進化的セルラ・オートマトンを用いた構造最適設計法の研究*

(新しい遷移関数に基づく直接的局所ルール)

尾田 十八^{*1}, 王 安 麟^{*2}, 鐘 浩^{*3}Study on Structural Optimization Technique
Using Evolutionary Cellular Automata
(Local Direct Rule Based on New Transition Function)Juhachi ODA^{*4}, Anlin WANG and Hao ZhONG^{**} Department of Human and Systems Mechanical Engineering, Kanazawa University,
2-40-20 Kodatuno, Kanazawa-shi, Ishikawa, 920-8667 Japan

In this paper, a local direct rule based on a new transition function of the Cellular Automata (CA) is presented. It is the structural optimization method by the Evolutionary Cellular Automata (ECA). The local direct rule uses the neighborhood states as the CA's input. The ECA is the CA optimized by the Genetic Algorithm (GA) for the certain problems. This new transition function makes to decrease drastically the degrees of local direct rule freedom depending on the number of the neighborhood cells. The design conditions of the structure are introduced as virtual cells to apply the same rule in all the design space. A local direct rule here is decided by the evolutionary calculation of GA. The method is applied to the minimum weight design problems and the adaptive solutions are obtained. From the results, it is observe that the local direct rule based on a new transition function is effective in the self-organization problem of the complex system.

Key Words: Computational Mechanics, Optimum Design, Genetic Algorithm, Cellular Automata, Finite Element Method

1. 結 言

セルラ・オートマトン(Cellular Automata: CA)は全体の状態の情報がなくとも、自己の周囲の状態のみを入力とする局所ルールに従い、自己組織を形成していく^{(1),(2)}。そのため巨大な情報を取り扱う必要がなく、局所ルールが決定すれば、それを利用することで、かなり大規模な最適化問題も、比較的容易に解くことができる。しかし一般に CA の局所ルールの自由度はきわめて大きく、それを問題に応じて最適に決めることは難しい。そこで、これまで CA を用いた構造最適設計の研究も行われているが、それらのほとんどは間接的局所ルールを用いたものである^{(3),(4)}。ここで間接的局所ルールとは、たとえば、力学解析による隣接要素間の応力情報等の間接的パラメータに基づく CA 規則である。しかし、これらの情報は、対象構造の設計条件や形状・材料特性によって複雑に影響され、それに対応できる一般性のある間接的ルールの設定は難しい。また、時間ステップ毎の間接的ルールの操作は、必ず構造の力学解析に依存するので、計算時間も膨大なものとなる傾向がある。以上の点より、力学解析情報に

依存しない直接的局所ルールによる構造最適設計の有効な方法が期待されている。

本報では、構造最適設計問題に有効な CA の直接的な局所ルールによる方法を提案する。具体的には構造の設計条件などを仮要素として導入することで、全設計空間に同じルールを適用する方法と CA 遷移関数の決定において、状態数と隣接要素数に依存するルール自由度を大幅に減少する方法を提案する。ここでの直接的局所ルールは遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithms: GA) を用いた進化的計算によって決められ、その有効性は板厚分布を最適に決める構造設計問題の具体例を通して明らかにされている。

2. 構造設計問題と直接的局所ルール

CA は特定のメカニズムを持つ局所ルール (注目要素とそれを中心とした周囲の要素との関係) に従って、複雑なシステム全体を自己組織、自己適応、自己修復へと形成していく機能を持っている。つまり、CA の各要素状態の更新は、一般的に次のように示される。

$$S_0(t+1) = F[S_0(t), S_1(t), S_2(t), \dots, S_n(t)] \quad (1)$$

ここで、 $S_0(t+1)$: 注目要素の状態、 F : 局所ルールに従う遷移関数、 t : 時間ステップ数、 n : 近傍要素の数、 $S_i(i \neq 0)$: 近傍要素の状態である。本法で考えている CA

* 原稿受付 2001 年 3 月 30 日。

^{*1} 正員, 金沢大学工学部 (〒920-8667 金沢市小立野 2-40-20)。^{*2} 正員, Shanghai Jiao Tong University (1954 Hua Shan Road, Shanghai, 200030 China)。^{*3} 学生員, 金沢大学大学院。

E-mail: oda18@t.kanazawa-u.ac.jp

を用いた構造最適設計手法とは、式(1)で構成される直接的局所ルールの多くの集合から、考えている構造問題の解を導く1つの直接的局所ルールを進化的に探索する方法である。結局、構造の最適形状が持っているメカニズムを直接的局所ルールの集合に持たせ、それらの中で最も良いルールを進化的に探索し、その結果として最適解も得られるというものである。

