形状記憶合金で作られた柱の座屈現象について*

(第1報, 曲り柱の座屈と双晶変形の効果)

漆 山 雄 太^{*1}, David LEWINNEK^{*2}
裘 進 浩^{*3}, 谷 順 二^{*3}

Buckling of Shape Memory Alloy Columns

(1st Report, Buckling of Curved Column and Twinning Deformation Effect)

Yuta URUSHIYAMA^{*4}, David LEWINNEK,
Jinhao QIU and Junji TANI

^{**} Honda R & D Co., Ltd. Tochigi R & D Center,
4630 Shimotakanezawa, Haga-machi, Haga-gun, Tochigi, 321-3393 Japan

The research described in this paper grew from the serendipitous discovery of the TD (Twinning Deformation) effect, which was discovered by the first author. The experiment involved a SMA column (Ti-40.8% Ni-9.9% Cu, diameter 5 mm, length 50 mm) which was plastically deformed into a cosine wave with a peak-to-peak amplitude of 1.9 mm. The cylinder was then compressed from either end. As the compressive force was increased, the column became straighter, until it finally buckled at 19 kN. The buckling load of the curved columns is the same as that of the straight one. In this research, numerical analysis was performed on the distributions of stress and deformation of the SMA beams under compression and the underlying mechanism of the two phenomena was explained. Analysis of the anti-buckling effect involves a theoretical treatment of Non-Euler buckling. One way of explaining the buckling mechanism is to consider the moment-deflection ratio as a spring constant. When the spring constant becomes negative, the column will buckle. The result of this calculation is in good agreement with experimental buckling loads. In analysis of straightening beams, it is assumed that the column had been bent to the shape of a perfect cosine wave from 0 to 2π . And based on the same calculations as the anti-buckling analysis, the neutral fiber (or structural center) of the curved column was also calculated.

Key Words: Adaptive Structure, Buckling, Nonlinear Problem, Shape Memory Alloy, Bending, Curved, Column

1. まえがき

知的構造の概念は80年代に提案され、90年代に入り、知的材料と知的構造物の多くの研究と提案が行われるようになった。これらは、自律的に環境・使用状況に応じて機能をする能力を持ち、これによって、構造物の振動特性・耐久性・軽量構造・その他の性能向上を計ることを目的にしており、今後の構造技術として、発展が期待される。⁽¹⁾

これらの実現手段の一つとして形状記憶合金 (Shape Memory Alloy 以下 SMA) の応用がある。現在すでに、SMA は Ti-Ni 系を中心に実用材料として使用され、その応用例としては応力によって相変態する超弾性効果を利用した、容易に破損しない携帯電話のアンテナや、雰囲気温度による相変態を利用した、混合弁・バルブなど多岐にわたる⁽²⁾。これら SMA の応用は、材料の結晶構造である低温時のマルテンサイト相と高温時のオーステナイト相との変化 (相変態) による応用例である。

超弾性効果 (Superelasticity) は応力の増加にともなってオーステナイト相からマルテンサイト相へ相変態し、形状記憶効果 (shape memory effect) は、マル

* 原稿受付 2000年9月18日。

^{*1} 正員, 本田技術研究所 (〒321-3393 栃木県芳賀郡芳賀町下高根沢 4630)。

^{*2} Teradyne, Inc. (179 Lincoln Street Boston, Massachusetts U. S. A.)。

^{*3} 正員, 東北大学流体科学研究所 (〒980-8577 仙台市青葉区片平 2-1-1)。

E-mail: yuta_urushiyama@n.t.rd.honda.co.jp

テンサイト相の状態と与えられた変形を温度上昇によりオーステナイト相に相変態することで形状回復をおこなう。

SMA はこれらすでに実用化されている相変態のほか、マルテンサイト相双晶がもたらす応力歪み特性にも通常の構造材とことなる特徴がある。

一方、柱の座屈問題に関しては、構造設計上重要な問題である。したがって、従来から数多くの研究がなされてきた。しかしながら、形状記憶合金の座屈現象を取り扱った研究はほとんど見当たらない。

