微視的モデルを用いた引抜き加工時の内部割れ欠陥の解析*

小 森 和 武^{*1}

Analysis of Inner Fracture Defect in Drawing Using a Micromodel

Kazutake KOMORI^{*2}^{*2} Department of Computer Mechanical System Engineering, Daido Institute of Technology,
10-3 Takiharu-cho, Minami-ku, Nagoya-shi, Aichi, 457-8530 Japan

Using our proposed and modified micromodel which judges whether ductile fracture occurs or not and our proposed evolution equation which represents the change of void volume fraction, analysis of inner fracture defect in drawing is performed. The obtained results are summarized as follows. Firstly, the two types of void shape and those of void configuration in our previous papers are unified and one type of void shape and that of void configuration are defined. Secondly, the inner diameter of the die at which the material fractures, the material density distribution in the radial direction after drawing through the die which precedes the die at which the material fractures, and the shape of inner fracture defect after drawing through the die at which the material fractures, calculated from analysis agree with those obtained by experiment. Thirdly, the inner diameter of the die at which the material fractures calculated from analysis agrees with that calculated using the Oyane's equation of fracture criterion. The number of unknown constant in our proposed evolution equation is equal to that in the Oyane's equation. Hence, the validity of our proposed micromodel and evolution equation is confirmed.

Key Words: Ductile Fracture, Numerical Analysis, Fracture Criterion, Finite Element Method, Plastic Working

1. 結 言

著者は通常のFEMのプログラムをもとに、材料が延性破壊した後のき裂の進展挙動を解析できるプログラムを開発した。そして、引抜き加工時のシェブロンクラック⁽¹⁾およびせん断加工⁽²⁾の数値シミュレーションを行い、そのプログラムの有効性を示した。ところで、これらのシミュレーションではボイド率がある値になったときに材料が破壊するという破壊条件が用いられた。しかし、この破壊条件の物理的意味は必ずしも明確ではない。そこで、より物理的意味の明確な破壊条件を用いる必要がある。

さて、Thomasonのモデル⁽³⁾では破壊条件の物理的意味が明確である。しかし、材料変形中に主応力方向が変化するとき、Thomasonのモデルを用いることはできない。すなわち、Thomasonのモデルを一般の塑性加工の解析に用いることはできない。そこで既報⁽⁴⁾では、Thomasonのモデルをもとにして新たなモデルを提案した。提案したモデルでは破壊条件の物理的意味が明確である。また、材料変形中に主応力方

向が変化するとき、提案したモデルを用いることができる。すなわち、提案したモデルを一般の塑性加工の解析に用いることができる。

次に、提案したモデルを先に開発した材料破壊後のき裂の進展挙動を解析できるFEMプログラムに組込んだ。そして、引抜き加工の数値シミュレーションを行い、引抜き方向に周期的に内部割れが発生することを確認した。また既報⁽⁵⁾では、提案したモデルを用いて、せん断加工の数値シミュレーションを行った。そして、解析結果と実験結果を比較して、提案したモデルの妥当性確認した。

さて、従来より引抜き加工時または押し出し加工時に発生する内部割れ欠陥に関する数多くの研究^{(6)~(17)}が行われている。そして、工具のダイス角度が大きいほどまたは材料の断面減少率が小さいほど材料が破壊しやすいことが実験的および解析的に知られている。

ところで、材料破壊時の材料密度が材料加工前の材料密度よりも低いことはよく知られている⁽¹⁸⁾。すなわち、材料破壊は材料密度と関係がある。したがって、実験より得られた材料密度と解析より得られる材料密度を比較することは延性破壊現象を明らかにするために非常に価値がある。しかしながら、上記の内部割れ欠陥に関する研究においてこの比較は行われていな

* 原稿受付 2000年8月24日。

^{*1} 正員、大同工業大学工学部 (〒457-8530 名古屋市南区滝春町10-3)。

E-mail: komori@daido-it.ac.jp

い。

本論文ではまず、既報⁽⁴⁾における解析法において、やや普遍性に欠けた部分を改良する。すなわち、ボイド形状およびボイド配置が唯一に決まるように解析法を改良する。次に、既報⁽⁴⁾では銅を用いたが、本論文では4種類の鋼を用いて、さまざまな断面減少率およびさまざまなダイス角度において、多パスの引抜きの解析および実験を行う。そして、解析より得られた材料が破壊する加工条件、材料が破壊する直前の材料の半径方向密度分布そして材料の内部割れ欠陥形状を、実験より得られたそれらと比較する。これより、提案した解析法の妥当性を示す。ところで、さまざまな破壊条件式があり、それらの破壊条件式を比較した多数の研究^{(19)~(21)}がある。そこで最後に、提案したモデルによる材料破壊の有無の判定結果をよく知られた破壊条件式⁽²²⁾による材料破壊の有無の判定結果と比較する。