2・1 直接的局所ルールの構成について 実際の構造設計問題に対するCAの最適な局所ルールを求めるには、次の点を考慮しなければならない。

(1) 近傍要素の数(n)を幾つにすればよいか。設定した近傍要素の数が少ないと、CAの持つ自由度が不足し、対応する問題を解くためのCAルールが対応できなくなる⁽³⁾。一方逆に近傍要素の数(n)を多く設定すると、CAルールの組合せ数が膨大になり、計算時間や収束性などの問題を生ずる。

(2) 問題対象領域をセルに分割するとき、その境界領域に対して、同じ形式のCAルールを操作できない。逆に言えば全要素を1つの同じCAルール(以下、均一化ルールと呼ぶ)で操作するにはどのようにすれば良いかを考慮する必要がある。

(3) CA操作の収束性の問題。初期状態から、一定時間ステップ以内に定常パターンへと収束することが望ましい。

2・2 構造設計へのCA遷移関数の提案 式(1)に示すような近傍要素の状態を入力として、注目要素の状態を直接的に決定するCAの直接的ルールの創生法を考える。

まず、図1に示すような最適板厚分布を求める問題を考えよう。つまり平板内の応力 σ_i がすべて許容応力 σ_a 内で、その板の重量Wを最小化する板厚分布を求める問題である。

$$\text{Object} \quad W \rightarrow \text{Min} \quad (2)$$

$$\text{Subject to} \quad |\sigma_i| \leq \sigma_a \quad (3)$$

ここで、平板は四角形の格子で分割し、オートマトンとして表す。つまり構造物をオートマトンの状態集合として取り扱う。各要素の選ばれる板厚の種類を0.001, 10.0mmの2種類にする。板の薄い要素の厚みを特別に0.001mmに設定する理由は、FEM解析上の

Fig.1 Analytical model

Fig.2 Neighbor states of element

構造不安定をさけ、かつ近似的に平面上にラーメン構造形状を自動的に創生することを考えたからである。

さて、そこですべての要素状態を2進数(0あるいは1)として表わす。CAでの近傍要素については図2に示すものがあるが、複雑な形状創生に対応できるものとして、図2(c)に示すものを用いる。この場合近傍要素の数(n)は8個となる。よって注目要素Cが1あるいは0になることは、その2進数で表す8個の近傍要素の状態で決められるので、式(1)に従う直接的局所ルールは、図2(c)の記号を用いるとき、次の遷移関数⁽⁴⁾による256(2⁸)個の組合せからなる集合と考えられる。

$$S_{i,j}^{(t+1)} = F(S_{i-1,j-1}^{(t)}, S_{i-1,j}^{(t)}, S_{i-1,j+1}^{(t)}, S_{i,j-1}^{(t)}, S_{i,j}^{(t)}, S_{i,j+1}^{(t)}, S_{i+1,j-1}^{(t)}, S_{i+1,j}^{(t)}, S_{i+1,j+1}^{(t)}) \quad (4)$$

しかし、これでは直接的局所ルールの自由度はきわめて大きく、妥当なルールを求めることは難しい。そこで、式(5)に示すような新しい遷移関数を提案する。

$$S_{i,j}^{(t+1)} = \begin{cases} F[S_{i-1,j}^{(t-1)}, S_{i,j-1}^{(t-1)}, S_{i,j}^{(t-1)}, S_{i,j+1}^{(t-1)}, S_{i+1,j}^{(t-1)}, S_{i-1,j-1}^{(t)}, S_{i-1,j+1}^{(t)}, S_{i,j-1}^{(t)}, S_{i,j+1}^{(t)}, S_{i+1,j-1}^{(t)}, S_{i+1,j+1}^{(t)}] & \theta = 0 \\ F[S_{i-1,j-1}^{(t-1)}, S_{i-1,j+1}^{(t-1)}, S_{i,j}^{(t-1)}, S_{i+1,j-1}^{(t-1)}, S_{i+1,j+1}^{(t-1)}, S_{i-1,j}^{(t)}, S_{i,j-1}^{(t)}, S_{i,j}^{(t)}, S_{i,j+1}^{(t)}, S_{i+1,j}^{(t)}] & \theta = 1 \\ S_{i,j}^{(0)} = S_{i,j}^{(1)} & (i=1,2,3; j=1,2,3) \\ t \geq 1 \end{cases} \quad (5)$$