従来、通常の構造材で作られた柱は圧縮力を受けると、柱の横方向に微小たわみが生じ、曲げ変形が促進され、変形を促進する方向に曲げモーメントが働き、柱の曲げ座屈に至る。このため長柱の座屈現象では、構造材の降伏応力よりはるかに低い荷重となる。

とくに、曲り柱の場合には、柱に横撓みがあることから、曲げモーメントが発生する形状となっている。このために急速な飛び移りが生じる座屈現象は生じないが、荷重を加えると横撓みが増え、柱の支持荷重は理想形状である直柱にくらべ低下する特徴がある。

本研究では、曲り柱の前述の現象とは逆に、SMA のマルテンサイト双晶の応力歪み線図による、双晶変形の効果 (Twins Deformation effect 以下 TD-effect) により、荷重を受けると、荷重を支持するのにより適した直柱形状へと変形挙動が生じることを見出した。

本論文ではまず、実験的に得られた、自己最適化形状変形 (Self-shape optimization) の一事例を示す。これは、曲り柱が荷重によって直柱形状に変形し、支持荷重が直柱の座屈荷重と同等にまで向上した結果を示す。

つぎに、SMA の TD-effect による座屈荷重について数値計算をおこなう。ここでは、直柱を事例として、数値計算を用い座屈抑制効果 (Anti-buckling effect) を算出し、座屈荷重の値について求め、実験値との比較をおこない計算の妥当性を確認する。

最後に、座屈抑制効果の計算方法を応用し、曲り柱の自己最適化形状変形を考察することを目的に、数値計算をおこない、構造中心を算出し圧縮力に対する柱の直線化挙動の要因について考察をおこなう。

2 圧縮座屈の実験

実験による曲り柱の直線化挙動を示し、直柱との座屈荷重の比較をおこなう。また、SMA は相状態により材料力学的な特性が大きく異なるため、温度計測を同時におこない、SMA の相状態の推定をおこなう。

2.1 試材料特性

材料は Ti-Ni-Cu₀ の形状記憶合金を用いる。As 点は 51.9℃であり、室温においてはマルテンサイト層である。温度特性については表 1 に示す。

Table1 Transformation temperatures of SMA

(Ti-Ni ₄₀ -Cu ₀)	
Transformation	Temperature[℃]
As	51.9
Af	64.9
Ms	44.6
Mf	30.0

SMA 材料の記憶形状は、直径 5mm、長さ 50mm の円柱形状である。この初期形状から、最初に柱の軸方向圧縮加工にて 5%歪みを与え除荷する。つぎに、曲げ加工を実施後、除荷し曲り柱を作成する。SMA の柱の形状は COSINE 関数の形状となり、曲げ形状は中央部の撓みで 1.9mm である (図 1)。

2.2 自己最適化変形と座屈荷重

この曲り柱に対して圧縮実験を行った結果を示す。曲り柱は荷重の増加とともに直線化していくことを示し、座屈荷重を確認する。

圧縮開始時の形状を図 2 に、3mm の圧縮によって直線化挙動が終了したときの形状を図 3 に示す。圧縮ストロークにともなう直線化挙動が生じたため、初期の曲り柱形状にくらべ横撓みが減少し、直柱の形状になっていることがわかる。

図 4 はストローク 0.5mm ごとの挙動を連続的に示したものである。本曲り柱は軸圧縮の荷重に応答して、通常の柱構造の変形とは逆に、曲げ座屈モードを抑制する形状に変形していくことがわかる。

