不規則分布多孔平板の二軸変形下における損傷状態の評価*

長 岐 滋^{*1}, 住 吉 克 俊^{*2}, 阿 部 克 幸^{*3}

Damage Evaluation for Perforated Sheets under Biaxial Deformation

Shigeru NAGAKI^{*4}, Katsutoshi SUMIYOSHI and Katsuyuki ABE^{**} Department of Mechanical Systems Engineering, Tokyo University of Agriculture and Technology,
2-24-16 Naka-cho, Koganei-shi, Tokyo, 184-8588 Japan

In order to evaluate damage state of randomly perforated sheets under biaxial deformation, a new method using the equivalent net stress derived from the damage tensor, which is obtained by the tessellation and stereological method, is proposed in this paper. Stress concentration around holes in a perforated sheet was calculated by the FE analysis and the comparison is made between the equivalent net stress and the results of the FE analysis. Equibiaxial tensile tests of perforated aluminum sheet were also carried out using the bulge testing equipment and the localized deformation between some holes in the sheet were observed. Both calculated and experimental results show that the proposed method can properly evaluate the damaged state of perforated sheet under biaxial loading.

Key Words: Plasticity, Damage Mechanics, Combined Stress, Void, Perforated Sheet, Voronoi Tessellation, Equivalent Net Stress

1. 結 言

一般の延性金属材料は、変形の進行とともに材料内部に欠陥や微視的空孔が発生し、成長、合体することで破壊に至ると考えられている。したがって、微視的空孔の分布形態が塑性変形に及ぼす影響を調べることは重要であると考えられる。

無限媒体中に1個の球状空孔が存在する場合の剛塑性解析をもとに導出されたGurson⁽¹⁾の降伏関数は、多くの延性破壊の解析に用いられているが、空孔の分布形態については空孔の体積分率以外の直接的な情報を含んでいない。二次元的に空孔が分布する場合については、Murakami & Imaizumi⁽²⁾、中山ら⁽³⁾が円孔が規則配列されたモデルについて材料の損傷と巨視的降伏応力の関係について検討を行っている。また円孔が不規則に配列されたモデルについてはMagnusenら⁽⁴⁾⁽⁵⁾、中山ら⁽⁶⁾⁽⁷⁾が単軸応力状態の場合での検討を行っているが、多軸応力下での損傷評価については実

験的検討はなされていない。

本研究では不規則に空孔を分布させたモデルについて、ポロノイ領域分割法⁽⁸⁾および金谷⁽⁹⁾によって示されたステレオロジーの方法を用いて損傷テンソルを求める中山ら⁽⁶⁾⁽⁷⁾の手法を発展させ、二軸応力下での損傷状態の評価法として実質相当応力による評価方法を提案する。そして、有限要素法を用いた応力集中状態の結果および実験結果との比較を通じて提案した損傷状態の評価法の妥当性を検討する。

2. 損 傷 状 態 の 評 価

材料内部に存在する損傷は不規則に分布しているため、その内部構造を定量的に評価し損傷量を求める必要がある。そこで、不規則に円孔が分布している二次元材料モデルを円孔の中心についてポロノイ領域分割法を用いて多角形に分割する。さらに各多角形を金谷⁽⁹⁾により示されたステレオロジーの方法を用いて等価な長方形へと変換し、この長方形を単位セルとして損傷テンソルを求めるという中山ら⁽⁶⁾⁽⁷⁾による方法を用いて、内部構造の評価をまず行う。

ここで各ポロノイ多角形に等価な長方形単位セルについて、村上・大野⁽¹⁰⁾による損傷テンソル Ω は主軸に垂直な面における空孔の面積分率によって次式のよ

* 原稿受付 2001年6月28日。

^{*1} 正員, 東京農工大学工学部(☎184-8588 小金井市中町2-24-16)。^{*2} 東京農工大学大学院。^{*3} 東北日本電気(株)(☎021-8611 一関市柄貝1)。

E-mail: nagaki@cc.tuat.ac.jp

うに表される。

$$\Omega = \sum \Omega_i n_i \otimes n_i \quad (1)$$

上式で n_i は損傷テンソルの主軸(ここでは単位セルの主軸と一致)をなす単位ベクトルであり, Ω_i は主軸に垂直な面における空孔の面積分率である。

さらに空孔による有効面積の減少を考慮した実質応力 S は次のように定義される⁽¹⁰⁾。

$$S = \frac{1}{2}(\sigma\Phi + \Phi\sigma) \quad (2)$$

ここで, σ は単位セルに働く巨視的な応力であり, Φ は, 次式で定義される損傷効果テンソルと呼ばれる量である。

$$\Phi = (1 - \Omega)^{-1} \quad (3)$$

この実質応力より Mises 形の実質相当応力 S_{eq} を以下のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} S_{eq}^2 &= \frac{3}{2} S'_{ij} S'_{ij} \\ S'_{ij} &= S_{ij} - \frac{1}{3} S_{kk} \delta_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

