形状の複雑性を考慮した鍛造製品の形状決定法*

坂元 康泰^{*1}, 吉田 総仁^{*2}, 松永 尚徳^{*3}A Shape Determination Method for Forged Products
in Consideration of Shape ComplexityYasuhiro SAKAMOTO^{*4}, Fusahito YOSHIDA and Hisanori MATSUNAGA^{**} Western Hiroshima prefecture Industrial Research Institute,
3-13-26 Kagamiyama, Higashihiroshima-shi, Hiroshima, 739-0046 Japan

In general, the structural shape optimization method based on the fully stressed design gives us a solution of too complex shape which will be difficult to be manufactured. The present paper proposes a novel approach to the determination of moderately complex shapes that satisfy the requirement for lightweight, high stiffness and enough strength. There are two original ideas in this method. One is for the clear definition of shape complexity. A new parameter CD (curvature deviation) which represents the degree of structural shape complexity is proposed. The other is a method of derivation of moderately complex shapes that satisfy the requirement for lightweight, high stiffness and strength. A smoother shape is derived by an evolutionary change of CD, while a structural shape is obtained by an iterative change of an allowable stress region. The proposed method has been verified by applying it to the design of a hook.

Key Words: Shape Complexity, Structural Shape Determination, Forging, Lightweight, Fully Stressed Design, BEM

1. 緒 言

全応力設計(fully stressed design)に基づく構造形状最適化手法は、均一応力を実現する外表面形状を生成することにより、結果として軽量化構造を決定する手法である。これは、設計変数が多数の節点座標であることから形状表現能力が高いという特徴をもつ。一方、本手法により得られる形状は複雑となり、しいては製品を素材から成形加工あるいは除去加工を行うときの容易さ(以下、成形加工性)が悪くなることが実務上の大きな課題である。しかしながら、成形加工性を考慮した構造形状決定法に関する提案は少ない。その大きな要因として、構造形状最適化(structural shape optimization 以下、SSO)の枠組みの中で成形加工性を一つの数値として評価することが困難であることがあげられる。さらに問題を簡素化し、「単純な形状のものは成形性良好」と割り切った考えたとしても、その形状を強度・剛性・軽量

化という構造に対する要求と両立させる最適設計のアルゴリズムは確立していないのが現状である。

そこで、本論文では、製品形状の複雑度は一般に成形加工性と強く関連を持つことに注目し、製品形状の複雑度を目的関数として含む構造形状決定法を提案する。まず、構造特性については、著者らが前報^①で提案した剛性、強度および重量を考慮した構造形状決定法(以下、構造形状決定法)を用いる。これに新たに形状の複雑度というパラメータを導入し、形状曲面全体の複雑性を一つの数値とし、これに基づき滑らかな形状に修正する工程を追加する。全体の多目的最適化手法は形状の複雑性と構造特性が一般に競合することから、最大成分最小化法(以下、min-max 法)を用いる。これにより生成された構造は、過度な形状の複雑度を抑えられた上で、好ましい構造特性を持つことになる。

ところで、数値計画法等を用い、基本的形状を示す設計パラメータを変数としたSSOに関する研究は多く見られるが^{②③}、成形加工性あるいは形状の複雑性を扱った研究は少ない。その中で、数値計画法を用いて軽量化された製品形状と、これを鍛造生産するためのプリ・フォーム形状を決定する研究^④

* 原稿受付 2002年2月28日。

^{*1} 正員、広島県立西部工業技術センター(〒739-0046 東広島市鏡山3-13-26)。^{*2} 正員、広島大学大学院工学研究科(〒739-8527 東広島市鏡山1-4-1)。^{*3} 広島県立西部工業技術センター。

E-mail: sakamoto@seisan-ac.kure.hiroshima.jp

があるが、成形加工性と軽量性を同時に扱ったものではない。一方、節点を設計変数とする自由曲面を含む形状最適化手法の研究は畔上⁹⁾に概観できるが、成形加工性を扱った研究は示されていない。これら今までの研究と比較すると、本論で提案する手法は、形状表現能力が高い全応力設計を基本とし、剛性、強度、重量そして形状の複雑性の多目的最適化の枠組みの中で、達成のためのパラメータと規準（目的を向上するための形状変更方法）を各目的が保有している点を特徴とする。

本論文では、2章で一般的な設計手法としての形状の複雑度を定量表現する方法と滑らかな形状への変更方法を提案する。3章で多目的最適化に基づく形状決定法の枠組みを示す。4章では本手法の適用事例としてフックの設計問題を扱い、本手法の有効性について検証する。5章では形状の複雑度と成形加工性の関連性について議論する。