この曲り柱は直線化したのち座屈する。曲り柱と直柱の座屈荷重の比較を図 5 に示す。曲り柱は直線形状

Fig.1 SMA column shapes

へと変化する挙動によって、直柱と同等の座屈荷重が得られた。

2.3 温度計測

このような直線化挙動の発生が、温度上昇による SMA の相変態をともなった現象かどうか判断するために、温度計測をおこなう。

本曲り柱の座屈実験では、圧縮応力や体積変化などの影響により、温度上昇が無視できない。材料に応力が加わると A_s 温度は上昇する傾向があるため、⁽³⁾⁽⁴⁾ 応力レベルの把握とともに、温度の把握は重要である。このような観点から、曲り柱の構造力学的な考察をする準備として、直線化挙動が発生しているときの温度計測をサーモグラフィによりおこなう。

温度測定の結果を図 6 に示す。初期温度 $21.1 \sim 22.3^\circ\text{C}$ の形状記憶合金で作られた曲り柱は、直線化挙動が生じているときに、約 3.5°C 上昇し、計測点 5 点のうち最大でも 25.6°C である。直線化挙動が生じたあとも、柱に加わる圧縮荷重によって温度が上昇しつづける。計測中に最大の温度は座屈時であり、約 27°C であった。

この結果、曲り柱の直線化挙動の発生とそののち座屈に至るまでの間は、応力による相変態温度上昇の影響を考慮しなくとも、 A_s 点以下であり、本研究の直線化挙動は形状記憶合金のマartenサイト相で発生した挙動であると判断できる。

2.4 実験結果からの推論

以上の実験結果から、この直線化挙動の現象を生じさせる原因について推定する。

SMA がマartenサイト相の状態では、図 7 に示すような応力歪み線図であり、マartenサイト相の弾性

Fig.2 Compression stroke: 0mm

Fig.3 Compression stroke:3mm

Fig.4 Changing column shape by compression

Fig.5 Stroke-load of SMA columns

Fig.6 Temperature of curved SMA columns

域が低荷重の領域と高荷重の領域に別れた非線型である (図9)。

以下、図1に示した柱の加工プロセスを、図7の応力歪み線図でたどる。柱は圧縮力を受けると図7の線図上をマルテンサイト弾性域から、歪みが残る双晶変形域に入る (図中1)。さらに歪みの増すと再び弾性域に入る (図中2)。この弾性域で十分な圧縮歪み (図中3) を与え除荷する (図中4)。この初期圧縮

- A: stress-strain state with maximum compressive load
- B: stress-strain state after removal of compressive load
- C: stress-strain state of outer side with bending moment
- D: stress-strain state of inner side with bending moment
- E: stress-strain state of outer side after removed of bending moment
- F: stress-strain state of inner side after removed of bending moment

Fig.7 Stress-Strain curve of SMA at martensitic

によって柱に再び圧縮力を加えると弾性的な特性を有することになる。

一方、弾性率は双晶変形時の弾性率 (図中1, 2) よりも、図中の4, 5の方が高いことが特徴である。したがって、この柱に圧縮後に曲げ変形を加えれば、曲げの内側では圧縮方向に歪みが生じ高い弾性率となり、外側では引っ張り方向に歪みが生じ、再び双晶変形域に入る (図中7)。この状態 (図中 ϵ_1) から圧縮をおこなうと、初期の微小歪みではマルテンサイトの弾性となるが (図中8), 50MPa程度の圧縮力を超えたときに、曲りの外側では双晶変形の特性となる。

このように加工された曲り柱は、再び軸圧縮荷重を加えると、荷重の上昇にともなって、曲りの外側では低く、内側では高い内部応力が発生する。(図8) この断面の応力分布により、曲げモーメントが釣り合

Fig.8 Compression stress of SMA column

う点である構造中立軸が柱の曲りの内側に近づくことになる。そして、構造中立軸の曲りが柱の曲り形状と逆方向の横撓みをもつならば、支持荷重に対して最適な直線状に変形していくことが出来る考える。

3 数値解析

3.1 内部応力・歪みの数値計算

前章で示した SMA の曲り柱が圧縮力によって直線形状へ変形する現象を確認するため、SMA のマルテンサイト双晶の応力歪み特性に着目し、計算解析により考察を加える。