実質相当応力 S_{eq} は, 単位セル中の平均的な相当応力を表しており, 損傷が存在することによる応力集中の程度を表す尺度と考えることができ, 本論文では, この実質相当応力を用いて多軸応力状態での損傷量の評価を行うことを考える。

3. 解析モデルおよび解析方法

実質相当応力による損傷状態の評価法の妥当性を検討するため, 不規則に空孔が分布する二次元多孔平板モデルを想定し, 平板に働く巨視的応力や損傷状態に関して有限要素法を用いて解析を行った。

二次元の解析モデルとして長辺 100 mm, 短辺 80 mm の長方形領域にさまざまな大きさの円孔を不規則に分布させた工業用アルミニウム試験片(板厚 1

mm)を想定し, 円孔の位置は乱数によって決定した。

このモデルをボロノイ領域分割法により多角形に分割し, 個々のボロノイ多角形について損傷テンソルおよび実質相当応力を求め, 有限要素法を用いて解析した二軸引張状態における応力集中状態と比較する。

3・1 応力-ひずみ関係 母材の応力-ひずみ関係として以下のものを用いた。

$$\sigma = E\varepsilon \quad (\sigma \leq \sigma_Y) \quad (5)$$

$$\sigma = \sigma_Y \frac{(\varepsilon + a)^n}{(\varepsilon_Y + a)^n} \quad (\sigma \geq \sigma_Y) \quad (6)$$

ここで E はヤング率, σ_Y は初期降伏応力, ε_Y は初期降伏ひずみ, n は加工硬化指数であり, それぞれ $E = 70$ GPa, $\sigma_Y = 13.5$ MPa, $n = 0.3$, とした。またポアソン比は $\nu = 0.33$ とした。

3・2 要素分割 解析は平面応力条件のもとで行い, 要素分割には四角形 4 節点アイソパラメトリック要素を用いた。母材は通常の Mises の降伏条件に従う Prandtl-Reuss 形の等方弾塑性体とし, 有限要素法の計算は市販のソフトウェア MARC を使い, パーソナルコンピュータ上で行った。

直径と円孔分布パターンの異なるモデルを 2 種類用意して解析を行い, 提案した損傷の評価方法の妥当性の検討を行った。それぞれのモデルの空孔の数, 要素分割数などの値を表 1 に示す。

3・3 境界条件 長方形領域の短辺と長辺の各端面に強制変位を与えて巨視的な二軸引張状態を作り出した(図 1)。短辺方向を x 軸, 長辺方向を y 軸とし, 強制変位に対応した巨視的なひずみを $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ として, ε_x と ε_y の比が異なる五つのケースについて解析した。それぞれのモデルに与えた巨視的なひずみの比を表 2 に示す。

Table 1 Numerical values used for FE calculation

Model	Diameter of hole (mm)	Number of holes	Number of elements	Number of nodes
A	2.0	168	9553	10611
B	0.8, 1.0, 1.2, 1.5, 2.0	160	13687	14590

Table 2 Macroscopic strain ratio for calculation

	case 1	case 2	case 3	case 4	case 5
ε_x	0.05	0.1	0.1	-0.02	0.02
ε_y	0.05	0.02	-0.02	0.1	0.1
$\varepsilon_x/\varepsilon_y$	1.0	5.0	-5.0	-0.2	0.2

Fig. 1 Boundary condition

4. 試験片および実験方法

多孔平板の損傷状態を実質相当応力を用いて評価する方法の妥当性を調べるためには、有限要素法による解析結果との比較だけではなく実験的な検討も重要となる。そこで、二軸引張状態での損傷評価の妥当性を調べるために、有限要素解析における境界条件とは厳密には一致しないが、比較的簡単に行うことができる液圧バルジ試験機による等二軸引張試験を行った。ここでは円孔直径がすべて等しいモデル A について等二軸引張試験を行い、二軸引張状態における妥当性を調べた。

試験片には工業用純アルミニウム A 1100 P H 24 材を用いた。試験片は外径 200 mm、板厚 1 mm の円板であり、中央部分の直径 150 mm の円形領域が球冠状に変形する。解析部分は中央部分にとった $80 \times 100 \text{ mm}^2$ の長方形の部分である。また試験片には機械加工後、残留応力除去のために、 360°C 、1 h 保持の焼なましを施した。変形前の試験片を図 2 に示す。

液圧バルジ試験を行うにあたって、円孔のある試験片 1 枚では球冠状に変形させることはできないため、もう 1 枚円孔の空いていない板材を試験片の下におき、2 枚を重ねた状態で液圧を加え、円孔間で破断が認められるまで変形させた。変形過程はビデオカメラを用いて記録し、破断位置、破断時期等を確認すると同時に、同一のパターンについて数回試験を行い、実験の再現性を確認した。

