二重不均質介在物とその応用*

(第2報, 応力誘起変態による PSZ の靱性増加の解析)

小野 裕之^{*2}, 荒木 栄敏^{*1}, 齋藤 憲司^{*3}

Double Inhomogeneous Inclusions and Their Applications (2nd Report, Analysis of Stress-Induced Transformation Toughening in Partially Stabilized Zirconia)

Hiroyuki ONO, Shigetoshi ARAKI^{*4} and Kenji SAITO

^{*4} Kyoto Institute of Technology, Dept. of Mechanical and System Engineering,
Matsugasaki, Sakyo-ku, Kyoto-shi, Kyoto, 606 8585 Japan

In a partially stabilized zirconia (PSZ) containing tetragonal ZrO_2 particles, a crack may be closed due to dilatational transformation strain of the particles induced in both a process zone and its wake surrounding the crack by enhanced stress at the vicinity of the tip of crack. In this study, micromechanical analysis on the toughness of such a PSZ is performed by modeling a crack surrounded by a process zone and its wake as a mixed double inclusion of the first kind which is defined in the previous paper as an ellipsoidal inhomogeneous inclusion surrounded by an annular inclusion. Energy release rate of the crack G in the PSZ is derived and then its decrease ΔG due to stress induced transformation of particles is formulated as a function of the transformation strain, the thickness of zone wake, and the volume fraction of particles. Numerical results of ΔG is in good agreement with the experimental ones obtained by Swain et al.

Key Words: Micromechanics, Double Inclusion, PSZ, Stress Induced Transformation Toughening, Dilatational Strain, Stress Intensity Factor, Toughness

1. 緒 言

セラミックスは一般的に耐熱性に優れ、高強度を有するが、本質的に脆性であるという欠点があり、これを改善するために繊維強化や粒子分散が検討されている。その強靱化機構はき裂のシールディング機構によるものと非シールディング機構とに分類されており、前者はさらに、(1) 繊維や延性粒子によるき裂架橋と、(2) 酸化ジルコニアの応力誘起変態を利用したものなど、に大別されている⁽¹⁾。酸化ジルコニア ZrO_2 は、CaO や Y_2O_3 などを添加すると変態点が低下して高温での正方晶の状態を常温でも保持する部分安定化ジルコニア (PSZ) となり、これに負荷を加えると単斜晶へと相変態し、その際に 4% の体積膨張と 16% のせん断変形が生じると言われている⁽²⁾。(2) の機構はこのような PSZ の特徴を利用したもので、PSZ 内にき裂が生じると、その先端における特異応力場によって

先端近傍の粒子が応力誘起変態することで圧縮応力が生じ、これによりき裂が閉鎖されるというものである⁽²⁾。

PSZ の高靱化に対する解析として、McMeeking と Evans⁽³⁾ によるものがある。これは、き裂先端近傍のプロセスゾーンとその跡であるゾーンウェイク内に存在する変態粒子の体積膨張により生じたき裂面の圧縮応力を求めることで見掛けの靱性増加量を求めたものであり、得られた靱性値はき裂長さの増加につれて増加し、一定値に漸近するという結果が得られている。また、Budiansky ら⁽⁴⁾ は、プロセスゾーンとゾーンウェイク内の変態粒子の膨張によるひずみエネルギーの増加を有限要素法を用いて計算し、得られた結果を応力拡大係数に変換することで靱性増加を求めており、McMeeking と Evans の結果とほぼ同じ結果を得ている。しかしながら、これらの結果を Swain や Swain と Rose によって求められた実験結果⁽⁵⁾⁽⁶⁾ と比較するとオーダーは一致するものの、約 1/2 程度の値になっている。

本報では、この PSZ を混合二重介在物によってモデル化し、前報⁽⁷⁾ で求められた混合二重介在物に対する等価式とエネルギー式を用いてこのモデルを解析し、応力誘起変態による靱性増加を求め、McMeek-