2. 解 析 法

本論文では、既報⁽⁴⁾⁽⁵⁾の解析法が改良されている。そこで、改良された解析法および重要な解析法を以下で説明する。なお、その他の解析法の詳細は既報に示されている。ここで、本解析では無次元量であるボイド率および変形こう配により材料破壊の有無を判定する。すなわち、本解析では例えば1個のボイドの具体的な寸法等を必要としない。また、ボイドの大きさが材料の大きさに比べて十分小さく、ボイドが均一に分布していると仮定する。

2・1 ボイド形状およびボイド配置 全ボイド率は次の二つのボイド率によりなる。すなわち、塑性加工前に存在するボイドによるボイド率と塑性加工中に発生したボイドによるボイド率である。前者のボイドによるボイド形状およびボイド配置は後者のボイドによるそれらと大きく異なる。そこで既報⁽⁴⁾⁽⁵⁾では、一方のボイドが他方のボイドに比べて非常に多く、他方のボイドを無視できると仮定した。そして、(1)全ボイドが前者のボイドであると仮定する場合のボイド形状およびボイド配置と(2)全ボイドが後者のボイドであると仮定する場合のボイド形状およびボイド配置を考えた。しかし実際には、一方のボイドが他方のボイドに比べて必ずしも十分に多くない。

そこで本論文では、上記の2種類のボイド形状およびボイド配置を統合して、以下に示す唯一のボイド形状およびボイド配置を考える。すなわちまず、ボイド形状に関する次の仮定がなされる。

- 塑性加工前のボイド形状は、正方形である。

- 塑性加工前に存在するボイドのある時点のボイド形状は、塑性加工前に材料に埋め込まれた正方形のその時点の形状に等しい。
 - ボイド発生時のボイド形状は、正方形である。
 - 塑性加工中に発生したボイドのある時点のボイド形状は、ボイド発生時に材料に埋め込まれた正方形のその時点の形状に等しい。
- 同様に、ボイド配置に関する次の仮定がなされる。
- 塑性加工前のボイド配置は、正六角形格子の中心の配置に等しい。
 - 塑性加工前に存在するボイドのある時点のボイド配置は、塑性加工前に材料に埋め込まれた正六角形格子の中心のその時点の配置に等しい。
 - ボイド発生時のボイド配置は、正六角形格子の中心の配置に等しい。
 - 塑性加工中に発生したボイドのある時点のボイド配置は、ボイド発生時に材料に埋め込まれた正六角形格子の中心のその時点の配置に等しい。

FEMによる解析では、解析は多数のステップからなる。そして、各ステップ中にボイドが発生する。そのため、前記の仮定から得られるボイド形状およびボイド配置は唯一ではない。そこで、さまざまな形状および配置のボイドを重み付きで平均して唯一の形状および配置のボイドを求める。ここで、1ステップは通常1変位増分を表す。しかし、多パスの引抜きでは1ステップは1パスを表すと考える。

まず、 $f_{(i)}^{(j)}$ を第*i*ステップ中に発生したボイドの第*j*ステップ後のボイド率と定義する。そして、第*n*ステップ後のボイド率 $f_{(0)}^{(n)}, f_{(1)}^{(n)}, \dots, f_{(n)}^{(n)}$ が既知であると仮定する。まず、第*n*+1ステップの解析から、ステップ後の全ボイド率 $f_{(0)}^{(n+1)} + f_{(1)}^{(n+1)} + \dots + f_{(n)}^{(n+1)} + f_{(n+1)}^{(n+1)}$ およびステップ中に発生したボイドのステップ後のボイド率 $f_{(n+1)}^{(n+1)}$ が得られる。次に、第*n*+1ステップ中のボイドの成長率がボイドが発生したステップに依存しないと仮定する。これより、次式より第*n*+1ステップ後のボイド率が得られる。

$$f_{(i)}^{(n+1)} = \frac{f_{(0)}^{(n+1)} + f_{(1)}^{(n+1)} + \dots + f_{(n)}^{(n+1)}}{f_{(0)}^{(n)} + f_{(1)}^{(n)} + \dots + f_{(n)}^{(n)}} f_{(i)}^{(n)} \quad (i=0 \sim n) \dots \dots \dots (1)$$

