${}^{t+\Delta t}R^{(k)}$ （式 (19)）の不安定性によりもたらされると考えられる。そこでまず M^* の内訳について数値的に調べてみると、現実的な時間増分ステップ Δt に対しては、主に構造の接線剛性マトリックス ${}^{t+\Delta t}K^{s(k)}$ の項か

Fig. 4 Responses of point A on diaphragm

ら構成されることが分かった（式 (20)）。一方、流体の節点力と共に連成系の残差 ${}^{t+\Delta t}R^{(k)}$ を構成するシェルの節点力は、主にシェルの内力から構成され、慣性力の寄与は無視できる程小さいことが確認された。以上から、連成系の不安定性は構造の座屈により引き起こされることが理解できる。そこで更に比較のため仮想的に平らなダイアフラムを有する同様の問題を解いてみることにする。ただし、収縮期 ($t = 0.0s \rightarrow 0.5s$) での流量は $0.05 \times 10^{-3} m^3$ に、拡張期 ($t = 0.5s \rightarrow 1.0s$) での流量は $0.1 \times 10^{-3} m^3$ に設定する。この解析モデルをダイアフラムの最大変形量（破線はおおよそその最大変形形状）と共に図 5 に示す。また、膜の着目点（図 5 における点 C）の

Fig. 5 Flat diaphragm model and the diagrammatic sketches of deformations

応答履歴を図6に示す。構造座屈を生じないため、連成系の応答の振動は小さくなり、また計算時間も大幅に短縮されて容易な解析となった。

二種類のメッシュ分割の比較 前項でのメッシュ分割(図3)に対し、さらに細かいメッシュ分割を図7($t=0.0s$)に示す。節点総数は22245(うち、流体・構造境界面での節点数657)、総自由度数は41296である。流体要素数は10624、シェル要素数は640である。解析結果(流速と変形の履歴)を図7に示す。細かいメッシュ分割により得られる着目点(図2の点A)の応答を図8に示す。ただし、変位履歴については前項でのメッシュ分割の結果(図4(c))も併記した。図4と比較して、加速度履歴はかなり異なるが、速度履歴のおおよそ及び変位履歴は一致する傾向にある。しかし、現在の細かいメッシュが構造座屈の高次モードや流体の境界層などを十分解像しているかどうかについては、今後更に検討を行う必要があると考えられる。

LES 乱流モデルの導入 以上の解析に加え、本研究では Van Driest 減衰関数に基づく LES Smagorinsky 乱流モデル⁽¹⁴⁾を用いた ALE 有限要素定式化を行い同一問題の解析を行った。Smagorinsky の定数 C_s は 0.1 とし、細かい方のメッシュ分割を採用した。着目点(図2の点A)の加速度、速度、変位の履歴を図9に示す。図8の結果と比較すると、シェルの変位応答に関しては乱流モデルの導入による影響は小さいといえる。しかし流体領域における節点(図2の点B)での流速履歴を比較した図10から分かるように、血液ポンプ内の流れ場には乱流モデルの導入により明らかな影響が認められる。さらに、具体的な結果を示す余裕がないが、乱流モデルを導入することにより、流速勾配の空間的な不連続性が緩和される傾向にあることが分かった。

(a) Acceleration

(b) Velocity

(c) Displacement

(d) Internal force of shell

Fig. 6 Responses of point C

7. 結論

人工心臓血液ポンプ拍動のシミュレーションを通じて本研究で提案した強連成法、数値安定化手法及び時間増分ステップの制御法が、構造の極端な座屈を伴う流体・構造連成問題の解析に対し有効であることが示された。特に強連成法と数値安定化手法は本問題の解析を可能とする為に必要不可欠である。別報にて詳しい議論を行う予定であるが、実際、本問題を弱連成法で解くことは困難である⁽¹²⁾。なお時間増分ステップの制御法は解の収束性及び精度を保証した上で計算効率を向上させる効果がある。また、二種類のメッシュ分割で得られた構造応答が概ね一致していることを確認した。

Fig. 7 Deformations and velocity distributions in 3D analysis (Fine mesh model)

さらに LES Smagorinsky 乱流モデルの導入を行った結果、ダイヤフラムの挙動には余り影響がないが、血液ポンプ内の流れにもたらす影響は観察された。一方、本解析を通じて、構造座屈により引き起こされる数値不安定性の原因を力学的に分析した。

謝辞

本研究における ALE 流体有限要素は元東大大学院生・川上浩樹氏のプログラムをもとにして作られた。また、人工心臓血液ポンプ諸元については、アイシンコスモス研究所・塚原金二氏、土本勝也氏にご教示頂いた。ここに感謝の意を表します。

文 献

- (1) Nitikitpaiboon, C. and Bathe, K. J., *Comput. Struct.*, 47-4/5 (1993) 871-891.
- (2) Bathe, K. J., ほか 2 名, *Comput. Struct.*, 56-2/3 (1995) 193-213.
- (3) Kalro, V. and Tezduyar, T. E., *Fourth Japan-US Symposium on the Finite Element Methods in Large-Scale Computational Fluid Dynamics Proceedings*, (Japan, Tokyo, 1998) 31-36.
- (4) Stein, K., ほか 3 名, *Fourth Japan-US Symposium on the Finite Element Methods in Large-Scale Computational Fluid Dynamics Proceedings*, (Japan, Tokyo, 1998) 119-124.
- (5) Rifai, S. M., ほか 4 名, *Submitted for publications in "Parallel Computational Methods for Flow Simulation"*

Fig. 8 Comparison of the responses of Point A obtained by two kinds of mesh

and Modeling”, *Comput. Methods in Appl. Mech. and Engrg. special issue*

- (6) Nomura, T. and Shinmyo, M., Submitted for publications in *Int. J. of Computational Fluid Dynamics (IJCFD)*.
- (7) Nomura T. and Shimmyo M., *Fourth Japan-US Symposium on the Finite Element Methods in Large-Scale Computational Fluid Dynamics Proceedings*, (Japan, Tokyo, 1998) 67-72,
- (8) Huerta, A. and Liu, W. K., *Comput. Methods in Appl. Mech. and Engrg.*, 69 (1988) 277-324.
- (9) Brooks, A. N. and Hughes, T. J. R.: *Comput. Methods in Appl. Mech. and Engrg.*, 32 (1982) 199-259.
- (10) Bathe, K.-J., *Finite Element Procedures*, Prentice-Hall, Inc., 1996
- (11) Pica, A. and Hinton, E, *Int. J. for Numer. Methods Engrg.*, 17 (1991) 1749-1761.
- (12) 張 群, 東京大学学位論文, 1999.

Fig. 9 Responses of Point A obtained by LES Smagorinsky model

Fig. 10 Comparison of the fluid velocities obtained by DNS and LES Smagorinsky model

- (13) Zhang, Q. and Hisada, T., *Theoretical and Applied Mechanics*, Proceedings of the 47th Japan National Congress for Applied Mechanics, 47 (1998) 167-174.
- (14) A. Yoshizawa, ほか 9 名, *Analysis of Turbulence Flow* (Computational Dynamic Series 3; Ed. by H. Miyata), University of Tokyo Press, 1995.