* 原稿受付 2000 年 12 月 25 日。

^{*1} 正員、京都工芸繊維大学工学部(〒606 8585 京都市左京区松ヶ崎御所海道町)。

^{*2} 正員、京都工芸繊維大学大学院(現：京都工芸繊維大学)。

^{*3} 正員、京都工芸繊維大学工学部(現：京都工芸繊維大学名誉教授)。

E-mail: zairiki@mech.kit.ac.jp

ing らや Budiansky らの解析結果あるいは Swain らによる実験結果と比較することを目的とする。

2. PSZ のモデル化と解析

2.1 PSZ の変態領域の形状と体積

部分安定化ジルコニア (PSZ) は、立方晶 ZrO_2 マトリックス中に正方晶 ZrO_2 粒子を分散させたものであり、PSZ 中に存在するき裂先端の高応力場によって正方晶 ZrO_2 粒子が単斜晶へと相変態する。変態領域であるプロセスゾーンとそのウエイク内には、変態の際に生じる粒子の体積膨張によって圧縮の残留応力が生じ、これがき裂先端の応力場を低下させるために靱性が向上するとされている⁽²⁾。

図1は、PSZ 中のき裂とこれを取り囲むプロセスゾーンとゾーンウエイクを示したものである。図では1/2領域が示されている。き裂進展の間にき裂先端の応力拡大係数が常に一定であれば、き裂先端のプロセスゾーンは同じ形状となるため、その結果残されるゾーンウエイクの幅は図示したように一定となる。この幅を h 、き裂先端のき裂延長面上の長さをその m 倍とおく。また、き裂半長を a とする。

まず m の値を求める。 ZrO_2 粒子の変態による体積膨張を生じさせる応力成分は静水圧成分であり、これを σ_m とおく。このとき、き裂先端の応力拡大係数を K_I^A とすると、平面ひずみ状態では、

$$\sigma_m = \frac{(1+\nu)}{3} \frac{2}{\sqrt{2\pi r}} K_I^A \cos \frac{\theta}{2} \quad (1)$$

となる。今、 $\sigma_m = \sigma_m^c$ のとき粒子変態が生じるとすると、式(1)よりプロセスゾーンの大きさ r_p は、

$$r_p = \frac{2}{9\pi} (1+\nu)^2 \left(\frac{K_I^A}{\sigma_m^c} \right)^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (2)$$

となる。式(2)より、き裂延長面上のプロセスゾーンの長さ mh は、

Fig. 1 Transformation region in PSZ

$$mh = \frac{2}{9\pi} (1+\nu)^2 \left(\frac{K_I^A}{\sigma_m^c} \right)^2 \quad (3)$$

となり、また、き裂面に垂直な方向のプロセスゾーンの最大高さがゾーンウエイクの幅 h であるため、

$$h = r_p \sin \theta|_{\max} \quad (4)$$

となる。式(3)を式(4)に代入し、最大値を与える θ を求めると $\theta = \pm \pi/3$ となるため、結局、

$$h = \frac{\sqrt{3}}{12\pi} (1+\nu)^2 \left(\frac{K_I^A}{\sigma_m^c} \right)^2 \quad (5)$$

となる。したがって、式(3)、式(5)より、

$$m = \frac{8}{3\sqrt{3}} \quad (6)$$

を得る。

次に、プロセスゾーンとゾーンウエイクからなる変態領域の体積を求める。変態領域の大きさは、 $0 \leq |\theta| \leq \pi/3$ の範囲内では式(2)と式(5)より、

$$r_p = \frac{8}{3\sqrt{3}} h \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (7)$$

となる。また、 $\pi/3 < |\theta| \leq \pi$ の範囲では、図1における x_2 方向の高さが h である。したがって、変態領域の面積、すなわち x_3 方向の単位厚さに対する体積 V_T は、

$$V_T = 4 \left\{ ah + \frac{1}{2\sqrt{3}} h^2 + \int_0^{\pi/3} \int_0^{r_p} r dr d\theta \right\} \\ = 4a^2(1+m_T k)k \quad (8)$$