2 棒形状の複雑度の表現と形状修正

2・1 形状の複雑度を表すパラメータ 曲線や曲面を表現するパラメータ（設計変数）としては、CAD システム内で用いる B スプラインや NURBS (non uniform rational B-spline)での通過点、あるいは構造解析システム内での節点座標などがある。そして、このパラメータを構造形状決定法で用いる場合、前者は CAD データの変更に応じて構造解析用データを作成する必要があること、後者はパラメータの数が多きことの不便性がある。また、両者ともこれらのパラメータが形状を直接表現しているものの、形状の複雑さを定量的に示しているものではない。そこで、形状の複雑度を SSO の枠組みに好ましいようにパラメータとして表現することを考える。

曲線について形状の複雑度あるいはその逆の滑らかさを評価する場合、直線や円弧の曲率が一定であり、これらが単純で滑らかな形状であると認識できることから、曲率が変化する形状は複雑であると評価することは妥当と考えられる。認知実験により、曲率が変化する形状と「複雑な」という認知情報との相関が高いことが示されている文献¹⁰⁾もある。このことをふまえて、曲面の複雑度を示すパラメータを以下のように定義する。

対象物は多くの鍛造製品にみられるように、素材形状が棒状のものに限定する。そして成形後の製品形状の複雑度を成形前の単純で滑らかな形状からの程度異なるかを形状表面の曲率の変化量を用いて表現する。まず、図1に示すように全体形状を代表

Fig. 1 Schematic illustration to define shape complexity

するような軸線を設定する。これは、後の形状変更過程においても変わらないものとする。そして、軸線上の点 z について直交する横断面を考え、その断面積を $S(z)$ 、これと同一断面積を有する円の半径を $r(z)$ 、そして断面周囲上の点 (z, x) の曲率を $K(z, x)$ とする。さらに、形状の複雑度を算出する上で基準となる滑らかな形状として、対象形状と同一軸線（軸線長さ L ）及び同一体積 V となる棒状形状を参照形状として設定し、その断面積を S_0 、円筒部の表面積を A_0 とする。 S_0 及び A_0 は L と V により一意に定まる。これらを用い、軸線上に肉付けされるような形状表面の複雑度として式(1)を定義する。

$$CD = \sqrt{\frac{1}{A_0 \cdot S_0} \int_0^L \int_0^{2\pi} (r(z) \cdot K(z, x) - 1)^2 \cdot S(z) dx dz} \quad (1)$$

式(1)は軸線に直交する断面周囲上の曲率と、これと同一面積となる円の曲率との偏差を算出する構造をしており、これに成形加工性との関係を考慮し断面積の大きさ $S(z)$ に応じた重みを持たせたものとなっている。式(1)で算出された値はその構造から以下 CD (curvature deviation) 値と呼ぶこととする。

2・2 複雑形状から滑らかな形状への変更 次に滑らかな形状への変更方法について示す。これは対象曲面上の各点の曲率値 $K(z, x)$ に基づき、式(2)に

より表面上の点の法線方向に $\Delta V(z,x)$ 移動させる。

$$\Delta V(z,x) = C \cdot (r(z) \cdot K(z,x) - 1) \cdot n(z,x) \quad \dots(2)$$

ここで、 C は変更量を決定するための小さな値を持つ定数であり、 $n(z,x)$ は移動点の単位法線ベクトルを示す。曲率に基づく形状変更は、初期形状が自分自身と交わらない曲線ならば、滑らかさが持続し、凸形になっていく特徴があり、成形性良好形状からは好ましい。なお、断面積一定形状へ到達したい場合、式(2)における $r(z)$ は一定値を選択する。

本手法を用いた形状変化の例を図2に示す。これは、「平等強さ」に近い形状として求めたフックモデルの2次元断面形状（中央部に「くびれ」部を持つ）を初期形状とし、滑らかな形状を半円としたものである。なお、各CD値は式(1)で算出された値をCross section AのCDで除した値（以下、CD*）で示している。

2・3 メッシュ・モデルの場合の取扱い 関数で表現されないメッシュ・モデルでは、モデル各点の曲率を解析的に計算することができない。また、CADモデルから市販プリ・プロセッサで自動生成することが多くなり、そのメッシュ・パターンはマップド・メッシュのように整列していないことが予想される。そこで、図3を参照し、以下の手順により近似的に計算する。