次に、 $(\partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{X})_{(j)}^{(i)}$ を第*i*ステップ後に材料に埋め込まれた正方形の第*j*ステップ後の変形こう配と定義する。また、 $(\partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{X})^{(n)}$ を各ステップ後に材料に埋め込まれた正方形の第*n*ステップ後の平均変形こう配と定義する。そして、これを次式で求める。

$$\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}}\right)^{(n)} = \frac{\sum_{i=0}^n f_{(i)}^{(n)} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}}\right)^{(i)}}{\sum_{i=0}^n f_{(i)}^{(n)}} \quad (2)$$

この平均変形こう配より、第 n ステップ後の唯一のボイド形状およびボイド配置が得られる。

図1に塑性加工前のボイド形状およびボイド配置を示す。ここで、1個の正六角形格子の面積を1と仮定する。すると、点線で示される1個の正三角形の面積は $1/2$ になる。一方、隣接する2個のボイド間の距離を p と仮定する。するとその正三角形の面積は $\sqrt{3}p^2/4$ になる。したがって、 $p = \sqrt{4/3}$ になる。一方、初期ボイド率は $f_{(0)}^{(0)}$ で表されるため、1個の正方形のボイドの面積は $f_{(0)}^{(0)}$ になる。

図2にボイド形状およびボイド配置を示す。図2(a)は塑性加工前を、図2(b)は塑性加工中を表す。ここで、塑性加工前において、 x 軸の正の向きから隣接するボイドの向きまでの角度を ϕ と仮定する。塑性加工前に図2(a)に示される形状および配置のボイドが、塑性加工中に図2(b)に示される形状および配置のボイドになる。さて例えば、図1において★印のボイドは●印のボイドに隣接する。しかし、図1において座標軸の向きは不定である。したがって、 ϕ は 0 から 2π の任意の値になる。そして、ボイドが均一に分布しているという仮定より、 ϕ の確率関数の値は ϕ の値に依存せず一定になる。

Fig. 1 Void shape and void configuration before forming

Fig. 2 Void shape and void configuration

2.2 破壊条件

図3に隣接する2個のボイドを示す。点線は速度不連続面を表す。すなわち、図3(a)ではボイドの頂点とボイドの頂点を結ぶ線を速度不連続面と仮定している。一方、図3(b)ではボイドの辺とボイドの辺を結ぶ線を速度不連続面と仮定している。ここで、 v : 材料の最大主応力方向速度、 θ_1 および θ_2 : 材料の最大主応力方向と速度不連続面のなす角度、 $2l_1$ および $2l_2$: 速度不連続面の長さ、 L : 隣接するボイドの間隔である。

まず、速度不連続面で消費される仕事率すなわち内部仕事率は、 $4kv \cdot (l_1 \sin \theta_2 + l_2 \sin \theta_1) / \sin(\theta_1 + \theta_2)$ である。一方、外力による仕事率は $L \cdot 2k \cdot 2v$ である。外力仕事率と内部仕事率が等しいとき隣接する2個のボイドが合体とすると考えるため、ボイドが合体する条件は次式で与えられる。

$$L = \frac{l_1 \sin \theta_2 + l_2 \sin \theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \quad (3)$$

さて、図3(a)の速度不連続面を用いて計算される内部仕事率は必ずしも最小ではない。そこで、内部仕事率が最小になるように速度不連続面の位置を最適化する必要がある。ここで、 $2l_1$ は θ_1 の関数、 $2l_2$ は θ_2 の関数である。すなわち、式(3)の右辺は θ_1 および θ_2 の関数である。そこでまず、図3(a)の速度不連続面を用いて内部仕事率を計算する。次に、Newton-Raphson 法により θ_1 および θ_2 を最適化して、内部仕事率を最小化する。

次に、次式のように外力仕事率に対する内部仕事率の比を E と定義する。すなわち、 $E=1$ のときボイドが合体する。

$$E = \frac{l_1 \sin \theta_2 + l_2 \sin \theta_1}{L \sin(\theta_1 + \theta_2)} \quad (4)$$

また、 $E \leq 1$ になる角度 ϕ の範囲を $d\phi$ と定義する。ボイドが均一に分布しているという仮定より、 $d\phi/2\pi$ はボイド合体領域の全領域に対する比を表す。 $d\phi/2\pi > 0$ のとき、微視的にボイドが合体する領域があるが、必ずしも巨視的に材料が破壊するとは限らない。そこで、 $d\phi/2\pi$ がある値のときに材料が破壊すると仮定す

Fig. 3 Neighboring two voids

る。さて、Edelson and Baldwin⁽²³⁾ はさまざまな種類およびさまざまな初期体積率の介在物を含む銅合金そしてさまざまな初期体積率のポイドを含む純銅の丸棒の単軸引張試験を行い、破壊時の引張方向ひずみと初期体積率の関係を求めた。そして、この関係が介在物の種類および介在物の有無にほとんど影響されないことを明らかにした。そこで、解析結果が彼らの実験結果と一致するように $d\phi/2\pi$ の値を決定する。