となる。ここで、

$$k = \frac{h}{a} \quad (9 \cdot a)$$

$$m_T = \frac{4}{27} \pi + \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (9 \cdot b)$$

である。

2.2 PSZ の変態領域の幾何学的モデル化 図1に示したき裂と変態領域を図2のようにモデル化する。材料 D 内のき裂 Ω は幅 $2a$ 、厚さ $2c$ で x_3 方向に長いスリットき裂とする。このき裂を取り囲む変態領域 $V-\Omega$ はだ円柱を用いてモデル化するに際して、

(1) だ円柱モデルの体積は、2.1節で求めた変態領域の体積 V_T に等しい。

(2) き裂延長面上の変態領域の長さとゾーンウエイクの厚さの比は、図1と同様に $a+mh : h$ となる。という2点を考慮し、 $V-\Omega$ 領域を図のように長さ $2P_0(a+mh)$ 、厚さ $2P_0(h+c)$ を有するだ円柱とした。 Ω がスリットき裂となる条件 $c \rightarrow 0$ を適用すると、上述の(2)は満足されていることがわかる。また、この $V-\Omega$ 領域の体積 $V_{V-\Omega}$ は、

$$V_{V-\Omega} = \pi(P_0)^2(a+mh)(h+c) - \pi ac \quad (10)$$

となるため、き裂の条件を適用するとともに、これが式(8)の V_T に等しいとおくことによって、

Fig. 2 Geometrical model for PSZ

$$(P_0)^2 = \frac{4(1+m_k)}{\pi(1+m_k)} \dots\dots\dots (11)$$

を得る。以上のことにより幾何学的なモデル化が終了した。

2.3 PSZの二重介在物モデル 図2の母材 $D-V$ 領域は、立方晶 ZrO_2 中に正方晶 ZrO_2 粒子が存在する領域である。これらの弾性定数は同じであることから、この領域の弾性定数を C_{ijkl} とおく。また、プロセスゾーンとゾーンウェイクからなる $V-\Omega$ 領域は、立方晶 ZrO_2 母材と変態した単斜晶 ZrO_2 粒子が存在する領域であり、これらの弾性定数も同じであることから、 $V-\Omega$ 領域の弾性定数も C_{ijkl} となる。しかしながら、 $V-\Omega$ 領域内には変態した粒子が存在する。粒子の変態ひずみとして体積膨張ひずみのみを考え、各垂直成分を ε^T とおく。材料内の粒子含有率を f とすると、 $V-\Omega$ 内の平均的な変態ひずみ ε_{ij}^{*z} は、

$$\varepsilon_{11}^{*z} = \varepsilon_{22}^{*z} = \varepsilon_{33}^{*z} = \varepsilon^{*z} = f\varepsilon^T \dots\dots\dots (12)$$

となる。また、き裂領域 Ω は母材 $D-V$ 領域とは異なった弾性定数を有する領域であるため、これに与える等価固有ひずみを ε_{ij}^{*c} とする。ただし、 ε_{ij}^{*c} は Ω 内で一定ではない。このような置き換えによって、図2の幾何学モデルは図3の第一種混合二重介在物モデル⁽²⁾に置き換えられる。

なお、作用応力 σ_{22}^0 はき裂面に垂直な x_2 方向にのみ作用するものとし、平面ひずみ状態を想定する。

2.4 混合二重介在物モデルの解析

2.4.1 き裂領域の等価式と固有ひずみ 図3の混合二重介在物において、き裂領域 Ω の固有ひずみがゼロであることに注意すると、前報⁽⁷⁾の式(25)から等価式は Ω 内で、

$$C_{ijkl}\{\varepsilon_{kl}^0 + (S_{klmn}^0 - I_{klmn})\langle \varepsilon_{mn}^{*c} \rangle\} = 0$$