- 1) 全体形状を代表するような軸線を設定する。
- 2) 隣り合う要素が共有する節点(Node1,2)を通過する線分ベクトルと近傍の軸線ベクトルが、指定した小さな角度内に収まる場合、以下を行う。
- 3) Node1,2の中間点*i*を通過し、軸線に直交する横断面を設定する。
- 4) 隣り合う要素について、各要素中心点と共有する節点で構成される三角形平面から算出される

Fig. 2 Generation of several 2D shapes by changing parameter CD, where CD* denotes the CD value divided by CD of cross section A

Fig.3 Calculation of curvature from surface mesh
法線ベクトル V_1, V_2 を、横断面に投影する。

- 5) 横断面に投影された法線ベクトル v_1, v_2 から構成される角度 $\Delta \theta_i$ 、要素中心間距離 ΔL_i を用い、中間点の曲率を隣り合う要素近傍の曲率 K_i と見なし式(3)により算出する。

$$K_i = \frac{\Delta \theta_i}{\Delta L_i} \quad \dots(3)$$

- 6) 隣り合う要素全てに対し 2)から 5)まで実行し、各節点の曲率は算出された曲率の平均値とする。曲率が算出できれば式(1)により CD 値を、式(2)により形状変更することが可能である。図4は本手法によるフック形状のメッシュ・モデルの変化例である。各横断面の面積が保たれた状態で滑らかな形状へ変化していることがわかる。

製品形状の複雑さ・滑らかさは、成形加工の難易度や成形工程の複雑さに影響すると考えられるが、従来、成形加工性に影響する面形状を数値で表現し、成形加工性の推測や、設計される加工面の評価に用いることができる指標がなかった。本形状変更の中途段階で得られる曲面は形状の複雑さがより小さく

Fig.4 An example of the generation of a smooth shape

なり、CD 値はこれら曲面の特性を示す設計指標の一つとして用いることが可能と考える。

3. 多目的最適化

本研究で扱う目的あるいは制約の関係を図5に示す。本形状決定法では、使用者が要求する機能を実現するための形状制約があり、剛性、強度および重量の構造目的と形状の複雑性の目的について最低限満たすべき特性値（与えられた仕様）が存在するとして、これらを満たす制約空間（実行可能解）の中で、定められた複数の目的の向上を目指すものである。ところで、競合する多目的 SSO に対して、妥当かつ広く利用されている方法⁹⁾は、

- 1) あるスカラー化したパラメータ（設計変数及び目的関数）を用いて、
- 2) 多目的最適化問題を一種の単一目的最適化問題とし、
- 3) 得られた解の中から好ましい解を選択する方法である。その代表的な手法として、min-max 法、荷重和最小化法、階層的プログラミング手法などがある。その中で min-max 法は、n 個の各目的関数 f_i ($i=1,2,\dots,n$) に対し、スケーリングと重み付けを行い、同一の価値規準とした目的関数 $\bar{f}_i$ を得る。次に、その中で最大値となる目的関数を選択し、これを他の目的関数より小さくすることを繰り返して実行することにより各目的関数を小さくすることを狙う手法であり、式(4)で表現される。

Fig.5 Schematic illustration of min-max approach for a multi-objective SSO problem (stiffness, strength, lightweight and shape complexity)

$$\text{minimize } \max \{ \bar{f}_1, \bar{f}_2, \dots, \bar{f}_n \} \quad \dots(4)$$

図5においては、定められた目的関数の最大値が設定された制約空間に入ったのちは、この境界から遠ざかるように向かうことにより多目的最適点へ至るアルゴリズムと言える。それは、本形状決定問題のように各目的が競合する場合にも向く手法である。

提案する形状決定法の枠組みを図6に示す。多目的を単一目的化する手法として min-max 法を用いる。ここで扱う問題は①高強度化、②高剛性化、③軽量化、そして④適度な形状の複雑性である。このときの各目標に対応する最小化すべき個別目的関数は、与えられた外力に対して構造に発生する①最大応力、②特定点の変位量、③構造の重量、④目標 CD 値からの偏差となる。各単一目的関数を向上する（小さくする）ための規準となるパラメータとして以下を設定する。最大応力、変位量及び重量の目的関数を向上するためのパラメータおよび形状変更方法は、著者らが前報⁹⁾で提案した全応力設計に基づく手法において目標応力に範囲を持たせるアルゴリズムを用いる。これは、目標応力に上限値 σ_{upper} と下限値 σ_{lower} を設け、形状表面上の各節点の応力がこの範囲に入るように形状修正を繰り返す方法である。まず、初期値として σ_{upper} は許容応力 σ_a に、下限値 σ_{lower} は小さな値に設定する。そして、 σ_{upper} を小さくしていくと許容応力範囲外の節点数が増え、全応力設計のアルゴリズムにより形状は拡大し変位量が小さくなる。同様に、 σ_{lower} を大きくしていくと形状は縮小し重量が減少する。つまり、 σ_{upper} と σ_{lower} は最大応力、変位量及び重量の向上を図るパラメータとなる。一方、形状の複雑性の目的関数を向上するための形状変更方法は、2章に示した形状

