ビードフラッシュ法による溶接残留応力の逆問題解析* (厚さ方向の固有ひずみ分布を考慮した解法の提案)

李 亨 魯^{*1}, 後 藤 知 将^{*1}, 中 村 春 夫^{*2}

Inverse Analysis of Welding Residual Stresses by the Bead Flush Method (Consideration of Eigenstrain Distribution in the Thickness Direction)

Hyoungho LEE, Tomomasa GOTO and Haruo NAKAMURA^{*3}

^{*3} Department of Mechanical and Environmental Informatics, Tokyo Institute of Technology,
2-12-1 O-okayama, Meguro-ku, Tokyo, 152-8552 Japan

Nondestructive evaluation of welding residual stresses is required to assess the structural integrity of engineering components. Authors have proposed a new nondestructive evaluation method called "the Bead Flush Method" for welding residual stress evaluation. Up to the present studies, the solution set of eigenstrains in the bead flush method has been determined under the assumption which eigenstrain distributions of the bead and the thickness directions are constant, but in general, except for relatively quite thin plates, this assumption does not come into existent. For wider applicability of the bead flush method, the conventional procedure should be improved. In this study, we propose a new evaluation algorithm of welding residual stresses applicable to thicker welded plates. Its main characteristic is to enforce eigenstrain determination process in inverse analysis. To do this, a new eigenstrain function based on welding simulations and the optimization method of its parameters using response surface methodology are proposed. And also its utility is confirmed by simulations of the bead flush method.

Key Words: Welding Residual Stress, Eigenstrain, The Bead Flush Method, Inverse Analysis, FEM, Surface Response Methodology, Nondestructive Evaluation

1. 結 論

大型溶接構造物では、溶接部の残留応力が応力腐食割れなどの損傷の発生、進展に大きな影響を及ぼす可能性がある。稼働中の溶接構造物の健全性や余寿命を評価する際には、溶接残留応力の非破壊的な測定が重要な課題となる。従来から、溶接残留応力の非破壊測定手法として一般に用いられている X 線法は、部材内部（たとえば、配管の内表面）の応力が測定できない。最近では、内部応力測定手法として中性子回折法^①が注目されているが、装置の規模が極めて大きく現場向きではない。

そこで、溶接残留応力の新しい非破壊測定手法として、著者らは溶接ビードの余盛りを除去する際に構造物表面に生じるひずみ変化から、逆問題解析により固有ひずみを推定して、それをもとに順問題解析を行うことより溶接残留応力を評価するという、解析援用型の“ビードフラッシュ法”^{②-④}を提案してきた。余盛り止端は応力集中源を形成し、本来除

去することが望ましいが、経済的な理由により除去されていない。したがって、余盛りを除去するという本手法は本質的に非破壊的な手法である。本手法の特徴は、(1) 部材全領域の残留応力が評価できる可能性がある、(2) 純粋な溶接シミュレーションと異なり、実証性を有する、(3) 残留応力は有限要素解析 (FEM) によりえられるので、その解析解を初期応力として直接強度解析が実施できる、(4) 溶接止端などの局所応力が正確に評価できる、(5) 必要な材料定数は室温における弾性係数のみであり (降伏応力や熱膨張係数の温度依存性は不要)、母材、熱影響部、溶接金属などの微視組織の相違を考慮する必要がない、などなどである。

これまでの研究^{②-④}では、逆問題解析による固有ひずみの推定に際して、固有ひずみが溶接部材の厚さ方向や溶接線方向には変化せず、溶接線に垂直な長手方向にのみ変化すると仮定してきた。しかし、この仮定は薄板で単一の溶接パスの場合にしか成立しない。

そこで本研究では、本手法を厚板・マルチパス溶接に拡張するために、固有ひずみが板厚方向にも分布する場合について、その解析手法の提案およびその有効性評価を行う。

* 原稿受付 2002 年 1 月 18 日。

^{*1} 正員、東京工業大学大学院博士課程 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)。

^{*2} 正員、東京工業大学大学院情報理工学研究科。
E-mail: hnakamur@mei.titech.ac.jp

2. ビードフラッシュ法

2.1 ビードフラッシュ法の原理⁹⁾

物体に固有ひずみが付与されると、その物体は応力が平衡状態となるように変形し、内部に弾性ひずみ（残留応力）を生じる。この平衡状態は、固有ひずみ分布が既知であれば、固有ひずみを初期ひずみとする弾性有限要素解析によって簡単に求めることができる。すなわち、物体に残留している固有ひずみ分布を何らかの方法で推定することができれば、数値解析によって物体に生じる3次元残留応力分布を求めることができる。