Fig. 3 Mixed double inclusion model

$$+ (S_{klmn}^V - S_{klmn}^0)\varepsilon_{mn}^{*z} = 0 \dots\dots\dots (13)$$

となる。ここで $\langle \rangle$ は Ω 領域にわたる体積平均を表している。 ε_{ij}^0 は作用応力 σ_{ij}^0 による作用ひずみであり、

$$\sigma_{ij}^0 = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}^0 \dots\dots\dots (14)$$

なる関係がある。また、 S_{ijkl}^0 と S_{ijkl}^V はそれぞれ Ω 領域と V 領域の Eshelby テンソル⁽³⁾、 I_{ijkl} は4階の単位対称テンソルである。き裂に与える等価固有ひずみ ε_{ij}^{*c} の成分は垂直成分のみとし、式(12)と式(14)および x_3 方向のひずみがゼロという平面ひずみ条件を用いて式(13)を解くと、

$$2(1+\nu)(A_0 - A_m)\varepsilon^{*z} + (1-A_0)\{(2-A_0)\langle \varepsilon_{11}^{*c} \rangle + A_0\langle \varepsilon_{22}^{*c} \rangle + 2\nu\langle \varepsilon_{33}^{*c} \rangle\} = 0 \dots\dots\dots (15\cdot a)$$

$$\sigma_{22}^0 + \frac{\mu}{(1-\nu)}\{2(1+\nu)(A_0 - A_m)\varepsilon^{*z} - (1-A_0)A_0\langle \varepsilon_{11}^{*c} \rangle - (1+A_0)A_0\langle \varepsilon_{22}^{*c} \rangle - 2\nu A_0\langle \varepsilon_{33}^{*c} \rangle\} = 0 \dots\dots\dots (15\cdot b)$$

$$\nu\sigma_{22}^0 - \frac{2\mu}{(1-\nu)}\{\nu(1-A_0)\langle \varepsilon_{11}^{*c} \rangle + \nu A_0\langle \varepsilon_{22}^{*c} \rangle + \langle \varepsilon_{33}^{*c} \rangle\} = 0 \dots\dots\dots (15\cdot c)$$

となる。ここで μ, ν はそれぞれ母材の剛性率とポアソン比であり、係数 A_0 と A_m は、

$$A_0 = \frac{c}{a+c}, A_m = \frac{h+c}{(a+mh)+(h+c)} \dots\dots\dots (16)$$

である。き裂に与えるき裂開口方向の等価固有ひずみ ε_{22}^{*c} は、き裂の条件 $c \rightarrow 0$ に対して、き裂の開口量が Ω 内のいかなる場所においても有限でなければならないという条件より、

$$\lim_{c \rightarrow 0} c\varepsilon_{22}^{*c} = \text{finite} \dots\dots\dots (17\cdot a)$$

を満足しなければならない⁽⁸⁾。これより、

$$\lim_{c \rightarrow 0} c\langle \varepsilon_{22}^{*c} \rangle = \langle \varepsilon^c \rangle \dots\dots\dots (17\cdot b)$$

とおく、式(17・b)に注意して式(15)にき裂の条件を適用すると、

$$2(1+\nu)P_1\epsilon^{*z}-2(\langle\epsilon_{11}^{*c}\rangle_{\Omega}+\nu\langle\epsilon_{33}^{*c}\rangle_{\Omega})-\frac{\langle\epsilon^c\rangle}{a}=0 \quad (18\cdot a)$$

$$\sigma_{22}^0-\frac{2(1+\nu)\mu}{(1-\nu)}P_1\epsilon^{*z}-\frac{\mu}{(1-\nu)}\frac{\langle\epsilon^c\rangle}{a}=0 \quad (18\cdot b)$$

$$\nu\sigma_{22}^0-\frac{2\mu}{(1-\nu)}(\nu\langle\epsilon_{11}^{*c}\rangle_{\Omega}+\langle\epsilon_{33}^{*c}\rangle_{\Omega})-\frac{2\nu\mu}{(1-\nu)}\frac{\langle\epsilon^c\rangle}{a}=0 \quad (18\cdot c)$$