計算は横撓みを有する柱が両端の荷重を受けた時の内部の歪み状態の算出を行う。すなわち、柱に曲げ形状を与え、圧縮荷重の収束計算することにより、加工プロセスとその後の再圧縮によって生じた柱内部の応力歪みの状態を計算する。

形状のモデル化は図 10 示すような円柱を考える。円柱の長さは L 、直径は D であり、柱上端部の円断面の中心を原点とし、軸方向に x 軸、軸直方向に y 軸をとる。また、曲り柱は両端全拘束条件、簡単のため上下の対称とし、 x 方向に m 分割、 y 方向に n 分割をおこなう。

x 方向に i 番目の座標: x_i は

$$x_i = \frac{L}{m} i \quad (i = 0, 1, 2, \dots, m) \quad (1)$$

y 方向に j 番目の座標: y_j は

$$y_j = -\frac{D}{2} + \frac{D}{n} j \quad (j = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

となる。

以下、具体的な計算方法を示す。最初に、曲げ加工による形状を COSINE 形状と定義し、初期歪みをもとめる。つぎに、この初期歪みに加え、圧縮荷重によって生じる歪みを計算する。ここでは、非線形な材料特性を考慮して、繰り返し計算によって内部の応力、歪み分布を求める。

円柱の撓み形状は、COSINE 形状の仮定をおこなうと、 x_i での撓み h_i は

$$h_i = \frac{1}{2} \delta \left\{ 1 - \cos \left(\frac{2\pi x_i}{L} \right) \right\} \quad (3)$$

このときの曲率: κ_i は

$$\kappa_i = \frac{d^2 h_i}{dx^2} = \frac{2\delta \pi^2}{L^2} \cos \left(\frac{2\pi x_i}{L} \right) \quad (4)$$

となり、 y_j ($j=0, 1, 2, \dots, n$) における計算面積 A_j ($j=0, 1, 2, \dots, n$) は

$$A_j = 2 \frac{D}{n} \sqrt{\left(\frac{D}{2} \right)^2 - y_j^2} \quad (5)$$

となる。以上より撓みによって発生する、歪み: ε_{bij} は、

$$\varepsilon_{bij} = \kappa_i y_j \quad (6)$$

となる。

つぎに、軸圧縮によって生じる歪みの算出を示す。算出方法は、下記の様な繰り返し計算を実施する。

拘束端の荷重 F_0 が与えられたときに、まず、初期条件(7), (8), (9)式を決定する。応力歪み特性線図 (以下 $\sigma_{ij} = f(\varepsilon_{ij})$) から、曲げによって生じた歪みを初期値として、さらに圧縮力が加わった時の歪みの計算値 ε_j を求める。

$$\varepsilon_{ij}^k = \varepsilon_{ij}^{k-1} + \Delta \varepsilon_i^k \quad (7)$$

$\Delta \varepsilon_i^k$: k 回目のループ計算時の歪み修正値

Fig.9 Stress-strain curve of SMA

Fig.10 Definition of column for calculation

ε_{ij}^k : k 回目のループ計算で得た歪みの値

$$\sigma_{ij}^k = f(\varepsilon_{ij}^k) \quad (11)$$

歪みの初期値は曲り形状によって決定された ε_{bij} とし、以下、上付添字は計算のループ回数を示す。

$$\varepsilon_{ij}^0 = \varepsilon_{bij} \quad (8)$$

$$F_i^0 = 0 \quad (9)$$

$$\Delta \varepsilon_i^0 = 0.002 \quad (10)$$

収束計算の増分の初期値 $\Delta \varepsilon_i^0$ は形状記憶合金の直線化現象が起こる歪みが 1~5% であると予測されるため、十分小さい値 0.002 (0.2%) とする。

つぎに円柱の断面の荷重を算出するため、内部の応力を算出する。すなわち、 x_i を固定し、 $y_1, y_2, \dots, y_n$ 各点の計算によって断面力を求める。(8) 式を用いて、応力歪み特性線図から応力 σ_{ij} を求める。