5. 結果および考察

5.1 ボロノイ領域分割結果 モデル A についてボロノイ領域分割法によって多角形分割した結果を図 3 に示す。この領域分割は変形前の円孔分布についての結果であり、○印が円孔を表している。

5.2 実質相当応力と有限要素法の解析結果の比較

Fig. 2 Test specimen

すべてのモデルについてボロノイ多角形ごとに式 (3) で示される実質相当応力を求めた。そして有限要素法によりそれぞれについて解析した二軸引張状態の五つのケースについて各ステップごとに x 方向と y 方向の巨視的な応力を求め、さらに巨視的な相当応力を求めた。 u_x の変位を与えた端面におけるすべての節点の x 方向の節点力の和を F_x 、 u_x の変位を与えた端面におけるすべての節点の y 方向の節点力の和を F_y とし、各断面の断面積を A_x, A_y とすると、 x 軸方向と y 軸方向の巨視的な応力 σ_x, σ_y は次のように求められる。

$$\sigma_x = \frac{F_x}{A_x}, \quad \sigma_y = \frac{F_y}{A_y} \dots\dots\dots (7)$$

これらから求めた巨視的な相当応力 σ_{eq} がほぼ一定 (以下の結果の表示では約 $\sigma_{eq} = 30 \text{ MPa}$) の場合について平板内の相当応力の分布について調べた。

有限要素法の解析結果から得られる相当応力の分布の例を図 4 に示す。灰色から白色の部分相当応力の高い部分であり、円孔が隣接するところでは、円孔と円孔を結ぶように応力が集中していることがわかる。しかしながら、この応力分布をボロノイ多角形上で求められる実質相当応力の分布と比較するにあたっては、両者の対応が判別しにくいこと、また実質相当応力はボロノイ多角形内における相当応力の平均値に対応すると考えられることから、有限要素法の結果について、以下では各要素のガウス点の相当応力をボロノイ多角形ごとに平均化し表示した。さらに求めた各多角形ごとの平均相当応力と実質相当応力の相関をそれぞれのケースごとに図示し、回帰直線を求めた。

直径の等しい円孔が不規則に分布しているモデル A の等二軸引張状態 (ケース 1, $\sigma_x = \sigma_y = 30 \text{ MPa}$) について実質相当応力の分布を図 5 に、平均相当応力の分布を図 6 にそれぞれ示す。図 5 の実質相当応力の分

Fig. 3 Example of voronoi tessellation (Model A)

布では右下部や中央部で高い値を示しているのに対し、図6の平均相当応力においても図5で高い値を示す部分で高い値を示しており、全体的にも両者は対応している。実質相当応力と平均相当応力の相関を示した図7においても両者は対応していることがわかる。

次に y 軸方向と x 軸方向の巨視的応力に差がある

Fig. 4 Distribution of equivalent stress by FE analysis (Model A)

場合の例として、 y 軸方向の巨視的応力のほうが x 軸方向の巨視的応力よりも大きい場合(ケース 4, $\sigma_x=7$ MPa, $\sigma_y=32$ MPa)について、実質相当応力の分布を図8に、平均相当応力の分布を図9に示す。この場合についても図8の実質相当応力の分布では右下部や中央下部で高い値を示しているのに対し、図9の平均相当応力においても図8で高い値を示す部分で高い値を示しており、ある程度の対応がとれており、等二軸状

Fig. 7 Relation between mean equivalent stress and equivalent net stress (Model A, case 1)

Fig. 5 Equivalent net stress distribution (Model A, case 1)

Fig. 8 Equivalent net stress distribution (Model A, case 4)

Fig. 6 Mean equivalent stress distribution (Model A, case 1)

Fig. 9 Mean equivalent stress distribution (Model A, case 4)

態ではなく巨視的応力に差がある場合についても実質相当応力によって損傷状態を評価できることがわかる。

さらに直径が異なる円孔が不規則に分布しているモデル B の等二軸引張状態 ($\sigma_x = \sigma_y = 30$ MPa) について実質相当応力の分布を図 11 に、平均相当応力の分布を図 12 に、両者の相関図を図 13 にそれぞれ示す。図 11 の実質相当応力の分布では中央下部、左上部また上部において高い値を示している。図 12 の平均相当応力の分布においても実質相当応力の分布(図 11)で高い値を示す部分は比較的他の部分より高い値を示している。相関図 13 から両者が良い相関にあることがわかり、大きさの異なる円孔が不規則に分布するモデルについても実質相当応力による損傷評価は可能であるといえる。

相関図 7, 10, 13 からわかるように、どの場合についてもポロノイ多角形上の実質相当応力と平均相当応力の間には、全体的にほぼ良い相関にあるといえるが、回帰直線からはずれた相関のよくないポロノイ多角形もまたいくつか存在する。これらの点は、多くの場合、