となる。ここで、

$$P_1=\frac{k}{1+(1+m)k} \quad (19)$$

である。式(18)に式(12)を代入すると、固有ひずみは最終的に、

$$\frac{\langle\epsilon^c\rangle}{a}=\frac{(1-\nu)}{\mu}\sigma_{22}^0(1-P_1\xi) \quad (20)$$

$$\langle\epsilon_{11}^{*c}\rangle_{\Omega}=-\frac{1-\nu}{2\mu}\sigma_{22}^0(1-2P_1\xi) \quad (21\cdot a)$$

$$\langle\epsilon_{33}^{*c}\rangle_{\Omega}=0 \quad (21\cdot b)$$

となる。ここで、

$$\xi=\frac{2(1+\nu)}{(1-\nu)}\frac{\mu}{\sigma_{22}^0}f\epsilon^T \quad (22)$$

である。また、平均的なき裂開口量 Δ^c は $\Delta^c=2c\cdot\langle\epsilon_{22}^{*c}\rangle_{\Omega}$ で与えられるため、式(17・b)と式(20)から、

$$\Delta^c=2\langle\epsilon^c\rangle=\frac{2(1-\nu)}{\mu}\sigma_{22}^0(1-P_1\xi)a \quad (23)$$

となる。

2・4・2 き裂領域とゾーンウエイク領域にわたる固有応力の体積平均 図3の第一種混合二重介在物に対して、き裂領域とゾーンウエイク領域にわたる固有応力の体積平均は、前報⁽⁷⁾の式(26)から、

$$\langle\sigma_{ij}\rangle_{\Omega}=C_{ijkl}\{(S_{klmn}^{\Omega}-I_{klmn})\langle\epsilon_{mn}^{*c}\rangle_{\Omega}+(S_{klmn}^V-S_{klmn}^{\Omega})\epsilon_{mn}^{*z}\} \quad (24\cdot a)$$

$$\langle\sigma_{ij}\rangle_V=C_{ijkl}\{(S_{klmn}^V-I_{klmn})\epsilon_{mn}^{*z}+\frac{f_{\Omega}}{f_V-f_{\Omega}}(S_{klmn}^V-S_{klmn}^{\Omega})(\langle\epsilon_{mn}^{*c}\rangle_{\Omega}-\epsilon_{mn}^{*z})\} \quad (24\cdot b)$$

となる。ここで f_{Ω} と f_V はそれぞれ Ω 領域と V 領域の体積含有率であり、

$$f_{\Omega}=\frac{1}{V_D}\pi ac \quad (25\cdot a)$$

$$f_V=\frac{1}{V_D}\pi(P_0)^2(a+mh)(h+c) \quad (25\cdot b)$$

で与えられる。ここで V_D は物体全体の体積である。式(24)にき裂の条件式(17)を適用し、式(20)と式(21)を代入して展開すると、

$$\langle\sigma_{11}\rangle_{\Omega}=0 \quad (26\cdot a)$$

$$\langle\sigma_{22}\rangle_{\Omega}=-\sigma_{22}^0 \quad (26\cdot b)$$

$$\langle\sigma_{33}\rangle_{\Omega}=-\nu\sigma_{22}^0 \quad (26\cdot c)$$

$$\langle\sigma_{11}\rangle_V=-\{(1-P_1)\sigma_{22}^0\{\xi+P_1P_2(1-P_1\xi)\}\} \quad (27\cdot a)$$

$$\langle\sigma_{22}\rangle_V=-P_1\sigma_{22}^0\{\xi+(1+P_1)P_2(1-P_1\xi)\} \quad (27\cdot b)$$

$$\langle\sigma_{33}\rangle_V=-\sigma_{22}^0\{\xi+2\nu P_1P_2(1-P_1\xi)\} \quad (27\cdot c)$$

となる。ここで、

$$P_2=\frac{1}{(P_0)^2(1+mk)k} \quad (28)$$

である。式(26・b)より、き裂領域にわたる固有応力の体積平均 $\langle\sigma_{22}\rangle_{\Omega}$ は平均的な意味でき裂面の応力 free 条件を満足することがわかる。