図4に破壊時の引張方向ひずみと初期ポイド率の関係を示す。ここで、図4の解析においてのみ材料変形中にポイドが発生しないと仮定する。図4にEdelson and Baldwinの純銅の実験結果⁽²³⁾ およびThomasonの解析結果⁽³⁾ を補足する。図4より、初期ポイド率が大きくなると、破壊時の引張方向ひずみは小さくなる。また、ポイド合体領域の全領域に対する比 $d\phi/2\pi = 1/4$ の場合、解析結果が実験結果とよく一致する。そこで、3章の解析では $d\phi/2\pi = 1/4$ と仮定する。

さて、Thomasonのモデルでは材料変形中にポイド率が変化しないと仮定されている。そこで既報⁽⁴⁾ では、材料変形中にポイド率が変化しないという仮定のもとで得られた我々の解析結果が、Thomasonの解析結果と一致することを確認した。一方本論文では、Gursonの降伏関数⁽²⁴⁾ を使用しているため、材料変形中にポイド率が変化する。そのため、我々の解析結果はThomasonの解析結果と一致しない。

3. 解析結果

3.1 多パスの引抜きの実験 さまざまな断面減少率およびダイス角度で多パスの引抜きの実験を行う

Fig. 4 Relationship between strain in tensile direction at fracture and initial void volume fraction

た。実験材料はSGD 3, S 45 C, S 35 CそしてS 15 Cの4種類の鋼である。SGD 3, S 45 C, S 35 CそしてS 15 Cはそれぞれ880°C, 810°C, 830°Cそして880°Cで1時間保持された後炉冷された。引張試験より、次式で与えられる材料の応力とひずみの関係が得られた。

$$\sigma = 0.61(\varepsilon + 0.01)^{0.23} \text{ [GPa]} \text{ (SGD 3)}$$

$$\sigma = 0.98(\varepsilon + 0.01)^{0.21} \text{ [GPa]} \text{ (S 45 C)}$$

$$\sigma = 1.03(\varepsilon + 0.01)^{0.23} \text{ [GPa]} \text{ (S 35 C)}$$

$$\sigma = 0.67(\varepsilon + 0.01)^{0.23} \text{ [GPa]} \text{ (S 15 C)}$$

..... (5)

初期材料直径は10 mmであり、通常のマシン油を潤滑のために使用した。まず、材料が破壊するパスのダイス内径を求めた。ただし、ダイス内径が5 mm以下の場合、実験が危険であった。そこで、ダイス内径が5 mm以下の実験を行わなかった。次に、各パス引抜き後に材料重量を測定して、半径方向の密度分布を求めた。ここで、密度はアルキメデス法により求められた。なお、SGD 3およびS 45 Cの初期材料密度はそれぞれ7.87 g/cm³および7.82 g/cm³あった。さらに、内部割れが発生したとき、材料の縦断面写真を撮影した。

3.2 多パスの引抜きの解析 実験結果と解析結果を比較するために、実験の加工条件と同じ加工条件で多パスの引抜きの解析を行う。ここで、材料とダイスの間の摩擦係数を0.1と仮定する。

軸対称剛塑性FEMにより解析する。また四角形一次要素を使用する。Gursonの降伏関数⁽²⁴⁾を使用するが、それを用いて剛塑性FEM解析を行うことは非常に煩雑である。そこで、剛塑性FEM解析を行うために修正された、近似的なGursonの降伏関数⁽²⁵⁾を使用する。

ポイド率の変化を表す発展方程式を次式で仮定する。

$$\dot{f} = (1-f)\dot{\varepsilon}_{kk} + A \left\langle \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} - B \right\rangle \dot{\varepsilon} \text{ (6)}$$

ここで、 A および B は材料に依存する定数である。また、 x が正のとき $\langle x \rangle = x$ であり、 x が負のとき $\langle x \rangle = 0$ である。式(6)の右辺第1項はポイドの成長を表し、右辺第2項はポイドの発生を表す。すなわち、右辺第2項は静水圧応力がある値以上のときポイドが発生することを示す。なお、初期ポイド率を0.1%と仮定する⁽²⁶⁾。ここで、初期ポイド率を変えると、後述べる式(7)の A および B の値が若干変化する。 A および B の値の物理的意味をより明確にするためには、材料の初期ポイド率を測定する必要がある。