断面力 F_i^k は上記応力と計算面積の積により (12) 式より算出ができる。

$$F_i^k = \sum_j (\sigma_{ij}^k \cdot A_j) \quad (12)$$

この繰り返し計算により、 F_i^k が柱の荷重 F_0 に比較し誤差 Tol 以上のときは下記 (13) 式により、歪みの修正値 $\Delta \varepsilon_{ij}$ を更新し、誤差 $Tol = 0.001$ 以下になるまで図 11 に示すように再計算ループを実施する。

$$\Delta \varepsilon_{ij}^{k+1} = \frac{\Delta \varepsilon_i^k - \Delta \varepsilon_i^{k-1}}{F_i^k - F_i^{k-1}} \cdot (F_0 - F_i^k) \quad (13)$$

以下 x 軸方向を同様に繰り返し、 (x_i, y_j) 各点について柱の軸方向の内部歪み、応力、を求めることができる。

3.2 座屈荷重の比較

本計算手法の確認するため、実験値と計算値について直柱の座屈荷重を用い比較をおこなう。

ここでは前述の計算方法から、直線状の柱の中央部 ($x=L/2$) に微小撓み δ と軸荷重 F_0 が与えられたとき、柱の軸荷重の増加によって中央部に発生するモーメント M を用い座屈荷重を求める。

(14) 式に示すように、座屈抑制効果 (Anti-buckling-effect) を横撓み δ に対し発生するモーメント力 M のばね定数 (Spring Constant) として定義する。上端のモーメントを M_0 、 $x=L/2$ で発生する算出されるモーメント M_m とし、両端の軸方向荷重を F_0 とする (図 12)。これらモーメントは軸方向の内部応力から (15) (16) 式のように算出できる。

Fig.11 Flow chart for stress and strain analysis

Fig.12 Forces and moments

$$\frac{M}{\delta} = \frac{F_0 \cdot \delta + M_m - M_0}{\delta} \quad (14)$$

ここで

$$M_0 = \sum_j y_j \cdot A_j \cdot \sigma_{0j} \quad (15)$$

$$M_m + F_0 \cdot \delta = \sum_j \{ (\delta + y_j) \cdot A_j \cdot \sigma_{mj} \} \quad (16)$$

(14) 式のばね定数から、荷重を受ける柱が座屈を抑制する方向にモーメントが働く状態にあるのか、逆に増加する方向に働く状態にあるのか、すなわち、荷重に対して安定・不安定を判定することができる。ばね定数 M/δ と荷重との関係を求めるために、微小な横撓みを与えた ($\delta=0.1$ [mm]) ときの、計算結果を図 13 に示す。 M/δ が正のとき、座屈抑制効果 (Anti-buckling effect) を発生し、 M が負のとき、微小撓み δ が生じることで、曲げ変形を増加させる方向にモーメント力が作用するため、曲げ座屈が発生する。 $M/\delta=0$ では座屈荷重と判断できる。

実験値との比較は表 2 に示すとおり、座屈荷重がいずれの場合も 20 [kN] になっており、本計算による座屈荷重は大変良く一致している。

以上から、内部の歪みと応力によって発生した内

Table 2 buckling load of columns

Method	Type of column	Buckling load [kN]
Experiment	Curved column	19.7
Experiment	Straight column	19.9
Calculation	Straight column	20.1

力モーメントと横撓みの関係が算出できていることがわかる。

3.3 直線化挙動の解析

ここでは圧縮力によって SMA の曲り柱が直線化変形することを確認するために、柱に曲げ撓み (2mm) と荷重を加え構造中立軸の計算をおこなった。

構造中立軸の曲線の向きから、曲り柱の曲り形状と構造中立軸が一致した方向に曲りがある場合、荷重の増加に伴って、曲り柱が横撓みを増やす挙動が生じる。逆に、曲り柱の曲り形状と構造中立軸の曲りが逆の場合には、曲り柱の形状を直線化するモーメントが生じると判断できる。