2・4・3 き裂領域とゾーンウエイク領域にわたるひずみの体積平均 き裂領域とゾーンウエイク領域にわたるひずみの体積平均は、

$$\langle\epsilon_{ij}\rangle_{\Omega}=S_{ijkl}^{\Omega}\langle\epsilon_{kl}^{*c}\rangle_{\Omega}+(S_{ijkl}^V-S_{ijkl}^{\Omega})\epsilon_{kl}^{*z} \quad (29\cdot a)$$

$$\langle\epsilon_{ij}\rangle_V=S_{ijkl}^V\epsilon_{kl}^{*z}+\frac{f_{\Omega}}{f_V-f_{\Omega}}(S_{ijkl}^V-S_{ijkl}^{\Omega})(\langle\epsilon_{kl}^{*c}\rangle_{\Omega}-\epsilon_{kl}^{*z}) \quad (29\cdot b)$$

となる⁽⁷⁾。き裂の条件式(17)、式(20)および式(21)を用いると、

$$\langle\epsilon_{11}\rangle_{\Omega}=-\frac{\sigma_{22}^0}{2\mu}\{(1-2\nu)-2(1-\nu)P_1\xi\} \quad (30\cdot a)$$

$$\langle\epsilon_{11}\rangle_V=-P_1\frac{\sigma_{22}^0}{2\mu}[\{(1-2\nu)-P_1\}\times P_2(1-P_1\xi)-\xi] \quad (30\cdot b)$$

$$\langle\epsilon_{22}\rangle_V=-\frac{\sigma_{22}^0}{2\mu}[\{(1-2\nu)+P_1\}P_1P_2(1-P_1\xi)-(1-P_1)\xi] \quad (30\cdot c)$$

$$\langle\epsilon_{33}\rangle_{\Omega}=\langle\epsilon_{33}\rangle_V=0 \quad (30\cdot d)$$

となる。

2・4・4 固有ひずみのみの変化によるポテンシャルエネルギーの変化 図3の混合二重介在物に対して、固有ひずみのみの変化によるポテンシャルエネルギーの変化 F は、 x_3 方向の単位長さ当たり、

$$\frac{F}{V_D}=\frac{f_{\Omega}}{2}\sigma_{ij}^0\langle\epsilon_{ij}^{*c}\rangle_{\Omega}-\frac{f_V-f_{\Omega}}{2}\langle\sigma_{ij}\rangle_V\epsilon_{ij}^{*z}-(f_V-f_{\Omega})\sigma_{ij}^0\epsilon_{ij}^{*z} \quad (31)$$

で与えられる⁽⁷⁾。式(31)に、式(20)と式(21)の固有ひずみ、式(27)の平均応力および式(25)を代入した後、き裂の条件式(17)を適用すると、

$$F = -\frac{\pi(1-\nu)}{2\mu} \left\{ (\sigma_{22}^0)^2 a^2 - (C_0)^2 a \left(\eta_1 + \eta_2 \frac{1}{\xi} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (32)$$

を得る。ここで、

$$\eta_1 = \frac{4(1+m)k}{\pi(1+\nu)} - k(P_3)^2 \quad \dots\dots\dots (33\cdot a)$$

$$\eta_2 = 2P_3 - \frac{4}{\pi}(1+m)k \quad \dots\dots\dots (33\cdot b)$$

および

$$C_0 = \frac{E}{(1-\nu)} \sqrt{h} f \varepsilon^T \quad \dots\dots\dots (34)$$

$$P_3 = \frac{1}{1+(1+m)k} \quad \dots\dots\dots (35)$$

である。

2・5 見かけの靱性増加

2・5・1 き裂のエネルギー開放率 き裂のエネルギー解放率 G^T は、式(32)の F を用いて、

$$G^T = -\frac{\partial F}{\partial(2a)} = G^A - \Delta G^T \quad \dots\dots\dots (36)$$