引抜き前においては、図1のようにポイドは材料に

均一に分布する。剛塑性は FEM 解析を行うことにより、各ステップごとに各要素の変形こう配 ($\partial x/\partial X$) およびポイド率 f が得られる。ここで、発展方程式である式(6)を用いて f を計算する。以上より、図2のように各ステップごとに各要素のポイド形状およびポイド配置が得られる。次に、各ステップごとに各要素の仕事率の比 E および領域の比 $d\phi/2\pi$ を計算する。そして、 $d\phi/2\pi$ が $1/4$ より大きい場合、材料が破壊したと判定する。すなわち、各ステップごとに各要素の破壊の有無を判定する。

3.3 実験結果と解析結果の比較 表1に実験より得られた材料が破壊したパスのダイス内径を示す。それぞれの材料の実験において、断面減少率が小さく、ダイス角度が大きいほど材料破壊パスのダイス内径が大きい。また、それぞれの加工条件の実験において、S 45 C の材料破壊パスのダイス内径は最も大きく、S 35 C のそれは次に大きい。

次に、解析より得られる材料が破壊するパスのダイス内径が実験より得られたそれとおおむね一致するように、式(6)の定数 A および B を求める。ここで、ダイス角度が 30 度の場合、解析結果を実験結果と一致させる。

A および B の求め方を以下に示す。まず、 A の最小単位を 0.02 に、 B の最小単位を 0.1 にする。そして、ダイス角度が 30 度の場合、解析結果が実験結果と一致する A および B を求める。その A および B が得られない場合、 A の最小単位を現在のその半分にする。以上より、式(6)の定数 A および B が次式のように得られる。

$$A=0.015, B=-0.5 \text{ (SGD 3)}$$

$$A=0.18, B=+0.4 \text{ (S 45 C)}$$

$$A=0.06, B=+0.2 \text{ (S 35 C)}$$

$$A=0.015, B=-0.5 \text{ (S 15 C)}$$

.....(7)

Table 1 Inner diameter of die at which material fractures (experiments)

(a) SGD 3

Die angle/	Reduction in area in each die				
	5%	10%	15%	20%	25%
15deg	$\phi 5.0$	$\leq \phi 5$	$\leq \phi 5$		
30deg		$\phi 5.9$	$\phi 5.8$	$\phi 5.3$	
45deg			$\phi 6.2$	$\phi 5.9$	$\phi 5.9$

(b) S 45 C

Die angle/	Reduction in area in each die				
	5%	10%	15%	20%	25%
15deg	$\phi 5.3$	$\leq \phi 5$	$\leq \phi 5$		
30deg		$\phi 7.3$	$\phi 6.7$	$\phi 6.6$	
45deg			$\phi 7.3$	$\phi 7.3$	$\phi 6.7$

(c) S 35 C

Die angle/	Reduction in area in each die				
	5%	10%	15%	20%	25%
15deg	$\phi 5.2$	$\leq \phi 5$	$\leq \phi 5$		
30deg		$\phi 6.6$	$\phi 6.2$	$\phi 5.9$	
45deg			$\phi 6.7$	$\phi 6.6$	$\phi 5.9$

(d) S 15 C

Die angle/	Reduction in area in each die				
	5%	10%	15%	20%	25%
15deg	$\phi 5.5$	$\leq \phi 5$	$\leq \phi 5$		
30deg		$\phi 5.9$	$\phi 5.8$	$\phi 5.3$	
45deg			$\phi 6.2$	$\phi 5.9$	$\phi 5.9$

Table 2 Inner diameter of die at which material fractures (analyses)

(a) SGD 3

Die angle/	Reduction in area in each die				
	5%	10%	15%	20%	25%
15deg	$\phi 6.2$	$\phi 5.3$	$\phi 4.9$		
30deg		$\phi 5.9$	$\phi 5.8$	$\phi 5.3$	
45deg			$\phi 5.8$	$\phi 5.9$	$\phi 5.2$

(b) S 45 C

Die angle/	Reduction in area in each die				
	5%	10%	15%	20%	25%
15deg	$\phi 7.7$	$\phi 6.6$	$\phi 5.3$		
30deg		$\phi 7.3$	$\phi 6.7$	$\phi 6.6$	
45deg			$\phi 7.3$	$\phi 6.6$	$\phi 6.7$

(c) S 35 C

Die angle/	Reduction in area in each die				
	5%	10%	15%	20%	25%
15deg	$\phi 6.9$	$\phi 5.9$	$\phi 4.9$		
30deg		$\phi 6.6$	$\phi 6.2$	$\phi 5.9$	
45deg			$\phi 6.7$	$\phi 5.9$	$\phi 5.9$