θ	Inputs		Output
	$t-1$	t	$t+1$
$\theta = 0$			
$\theta = 1$			

Fig.3 Input and output of transition function

Fig.4 Virtual cells

この式の基本的な考え方は、図2(c)の注目要素Cに関する近傍要素の状態を、図3に示すような2種類の入力パターンに限定することにある。つまりその2種類のパターンとはそれぞれCAの時間ステップ t と $t-1$ に依存し、パラメータ θ でその時間前後の順序が決まることになる。従って、 $t+1$ 時間ステップの注目要素の状態を決めるのは、 $t-1$ と t 時間ステップでの近傍要素の状態に基づく 32×2 個の直接的局所ルールからなる集合である。すなわち、式(5)の遷移関数の入力には式(4)と比べて $t-1$ の時間履歴の情報を増やしているが、一方それぞれの時間ステップで採る近傍要素の数は図3に示すような5個しかない。このようなことで、2.1節の問題(1)に対して、CAルールの組合せ数が式(2)の256個から式(5)の64個に縮小表現できるので、直接的局所ルールの数も大幅に減少し、計算時間や収束性もよくなると考えられる。

2・3 均一化ルールとCAの仮想境界

上述した直接的局所ルールを、考えている設計対象物の全要素に時間的に同時に用いるようにしたい。それには境界の要素に対して特別な処置をする必要がある。そこでここでは、図1の力学的境界条件などを考慮し、設計対象領域を図4に示すような仮想要素を含む集合と考える。ここでの仮想要素とは変位境界条件の情報を持つ仮想境界要素(Virtual boundary cells)と、外部荷重の情報をもつ仮想力要素(Virtual power cells)、およびただの仮想要素(Virtual cells)という3種類の要素を考えている。これら3種類の仮想要素の状態は、非仮想要素(Non-virtual cells)の状態表示と同じように2進数で表す。このことを図1の要素分割に仮想要素を追加した図4を例として具体的に説明する。つまり図1のA節点に外力Fがあるので、その隣接仮想要素を仮想力要素と呼び、これを1に設定する。同様、図1のB、C節点に外部支持があるので、その隣接仮想要素を仮想境界要素と呼び、1に設定する。これらの他の仮想要素をすべて0に設定する。このような仮想要素集合の追加により、構造の境界や力学的条件などをCAの自己組織化の内部要素情報に転換できることになり、全域をCAのただ1つのルール(均一化ルール)の操作で最適解が求められることになる。

3. 進化によるCAルールの創生

前章で連続体構造の最適設計問題を式(5)のCA問題へと変換した。ここでは、式(5)に基づく直接的均一化ルールから、特定の構造を最適設計する唯一のCAルールを創生する方法を述べる。それは進化によるCAルールの創生法で、図5に示すようにGA(Genetic Algorithms)を用いてCAルールを最適化するものである。今図1に示す板厚分布最適化問題を考え、このCAルールを進化的に創生する具体的方法を示す。

3・1 染色体とCAルール 図5の進化的CA(Evolutionary Cellular Automata: ECA)では、まずGAの染色体にCAの局所的ルールを変換する。ここで、前章で提案した遷移関数に関するルールとGAの染色体との関係を図6で説明する。

Fig.5 Concept of ECA

Fig.6 Chromosome of GA and local rules of CA

Fig.7 Flow chart of ECA

まず、図3で定義したCA近傍要素から考え、式(5)に従う近傍要素の状態パターン数は $t-1$ 時間ステップで 32 種類、 t 時間ステップで 32 種類あるので、これを $32 \times 2 = 64$ 個の遺伝子としてセットする。すなわち図6の最上段のようにルールに対応して、64 ビットの2進数で染色体にこれをセットする。これらは同図中の最下段の要素状態の変換ルールに対応している。たとえば、染色体中の遺伝子 No.1 ビットが1のときは、最下段の No.1 要素の中心要素の0が次のステップで1となることを意味し、ビットが0のときは状態変化なしとなります。

次にECAの操作中、 $t-1$ 時間ステップにある注目セルの近傍要素の状態は必ず1から32までのルール中の k 番のルールを選択するので、この k 番遺伝子座(Locus)を示めす K という値が得られる。同様に t 時間ステップの状態から L という値も得られる。よって K と L の値から $t+1$ 時間ステップの注目セルの状態を決めなければならない。そこで、これを決めるものとして65番目遺伝子座に ϕ という変数を設ける。さらに、式(5)の θ も設計変数であるので、これを66番目の遺伝子座とする。