Fig.6 Scheme of the proposed method

外表面の曲率に基づく方法を用いる。

ここで、本形状決定工程途中で導出される形状に関する多目的達成度の評価は全ての目的関数の最大値によるものとし、計算繰り返し m 番目において、この値の変化が見られないことを式(5)で判定し、これが続くと終了するものとする。

$$\left| \max f_i^{(m)} - \max f_i^{(m-1)} \right| < \varepsilon \quad \dots(5)$$

ε : small value

4. 適用事例

上で述べた多目的最適化を実行する枠組みである min-max 法、構造上の複数目的の向上として全応力設計をベースとした手法、そして、形状の複雑度を抑制させる手法の3手法を組み合わせた本形状決定法をフック設計に適用してみる。適用したフックの初期形状および解析条件を図7(左)に、本手法により得られた最終形状を(右)に示す。初期形状は位相最適化手法によって求められた高剛性形状から、素材形状として円筒形を考慮し決定した1/2モデルからシェル要素を作成した。境界条件として、対象面に対象条件を上端部には固定条件を設定し、ワイヤ取付け相当部に下方向に面荷重($0.98 \times 10^4 \text{N}$)を加えた。さらに、形状制約としてフックのワイヤ取付部に半径28mmの円筒空間とフック先端部には力が作用しないことによる縮小を防止するための形状を設け、この領域外での形状変更とすることとした。構造解析部は境界要素法によるプログラム HISES®を用いた。

Fig. 7 Initial and final shape of hook

目的関数は、応力については外表面上の相当応力の最大値、変位量については荷重点中心部節点の変位量とした。そして、各目的関数を同一の価値基準とするために式(6)を用いた。なお、式(6)において採用した係数 f_{i1} , f_{i2} の値を表1に示す。

$$\bar{f}_i = w_i \frac{f_i - f_{i1}}{f_{i2} - f_{i1}}, i = 1, 2, 3, 4 \quad \dots(6)$$

f_{i2} は最低限満たすべき特性値(設計上与えられた仕様)を用いたため、本工程の初期段階では1を超える値となる。CDについては図4(左)に示した形状より20%減少を目標として f_{i2} を定めた。なお、重み係数 w_i はすべて1とした。

図8は提案手法により実行された多目的関数の最大値(多目的達成度)およびCD値の経過である。初期段階では構造特性の向上とともにCD値の昇が見られる。そして、繰り返し計算回数4回目で目的関数の最大値とCD値の一致がみられ、その後は両者が少しずつ小さくなっていった。繰り返し回数13以降目的関数の最大値の減少がみられなくなり、式(5)の判定により計算を終了した。得られた最終形状は過度に複雑な形状とならず、構造特性上好ましい形状が得られている。なお、参考として目的に形状の複雑度を組み込まない場合の目的関数の最大値及びCD値の変化を図9に示す。構造特性をさらに向上しようとするCD値も大きくなり、形状の複雑度が増加していることが伺える。

Table 1 Parameters for scaling objectives

Objectives	f_{i2}	f_{i1}	Unit
Maximum stress	180	0	MPa
Deflection	1.0	0	mm
Weight	1000	0	g
CD	0.8	0	—

Fig. 8 Variation of maximum objective value among all the objectives, as well as CD value, with increasing number of iterations, when considering the shape complexity

Fig. 9 Variation of maximum objective value among all the objectives, as well as CD value, when not considering the shape complexity

全応力設計に基づく手法は、均一応力となる形状を生成することから、形状が複雑になることを避けることができない。これに対する簡単な解決法は、形状最適化の初期形状として素材形状を採用し、許容できない複雑度になった段階で形状最適化工程を終了することであり、CD を制約条件として扱うものと言える。さらに、CD を減少する形状変更方法を保有することは、形状最適化工程中では CD を本章で示したように目的関数の一つとして扱えることである。

5. 形状の複雑度と成形加工性に関する若干の考察

成形加工性の評価は工法等に依存する他、生産者が保有する設備、入手可能な材料、生産数など考慮しなければならない項目が多く、これらが影響しあうものである。多様な評価規準を持つ成形加工性を、ここでは形状との関係から捉える。