(d) S 15 C

Die angle/	Reduction in area in each die				
	5%	10%	15%	20%	25%
15deg	$\phi 6.2$	$\phi 5.3$	$\phi 4.9$		
30deg		$\phi 5.9$	$\phi 5.8$	$\phi 5.3$	
45deg			$\phi 5.8$	$\phi 5.9$	$\phi 5.2$

表2に解析より得られた材料が破壊したパスのダイス内径を示す。仮定より、ダイス角度が30度の場合、解析結果は実験結果と一致する。また、ダイス角度が45度の場合、解析結果は実験結果とおおむね一致する。しかし、材料S45CまたはS35C、ダイス角度15度の場合、解析結果は実験結果と多少異なる。後で述べるように、この場合大矢根の破壊条件⁽²²⁾による解析結果もまた実験結果と多少異なる。解析結果を実

Fig. 5 Material density distribution in the radial direction after drawing through each die

(a) SGD3

(b) S45C

Fig. 6 Material density distribution in the radial direction after drawing through the die which precedes the die at which the material fractures

験結果に近づけるためには、式(6)およびあとで述べる式(8)を改良する必要がある。

材料SGD3、ダイス角度30度、断面減少率20%の場合、解析より得られた材料破壊パスのダイス内径は、実験より得られたそれと一致する。材料破壊は材料密度と関係があるため、図5にこの場合の各パス引抜き後の半径方向材料密度分布を示す。ここで、横軸の無次元化半径は半径方向座標を材料半径で割った値である。また、縦軸の無次元化密度は材料密度を初期材料密度で割った値である。ダイス内径の減少とともに、解析および実験より得られた材料中心付近の密度は減少する。また、解析結果は実験結果とおおむね一致する。

解析より得られた材料破壊パスのダイス内径は、実験より得られたそれとも必ずしも一致しない。そこで、図6に材料破壊パスの直前パス引抜き後の半径方向材料密度分布を示す。半径が0.2付近では、解析および実験より得られたS45Cの半径方向密度こう配はSGD3のそれよりも大きい。解析結果において、S45Cの半径方向密度こう配がSGD3のそれよりも大きい理由は、式(7)に示されているように、S45CのBの値がSGD3のBの値よりも大きいからである。また、解析および実験では材料中心が最初に破壊する。そのため、材料中心付近の密度は重要である。解析より得られた材料中心付近の密度は、実験より得られたそれとおおむね一致する。

図7に解析より得られた荷重と実験より得られた荷

(a)

(b)

Fig. 7 Comparison between load calculated from analysis and load obtained by experiment

重の比較を示す。材料はS15Cである。図7(a)にパス番号と荷重の関係を示す。解析結果は実験結果とよく一致する。ダイス角度30度、断面減少率15%の場合、解析および実験では第7パス引抜き中に材料が破壊する。そこで、図7(b)に破壊時のパス引抜き中の引抜き距離と荷重の関係を示す。解析および実験では荷重が振動する。荷重振動の周期は、解析では引抜き距離で約1.6 mm、実験では引抜き距離で約4.8 mmである。また、解析における荷重振動の振幅は実験におけるそれよりも小さい。なお、解析ではダイスに接触する材料の要素数が増加するときに荷重が変化する。

図8に破壊時のパス引抜き後の縦断面内の材料の要素分割と写真を示す。解析より得られた内部割れの大きさは実験より得られたそれとおおむね一致する。一方、解析では引抜き方向に約1.6 mmの間隔で、実験では引抜き方向に約4.8 mmの間隔で内部割れが発生する。すなわち、解析より得られた内部割れの間隔は実験より得られたそれと異なる。なお、解析および実験において内部割れの間隔は荷重振動の周期に等しい。

ダイス角度45度、断面減少率25%の場合、解析では第5パス引抜き中に、実験では第4パス引抜き中に材料が破壊する。そこで、図9に破壊時のパス引抜き後の縦断面内の材料の要素分割と写真を示す。解析では引抜き方向に約1.9 mmの間隔で内部割れが発生する。一方、実験では材料が破断する。実験および解析において、破壊時のパスの断面減少率が大きいほど、内部割れは大きくなる。

3・4 大矢根の破壊条件式による解析結果

Gursonの降伏関数の代わりにLevy-Misesの構成式を使

Table 3 Inner diameter of die at which material fractures (Oyane)

(a) SGD 3

Die angle/ Reduction in area in each die

	5%	10%	15%	20%	25%
15deg	φ 6.2	φ 5.3	φ 4.5		
30deg		φ 5.9	φ 5.8	φ 5.3	
45deg			φ 5.8	φ 5.3	φ 5.2