構造中立軸の y 座標は $x=x_i$ のとき、以下の(17)式から得ることができる。

Fig.13 Spring constant :Anti-buckling effect

$$y_i = \frac{\sum_j^n E_{ij} \cdot (h_i + y_j)}{\sum_j^n E_{ij}} \quad (17)$$

E_{ij} : $x=x_i$, $y=y_j$ における

各点のヤング率 $(= \frac{\Delta \sigma_{ij}}{\Delta \epsilon_{ij}})$

ここで、 E_{ij} は非線型であり、図 9 に示した応力 - 歪み曲線から算出する。

また、荷重の値は実験結果 図 4 から、曲り柱の直線化挙動が認められるストロークが 1.0 から 1.5mm となるため、図 5 からストロークに対応した荷重を設定し、3kN と 4kN の 2 点とする。

構造中立軸の計算結果を図 14, 15 に示す。加えて、材料の歪み、ヤング率、も示す。

この計算からは、ヤング率の分布は曲り柱形状の内側に添って高い。構造中立軸の結果は曲り柱の形状とは逆方向の曲りとなっており、この柱は両端に加えられた力により、曲り柱の撓み方向とは逆の方向に変

Fig.14 Curved SMA column analysis (Load 3kN)

Fig.15 Curved SMA column analysis (Load 4kN)

Fig.16 Curved column analysis (Elastic, Load 3kN)

形挙動が生じることがわかる。参考に、ヤング率を一定 (40GPa) とした計算結果を図 16 に示す。この例では、構造中立軸と柱は同じ方向に曲りがあり、荷重によって柱はさらに横撓みが増えることを示している。

4 まとめ

SMA を用い、軸荷重を受けることで直線化し、自己最適化挙動が生じる曲り柱を作成した。その曲り柱について下記のことがわかった。

1. 圧縮実験の結果、圧縮荷重を受けることで、曲率が減少し、自己形状最適化の挙動を生じさせることができる。その結果最適形状である直柱と比較し、ほぼ同等 (99%) の座屈荷重を確認した。

2. 実験時の温度計測の結果、上記の自己形状最適化挙動はオーステナイトの変態開始温度 A_s 点よりも低い温度で現象が生じている。

以上の結果から、本試験の SMA 曲り柱は相変態すること無しに、TD-effect により直線状に回復する性質があることがわかる。すなわち、荷重が加わることで、実験によって示された、直線状に変形する自己形状最適化が生じたことが裏付けられる。

3. 非線型材料である SMA の柱に対して、内部の歪み状態、応力状態を求めるため数値解析を行った。計算の確認のため、安定性の計算を行ない、直柱の実験値との座屈荷重の比較をし、定量的に良好な結果を得た。

4. 上記の数値計算と SMA マルテンサイト相の応力歪み特性を用いて、形状の自己最適化挙動について解析をおこない、曲り柱が圧縮荷重の増加にともなう、形状的な曲率と構造中立軸の曲率とが逆となることを示し、座屈を抑制する自己最適化挙動の発生原理を定性的に確認した。

5. 実験ならびに数値計算により、曲り柱が直線形状となる自己形状最適化は SMA の相変態をともなうものではなく、マルテンサイト相の双晶変形による効果 (TD-Effect) によって得られたと判断できる。

今後の課題として、座屈計算のさらなる精度検証と座屈抑制効果 (Anti-Buckling-Effect) による座屈荷重特性の向上などを取組む予定である。

5 参考文献

- (1) 谷, 古屋, 江田, 森下, 名取, 樋口, 知的複合材料と知的適用構造物 (1996) 養賢堂
- (2) 形状記憶合金用途開発委員会, 形状記憶合金とその使い方 (1987) 日刊工業新聞社
- (3) 田中, 戸伏, 宮崎, 形状記憶合金の機械的性質 (1993) 養賢堂
- (4) Tae Hyun Nam, Toshio Saburi, Kenichi Shimizu, Cu-Content Dependence of shape Memory Characteristics in Ti-Ni-Cu Alloys, Materials Transactions JIM Vol.31 No.11 1990, 959-967