以上で定義した66ビットの長さの染色体を決めれば、問題に適応する直接的局所ルールが決まることになる。しかもこの方法は問題の規模(全要素)に左右されない。

Fig.8 Calculation results of ECA

3・2 進化によるCAルール創生の定式化

さて、前節のGA染色体を用いれば、すでに述べた構造の最適設計問題は、それに対応する直接的局所ルールの創生の最適化問題と考えることができる。よってその定式化は次式となる。

$$\text{Object} \quad f(\mathbf{X}) = \alpha_1 W(\mathbf{X}) + \alpha_2 \text{Time} \rightarrow \text{Min} \quad (6)$$

$$\text{Subject to} \quad g_1(\mathbf{X}) = |\sigma|_i \leq \sigma_a \quad (7)$$

$$g_2(\mathbf{X}) = \text{Time} \leq \text{TimeMax} \quad (8)$$

ここで、TimeはCAの時間ステップ数である。TimeMax (=256)は設定したCAの最大時間ステップ数である。 α_1, α_2 は多目的関数の重み係数である。すなわち、CAの時間ステップ数TimeをTimeMax以内に収束させ、かつ構造の応力制約条件も満す制約のもとで、CAの直接的局所ルールで構造の形状を自己組織化しながら、構造の材料重量と直接的局所ルールの収束性を最適化するものである。つまり提案する定式化はCAルール創生の問題を一種の多目的最適化問題に転換したものである。

3・3 計算の流れ

用いたECAの計算の流れは図7に示すものである。全体の流れはGAに基づいたものであるが、各染色体に対する評価(適応度)はCAの結果から決められる。ただし、応力制約条件はCAによる構造の形状からFEM計算より得られる。なお図7の計算の流れで、CAルール操作の時間ステップは、 $CA(\text{Time}) = CA(\text{Time}-1)$ と $\text{Time} = \text{TimeMax}$ により決められる。ここで、 $CA(\text{Time})$ は時間ステップTime時のCA状態である。 $\text{Time} = \text{TimeMax}$ は式(8)の制約条件を反映している。 $CA(\text{Time}) = CA(\text{Time}-1)$ は式(6)のTime値を求める基準であり、収束性のあるCAルールを判断する方法でもある。

3・4 計算例

本節では、上記の創生法で図1のモデルについて、その板厚の最適分布を求める。またその外部の力学的条件としては図8の上段(a)に示すような4つのものを設定した。計算においては、4つのモデルとも図8(b)に示すようにその仮想境界条件は外部の支持と力学的条件とに対応して設定し、またCAの初期世代(Generation=0)の状態もすべて同じくした。

なお、ここでのGA計算のパラメータは表1のものを用いた。図8にはModel1からModel4までの初期世代(b)から収束(f)までの進化の幾つかの中間結果、進化の世代数およびCAでの時間ステップ数を示した。これよりたとえば、Model2-(d)はその進化の世代数がGeneration=44での形態を示しており、またModel2-(f)はその進化の世代数がGeneration=271、時間ステップがTime=129での形態を示している。すべてのモデルの(f)の形態から、CAの直接的ルールを用いて、軽量の構造が得られ、かつ $\text{Time} < \text{TimeMax}$ という安定的結果が求まっていることがわかる。また、Model3とModel4の力学的条件を比較すると、仮想要素や初期状態などがまったく同じであるが、ただ水平方向荷重の方向のみが逆になっている。したがってこれらの図(f)の結果に明らかに違いがみられる。これらより、ここで述べた進化的CAによる直接的ルール創生の定式化が有効であると思われる。

一方、すべてのモデルに関する中間階段の結果(d)と(e)を考察すると、ECAの計算過程はまず力学の条件に対応するマクロな構造形状に適応し、そこから徐々に細かく無駄な部分を修正していく自己組織化過程になっているようである。この過程で力学モデルの板厚最適分布のメカニズムを直接的局所ルールに持たせることになったと思われる。

4. 結 言

本報では、CAの直接的な局所ルールによる構造最適設計法について述べた。提案した方法は、CA遷移関数で状態数と隣接要素数に依存するルールの数を大幅に減少できることから、進化的計算の効率も良く、したがって新しいCAルールを探索しやすくしている。また対象構造の最適化問題に対して、その全体に同一のCAルールを適用する工夫として仮想要素を導入する方法も考えた。そのような提案した方法の有効性は構造設計の板厚分布最適形態を求める幾つかの例を通して具体的に明らかされた。

文 献

- (1) S. Wolfram, editor. *Theory and Applications of Cellular Automata*. World Scientific, Singapore, 1986.
- (2) Tommaso Toffoli and Norman Margolus. *Cellular Automata Machines*. MIT Press, London, 1987.
- (3) 尾田・Kundu・小石, 機論, 64-628, A(1998-12), 1-6.
- (4) 尾田・屈, 機論, 66-642, A(2000-2), 1-6.
- (5) 尾田・王・鐘, 機講論, [No.00-17], (2000-11), 181-182.

Table.1 Parameters of GA

Number of individual	100
Crossover rate	50%
Mutation rate	0.1 ~ 0.5%