となる。ここで G^A は ZrO_2 粒子の変態が生じない場合、あるいは、材料内の全粒子が変態した後のき裂のエネルギー解放率、

$$G^A = \frac{\pi(1-\nu)}{2\mu} (\sigma_{22}^0)^2 a \quad \dots\dots\dots (37)$$

である。 ΔG^T は粒子変態によって生じるエネルギー解放率の減少量を与えるものであり、

$$\Delta G^T = \frac{\pi(1-\nu)}{4\mu} (C_0)^2 \left(\eta_1^* + \eta_2^* \frac{1}{\xi} \right) \quad \dots\dots\dots (38)$$

となる。ここで、

$$\eta_1^* = \frac{4}{\pi(1+\nu)} - 2(1+m)k^2(P_3)^3 \quad \dots\dots\dots (39\cdot a)$$

$$\eta_2^* = \left(2 - \frac{4}{\pi} \right) - 2(1+m)k^2(P_3)^2 \quad \dots\dots\dots (39\cdot b)$$

である。さらに、作用応力拡大係数を K_I^A とおくと、

$$K_I^A = \sigma_{22}^0 \sqrt{\pi a} \quad \dots\dots\dots (40)$$

であるため、これと式(22)、式(34)より、

$$\frac{1}{\xi} = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{\pi} C_0} K_I^A \quad \dots\dots\dots (41)$$

となる。これを式(38)に代入すると、最終的に、

$$\Delta G^T = \frac{\pi(1-\nu)}{4\mu} C_0 \left\{ C_0 \eta_1^* + \sqrt{\frac{k}{\pi}} \eta_2^* K_I^A \right\} \quad \dots\dots\dots (42)$$

となる。

2・5・2 見掛けの靱性増加 材料本来の破壊靱性値を G_c^M とする。すなわち、 ZrO_2 粒子が全く変態しないか、あるいはすべての粒子が変態した後の破壊靱性値が G_c^M である。したがって、粒子の変態が生じる場合には、式(36)で与えられる G^T が G_c^M に達したとき、すなわち、

$$G^T = G_c^M \quad \dots\dots\dots (43)$$

となるとき材料の破壊が生じることになる。式(36)に式(43)を代入すると、

$$G^A = G_c^M + \Delta G^T \quad \dots\dots\dots (44)$$

となる。このとき見掛けの破壊靱性値 G_c^A は、作用応力 σ_{22}^0 とき裂長さ a を用いて式(37)により求められる G^A に等しくなる。したがって、式(44)より、見掛けの破壊靱性値の増加は ΔG^T にほかならない。

さて、式(42)の ΔG^T を平面ひずみ状態における関係式を用いて応力拡大係数に換算する。これを ΔK^T と表すと、

$$\Delta K^T = \sqrt{\frac{\pi}{2}} C_0 \sqrt{\eta_1^*} + \sqrt{\frac{k}{\pi}} \frac{\eta_2^*}{C_0} K_I^A \quad \dots\dots\dots (45)$$

となる。

3. 解析結果および考察

本解析モデルにおいては、母材である立方晶 ZrO_2 と変態前の正方晶 ZrO_2 および変態後の単斜晶 ZrO_2 粒子の弾性定数はすべて同じ値であり、弾性係数 $E = 200 \text{ GPa}$ とポアソン比 $\nu = 0.31$ を用いた⁽⁵⁾。

McMeeking ら⁽³⁾ や Budiansky ら⁽⁴⁾ の解析結果と比較するために、定常状態における見掛けの靱性増加を求める。ゾーンウェイク厚さ h に比べてき裂長さ a が十分長い状態を考えれば良いため、式(45)およびこの式中の係数を与える式(39)において $k = h/a \rightarrow 0$ とおき、式(34)を代入すると、

$$\begin{aligned} \Delta K^T &= \sqrt{\frac{2}{1+\nu}} \frac{E}{(1-\nu)} f \sqrt{h} \varepsilon^T \\ &= 1.145 \frac{E}{(1-\nu)} f \sqrt{h} \varepsilon^T \quad \dots\dots\dots (46) \end{aligned}$$