(b) S 45 C

Die angle/ Reduction in area in each die

	5%	10%	15%	20%	25%
15deg	φ 7.7	φ 6.9	φ 5.8		
30deg		φ 7.3	φ 6.7	φ 6.6	
45deg			φ 7.3	φ 6.6	φ 6.7

(c) S 35 C

Die angle/ Reduction in area in each die

	5%	10%	15%	20%	25%
15deg	φ 6.7	φ 5.9	φ 4.9		
30deg		φ 6.6	φ 6.2	φ 5.9	
45deg			φ 6.2	φ 5.9	φ 5.9

(d) S 15 C

Die angle/ Reduction in area in each die

	5%	10%	15%	20%	25%
15deg	φ 6.2	φ 5.3	φ 4.5		
30deg		φ 5.9	φ 5.8	φ 5.3	
45deg			φ 5.8	φ 5.3	φ 5.2

(a) Finite element mesh

(b) Photograph

Fig. 8 Finite element mesh and photograph of material in longitudinal section after drawing through the die at which the material fractures (30 deg, 15%)

(a) Finite element mesh

(b) Photograph

Fig. 9 Finite element mesh and photograph of material in longitudinal section after drawing through the die at which the material fractures (45 deg, 25%)

用する。そして、次式で与えられる大矢根の破壊条件式⁽²²⁾を使用して、材料破壊の有無を判定する。

$$\int \left(\frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} + A^* \right) d\bar{\varepsilon} = B^* \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 A^* および B^* は材料に依存する定数である。すなわち、式(8)の左辺が式(8)の右辺よりも大きい場合、材料が破壊したと判定する。なお、ペナルティ法により体積一定の条件を満足させる。

解析より得られる材料が破壊するパスのダイス内径が実験より得られたそれとおおむね一致するように、式(8)の定数 A^* および B^* を求める。ここで、ダイス角度が30度の場合、解析結果を実験結果と一致させる。

A^* および B^* の求め方を以下に示す。まず、 A^* および B^* の最小単位を0.1にする。そして、ダイス角度が30度の場合、解析結果が実験結果と一致する A^* および B^* を求める。ここで、 A^* をできるだけ小さくする。以上より、式(8)の定数 A^* および B^* が次式のように得られる。

$$\begin{aligned} A^* &= +0.2, B^* = +1.2 \text{ (SGD 3)} \\ A^* &= -0.1, B^* = +0.5 \text{ (S 45 C)} \\ A^* &= 0.0, B^* = +0.8 \text{ (S 35 C)} \\ A^* &= +0.2, B^* = +1.2 \text{ (S 15 C)} \\ &\dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

ここで、式(7)の A および B の値そして式(9)の A^* および B^* の値は引抜き加工の解析結果が引抜き加工の実験結果とおおむね一致するように求められた。これらの値を引抜き加工以外の加工、例えば引張実験により求めることは⁽²⁷⁾、今後の課題である。

表3に解析より得られた材料が破壊したパスのダイス内径を示す。一般に、未定定数の個数がより多い破壊条件式あるいは発展方程式を使用すれば、解析結果は実験結果とより一致する。したがって、未定定数の個数が互いに異なる2種類の破壊条件式あるいは発展方程式による解析結果を比較することはあまり意味がない。さて、式(6)の未定定数(A, B)の個数と式(8)の未定定数(A^*, B^*)の個数は等しい。したがって、式(6)による解析結果と式(8)による解析結果を比較することは意味がある。

そこでまず、表1、表2そして表3を比較する。まず仮定より、ダイス角度が30度の場合、2種類の解析より得られたダイス内径は実験より得られたダイス内径と等しい。次に、ダイス角度が45度の場合、前者のダイス内径は後者のダイス内径よりも大きくはない。一方、ダイス内径が15度の場合、前者のダイス内径は後者のダイス内径よりも小さくはない。以上より、式

(6)による解析結果の実験結果に対する傾向は、式(8)による解析結果の実験結果に対する傾向と一致する。さらに、式(6)による解析結果と式(8)による解析結果はおおむね一致する。

次に、内部割れ形状を比較する。まず、式(6)を用いて材料が破壊するパスの引抜きの解析を行った。その結果、材料は引抜き方向に周期的に破壊した。一方、式(8)を用いると材料は引抜き方向に周期的に破壊せずに連続的に破壊した。