図 10 は対象とするフックの成形加工工程について冷間鍛造にて製造する場合の一部を示したものであり、主要部はプリ・フォームからの型鍛造成形である。その成形荷重値が高いと製品や金型の割れなどの局所的不具合が生じる可能性が高くなる。また、

Fig. 10 Manufacturing process of a hook

生産者が既存設備での生産可能性を決定する指標ともなり、大型製品においては特に重要な値である。この成形荷重値と形状の複雑度の関係をみる。

フック断面形状とこれを鍛造成形で必要な荷重値の関係を示す。図 2 に示したフック断面から断面積一定形状をパンチ形状とし、半円形状を素材形状とし、表 2 の解析条件にて 2 次元鍛造成形解析を実施した。図 11(A) はその実行結果の一例である。パンチ形状が複雑になると材料が型内に充填しにくくなり、成形荷重値が上昇する。形状複雑度 CD と素材がパンチ型内への充填終了時までの成形荷重最大値の関係を図 11(B) に示す。横軸には CD* を使い、縦軸には成形最大荷重値 P_{max} を素材断面積 S で除した値を用いた。素材から製品形状を生成するための鍛造荷重値が素材からの形状複雑度と強い関連をもつことを示している。なお、フックの断面成形は一般化平面歪み問題と考えられ、フック軸線単位長さあたりの成形荷重値を積分することにより全体の成形荷重値が推定できる。

従来、SSO の枠組みの中では、実務上妥当な計算時間内で成形加工性を考慮することは困難であった。しかし、形状を CD で数値表現し、これと成形加工性評価値との関連性が事前に得られるならば、

Table 2 Conditions of forging analysis

Solver	Autoforge (commercial)
Analysis type	Plane strain
Initial size	Radius 20mm
Material	S35C
Friction factor	0.1
Fillet radius R	2mm

A) An example of plane-strain forging (shape of punch : cross section B)

B) Relation between maximum forging load and CD *

Fig. 11 The relation between CD and forging load

この関連を近似式として陽な形で求めておくことにより成形加工性を扱うことが容易となると考える。

6. 結 言

本論文は、剛性、強度および重量の構造上の目的とこれらと競合すると考えられる形状の複雑性の向上を達成するための形状決定法を提案したものである。従来の手法は、長さや厚みなどの形状の代表値としての設計パラメータを用い、数理計画法により各目的を陽に扱うことにより多目的最適化を実現するものであった。これに比し本手法は、多数の節点座標による自由曲面表現を可能とし、各目的を向上させるために規準となるパラメータをそれぞれ設け、それを変更することにより結果として好ましい形状を決定するものである。本形状決定内では、製品形状の複雑性が成形加工性と関連するという視点に立ち、形状の複雑度を定義することにより数値化し、目的関数の一つとした。そして、本手法を鍛造製品であるフックの設計問題に適用し、その有効性を検証した。最後に、提案した形状の複雑度が成形加工性の指標となる例として、フック形状における鍛造成形荷重最大値との関係を示した。これは、製品ごとに限定的に取り扱う必要があるものの、形状決定化工程において計算負荷が非常に高い成形加工性を簡便に評価し形状修正しうる可能性があることを示唆するものである。

文 献

- (1) 坂元・吉田, 剛性, 強度および重量を考慮した構造形状決定法, 機論 (A 編), 67-660(2001-8), 1305-1311
- (2) 山崎・坂本・北野, 境界要素法による三次元物体の設計感度解析法と形状最適化へのその応用, 機論 (A 編), 59-558 (1993), 400-406.
- (3) 安達・加藤, 多元連立方程式による多目的満足設計, 機論 (C 編), 58-554(1992), 3164-3168.
- (4) Grandhi, R. and Modukuru, C., Integrated strength and manufacturing process design using a shape optimization approach, ASME, 23, Vol.12(1990), 265-272
- (5) 畔上, 形状最適化の歴史を振り返って, 日本機械学会第3回最適化シンポジウム講演論文集, No. 98-14(1998), 195-200.
- (6) 浅沼・松岡, 曲線設計支援のための巨視的状況情報, 日本機械学会第10回設計工学・システム部門講演論文集, No. 00-34(2001), 297-298
- (7) 儀我・陳, 動く曲面を追いかけて, (1996), 27, 日本評論社
- (8) Afonso, S. M. B. and Siens, J., Investigation of different strategies to solve multicriteria structural shape optimisation problems, Proc. 1st ASMO UK/ISSMO Conf (1999), 31-37.
- (9) 蔦・柳, 境界要素法と有限要素法の大型ハイブリッドシステム BEFHY の開発, 日本機械学会中国四国支部第31期講演会, No. 935-1(平成5年), P106-108.