計算領域の端に位置している多角形であった。本研究では、領域の端にかかる多角形、つまり長方形の最外周近辺に位置する多角形については、有限要素法の計算領域と対応させるため、本来のポロノイ多角形の定義とは異なり領域の境界を多角形の辺とした。したがって得られた損傷テンソルの値は本来の損傷の程度を表していない場合もあって、実質相当応力と平均相当応力に違いが生じたと思われる。

また、相関図においては実質相当応力と平均相当応力の値の絶対値には差が見られ、実質相当応力のほうが値が高くなる傾向にある。これは、実質応力は各ポロノイ多角形について相互の力の釣合いを無視した形で、巨視的な応力から直接求めていること、有限要素法の計算結果では、図 4 の結果からもわかるように、相当応力が集中している部分は、1 個のポロノイ多角形をとると、その内部の比較的狭い領域であり、多角形の内部のガウス点の平均値として平均相当応力を評価すると値が低くなる傾向にあること、などが原因であると考えられる。

このように実質相当応力と平均相当応力にはその絶

Fig. 10 Relation between mean equivalent stress and equivalent net stress (Model A, case 4)

Fig. 12 Mean equivalent stress distribution (Model B, case 1)

Fig. 11 Equivalent net stress distribution (Model B, case 1)

Fig. 13 Relation between mean equivalent stress and equivalent net stress (Model B, case 1)

Fig. 14 Photo of deformed specimen (Model A)

対値に差が見られるものの、実質相当応力を用いることで有限要素法を用いた大規模な数値計算をすることなく、定量的な損傷状態を評価することが可能であると思われる。

5.3 実質相当応力と実験結果の比較 モデル A に対応する試験片について、バルジ試験を行い内圧 0.55 MPa を与えた後の試験片の状態を図 14 に示す。また、図中の長方形で囲まれた部分の拡大図を図 15 に示す。この試験片では中央部で円孔の連結が起こり破断している。また、右下部、中央上部においても他の部分に比べ円孔を結ぶ方向で板厚が薄くなるとともに、円孔の形状が変化しているなど変形が集中している。これらの部分は、図 5 において実質相当応力が高い値部分で大きな損傷を受けていることを表しており、実験結果とよく対応していることがわかる。この実験結果からも実質相当応力を用いた損傷状態の評価は妥当であるといえる。

なお、図 5 において右部や右上部などの端の部分で実質相当応力は高い値を示しているが、実験結果ではこれらの部分では大きな変形が見られない。このように端の部分で対応がとれていないのは、有限要素法の結果の考察で述べたように、領域の端のボロノイ多角形では損傷テンソルの値が本来の値を表していないこと、実験でこれらの部分は実際には端辺に隣接していないことによると考えられる。

6. 結 言

空孔を不規則に分布させた平板の二軸応力下での損

(a) Middle

(b) Lower right

(c) Upper middle

Fig. 15 Enlarged photo of deformed specimen

傷状態について、損傷テンソルを考慮した実質相当応力による定量的な評価方法を提案した。手法の妥当性を検討するために、多孔平板の応力集中状態を有限要素法により計算し実質応力の分布と比較するとともに、液圧バルジ試験による多孔平板の等二軸試験を行い、変形の集中状態と比較したところ、いずれも良い対応が得られ本手法の有効性が確認された。

本研究は平成 12 年度文部科学省科学研究費基盤研究(C)(2)(課題番号 12650073)の助成を受けて行った。記して謝意を表する。

文 献

- (1) Gurson, L., *Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol.*, **99** (1977), 2-15.
- (2) Murakami, S. and Imaizumi, T., *J. Mécanique Théorique*, **1** (1982), 743-761.
- (3) 中山恭秀・長岐滋・阿部武治, 機論, **62**-600, A(1996), 1887-1882.
- (4) Magnusen, P. E., Dubensky, E. M. and Koss, D. A., *Acta Met.*, **36**-6 (1988), 1503-1509.
- (5) Magnusen, P. E., Srolovitz, D. J. and Koss, D. A., *Acta Met. Mat.*, **38** (1990), 1013-1022.
- (6) 中山恭秀・長岐滋・阿部武治, 機論, **62**-602, A(1996), 2297-2304.
- (7) 中山恭秀・長岐滋・藤本順也・阿部武治, 機論, **62**-604, A (1996), 2777-2783.
- (8) Preparata, F. P. and Shamos, M. I. (浅野哲夫・浅野孝夫訳), 計算幾何学入門, (1992), 228, 総研出版.
- (9) 金谷健一, 材料科学, **20**-4 (1984), 223-232.
- (10) 村上澄男・大野信忠, 機論, **47**-418, A(1981), 573-579.