最後に、式(6)の未定定数(A, B)と式(8)の未定定数(A^*, B^*)の物理的意味を比較する。まず、 B はボイドが発生する最小の無次元化静水圧応力($\sigma_m/\bar{\sigma}$)を表す。また、 $(\sigma_m/\bar{\sigma})$ が B 以上のときボイドが発生すると仮定した場合の比例定数が A である。すなわち、 A および B の物理的意味は明確である。一方、圧縮性材料のための降伏関数を使用すれば、 $A^*=0$ の場合 B^* は体積ひずみに関連した量になる⁽²⁵⁾。すなわち、 $A^*=0$ の場合 B^* の物理的意味は明確である。しかし、 $A^* \neq 0$ の場合 A^* および B^* の物理的意味は必ずしも明確ではない。

4. 結 言

延性破壊の有無を判定する微視的モデルを用いて、引抜き加工時の内部割れ欠陥の解析を行った。ここで、4種類の鋼を用いて、さまざまな断面減少率およびさまざまなダイス角度において、多パスの引抜きの解析および実験を行った。得られた結果を以下に要約する。

(1) 既報で定義した2種類のボイド形状およびボイド配置を統合して、唯一のボイド形状およびボイド配置を定義した。これにより、解析法がより普遍的になった。

(2) 解析より得られた、材料が破壊したパスのダイス内径、材料破壊パスの直前のパスを引抜いた後の材料の半径方向密度分布、そして材料破壊パスを引抜いた後の内部割れ形状が、実験より得られたそれらとおおむね一致した。これより、提案した解析法の妥当性が確認された。

(3) 解析より得られた材料が破壊したパスのダイス内径が、よく知られた破壊条件式⁽²²⁾を用いて得られたそれとおおむね一致した。

文 献

- (1) Komori, K., *Int. J. Mech. Sci.*, **41** (1999), 1499-1513.
- (2) Komori, K., *Comput. Struct.*, **79** (2001), 197-207.
- (3) Thomason, P. F., *J. Inst. Met.*, **96** (1968), 360-365.
- (4) Komori, K., *Acta Mater.*, **47** (1999), 3069-3077.

- (5) 小森和武, 塑性と加工, **40**-466 (1999), 1086-1090.
- (6) Coffin, L. F. and Rogers, H. C., *Trans. ASM*, **60** (1967), 672-686.
- (7) Pepe, J. J., *Met. Eng. Q.*, **16** (1976), 46-58.
- (8) 田中浩・古田一也, 塑性と加工, **24**-268 (1983), 464-470.
- (9) 三木武司・小門純一, 塑性と加工, **29**-328 (1988), 485-491.
- (10) Avitzur, B., *Trans. ASME, J. Eng. Ind.*, **90** (1968), 79-91.
- (11) Oh, S. I., Chen, C. C. and Kobayashi, S., *Trans. ASME, J. Eng. Ind.*, **101** (1979), 36-44.
- (12) Avitzur, B. and Choi, J. C., *Trans. ASME, J. Eng. Ind.*, **108** (1986), 317-321.
- (13) Aravas, N., *J. Mech. Phys. Solids*, **34** (1986), 55-79.
- (14) Shima, S. and Nose, Y., *Ing. Arch.*, **60** (1990), 311-322.
- (15) 守時一, 機論, **56**-531, A (1990), 2333-2338.
- (16) Alberti, N., Borsellino, C., Micari, F. and Ruisiv, F., *Trans. NAMRI/SME*, **23** (1995), 85-90.
- (17) Reddy, N. V., Dixit, P. M. and Lal, G. K., *Trans. ASME, J. Manuf. Sci. Eng.*, **118** (1996), 579-584.
- (18) Dodd, B. and Bai, Y., *Ductile Fracture and Ductility*, (1987), 1-18, Academic Press.
- (19) Clift, S. E., Hartley, P., Sturgess, C. E. N. and Rowe, G. W., *Int. J. Mech. Sci.*, **32** (1990), 1-17.
- (20) Gouveia, B. P. P. A., Rodrigues, J. M. C. and Martins, P. A. F., *Int. J. Mech. Sci.*, **38** (1996), 361-372.
- (21) Jain, M., Allin, J. and Lloyd, D. J., *Int. J. Mech. Sci.*, **41** (1999), 1273-1288.
- (22) 大矢根守哉, 機誌, **75**-639 (1972), 596-601.
- (23) Edelson, B. I. and Baldwin, J. R., *Trans. ASM*, **55** (1962), 230-250.
- (24) Gurson, A. L., *Trans. ASME, J. Eng. Mat. Technol.*, **99** (1977), 2-15.
- (25) 富田佳宏, 数値弾塑性力学, (1990), 76, 養賢堂.
- (26) Schmitt, J. H. and Jalinier, J. M., *Acta Met.*, **30** (1982), 1789-1798.
- (27) 宅田裕彦, 塑性と加工, **40**-461 (1999), 514-519.