となる。McMeeking らの解析結果⁽³⁾ は、

Fig. 4 ΔK^T versus $f\sqrt{h}$

$$\Delta K^T = 0.66 \frac{E}{(1-\nu)} f \sqrt{h} \epsilon^T \dots (47)$$

であり, また, Budiansky らの結果⁽⁴⁾は,

$$\Delta K^T = 0.6429 \frac{E}{(1-\nu)} f \sqrt{h} \epsilon^T \dots (48)$$

で与えられている。本解析結果とこれらの結果を比較すると, ΔK^T は $\sqrt{h} \epsilon^T$ に比例するという点では全く同じであることがわかる。しかしながら, 式(46)で ν の値を代入して求めた結果からわかるように, 本解析結果は, McMeeking らや Budiansky らの結果の 1.8 倍程度大きいことがわかる。

図4は, Swain らによる M_g -PSZ の実験結果⁽⁶⁾ と本解析結果との比較を示したものである。図中の○印は Swain らの実験結果であり, 実線は式(46)より求めた本解析結果である。また, 式(47)と式(48)より求めた McMeeking らと Budiansky らの結果も同時に示している。この結果より, 本解析結果は極めて実験結果とよく一致していることがわかる。これは, き裂とこれを取り囲むプロセスゾーンとゾーンウエイクが同時に存在するという状態を想定し, これらの間の相互作用を考慮したことによるものと思われる。この結果より, 二重介在物法を用いた本解析手法によって PSZ の応力誘起変態による見掛けの靱性増加に対する検討が可能であることがわかった。

4. 結 言

本報では, 応力誘起変態によってき裂の自己閉鎖が生じる PSZ を混合二重介在物によってモデル化する方法を検討するとともに, 前報で求められた混合二重

介在物に対する等価式とエネルギー式を用いてモデルを解析し, 応力誘起変態による靱性増加を求めた。その結果, 靱性増加 ΔK^T を与える式は, 係数の値の違いを除いて McMeeking らや Budiansky らのものと同一形となった。また, この係数は約 1.8 倍程度大きくなることがわかった。さらに, 本解析結果を Swain らによる実験結果と比較したところ, 両者は極めてよく一致することがわかった。

文 献

- (1) 香川豊・八田博志, セラミックス基複合材料, (1990), 120-163, アグネ承風社。
- (2) 宮田昇, 粒子分散型セラミック複合体の強度とじん性, 材料, **37**-415 (1988), 361-370。
- (3) McMeeking, R. M. and Evans, A. G., Mechanics of Transformation Toughening in Brittle Materials, *J. Am. Ceramic Soc.*, **65**-5 (1982), 242-246。
- (4) Budiansky, B., Hutchinson, J. W. and Lambropoulos, J. C., CONTINUUM THEORY OF DILATANT TRANSFORMATION TOUGHENING IN CERAMICS, *Int. J. Solids Struct.*, **19**-4 (1983), 337-355。
- (5) Swain, M. V., INELASTIC DEFORMATION OF Mg-PSZ AND ITS SIGNIFICANCE FOR STRENGTH-TOUGHNESS RELATIONSHIP OF ZIRCONIA TOUGHENED CERAMICS, *Acta metall.*, **33**-11 (1985), 2083-2091。
- (6) Swain, M. V. and Rose, L. R. F., Strength Limitations of Transformation-Toughened Zirconia Alloys, *J. Am. Ceramic Soc.*, **69**-7 (1986), 511-518。
- (7) 荒木栄敏・小野裕之・齋藤憲司, 二重不均質介在物とその応用(第1報, 二重不均質介在物の等価式とエネルギー), 機論, 67-664, A (2001), 1936-1941。
- (8) Mura, T., *Micromechanics of Defects in Solids, Second Revised Edition*, KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, (1987), 240-248。