図1にビードフラッシュ法の概念図を示す。残留応力は溶接部近傍の固有ひずみ（熱ひずみ、塑性ひずみ、変態ひずみなど）により生じる。溶接部には余盛りと呼ばれる、盛り上がった部分が存在する。余盛りを除去してその部分の固有ひずみを除去すると、部材の幾何学的境界条件と力学的境界条件（固有ひずみの存在領域）が変化するために残留応力の再配分が生じ、それに伴って微小な弾性ひずみが解放される。

本手法では、まず、部材表面の溶接線近傍に貼付したひずみゲージにより、余盛り除去に伴って解放される弾性ひずみを測定する。次に、測定した解放ひずみから逆問題解析により固有ひずみ分布を推定する。最後に、固有ひずみ分布の推定結果を基に、「弾性」FEM解析により残留応力分布を評価する。

Fig.1 The concept of the Bead Flush Method

2.2 ビードフラッシュ法の定式化

具体的な方法を以下に示す。固有ひずみ分布 $\{\epsilon^*\}$ と弾性ひずみ分布 $\{\epsilon^e\}$ の間には次式が成り立つ。

$$\{\epsilon^e\} = [H]\{\epsilon^*\} + \{\text{err}\} \quad (1)$$

ここで、 $\{\text{err}\}$ は測定誤差、そして $[H]$ は弾性応答マトリックス（ $3n$ 次の正方マトリックス、 n は総要素数）である。

FEM 解析において余盛り除去前後の弾性応答マトリックスを $[H_a]$ 、 $[H_b]$ とすれば、その差 $[H_{ba}]$ は次式で表される（余盛り除去は余盛りの剛性をゼロにすることで達成できる）。

$$[H_{ba}] = [H_a] - [H_b] \quad (2)$$

さらに、余盛り除去の際に新たな塑性変形を与えない限り固有ひずみ分布は不変 ($\{\epsilon^*\}_a = \{\epsilon^*\}_b = \{\epsilon^*\}$) であるとなすことができるため、余盛り除去に伴って生じる弾性ひずみ変化 $\{\Delta\epsilon\}$ は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \{\Delta\epsilon\} &= \{\epsilon_a\} - \{\epsilon_b\} \\ &= [H_a]\{\epsilon^*\}_a - [H_b]\{\epsilon^*\}_b \\ &= ([H_a] - [H_b])\{\epsilon^*\} = [H_{ba}]\{\epsilon^*\} \end{aligned} \quad (3)$$

そこで、部材表面で m 個の解放ひずみ $\{\Delta\epsilon\}$ を測定し、さらに $[H_{ba}]$ の中から、解放ひずみ測定点に対応する行のみを取り出した部分マトリックス $[{}_m H_{ba}]$ を用いると、式(3)は次式のようになる。

$$\{{}_m \Delta\epsilon\} = [{}_m H_{ba}]\{\epsilon^*\} \quad (4)$$

したがって、固有ひずみは最小二乗法により次式として求めることができる。

$$\{\epsilon^*\} = [{}_m H_{ba}]^{-1} \{{}_m \Delta\epsilon\} \quad (5)$$

ただし、 $[{}_m H_{ba}]^{-1}$ は $[{}_m H_{ba}]$ の一般化逆行列¹⁰⁾である。

3. 板厚方向に $\{\epsilon^*\}$ が分布する場合への拡張

溶接固有ひずみの分布形状に関しては、これまでいくつかの研究がなされてきている^{11)~13)}。しかし、それらはいずれも順問題解析を前提とした研究である。ビードフラッシュ法の場合、逆問題解析はいわゆる悪条件問題となり、固有ひずみの分布の決定に際しては、評価する分布関数形状に先見情報を予め導入して、解空間の限定を行うなど、逆問題特有の工夫が必要である。そこで、以下では固有ひずみ解のおおよその分布形状を溶接の熱弾塑性シミュレーションで推定して、

その結果を解空間の限定に用いるという、新しい解析援用型の手法の提案を行う。よく知られているように、熱弾塑性シミュレーションに際しては、溶接条件のほかに母材や溶接金属の降伏応力ならびに熱膨張係数の温度依存性など正確な材料定数が必要とされるが、それらを正確に評価して残留応力を評価することはかなり困難である。一方、本手法は、残留応力ではなく固有ひずみの分布形状の概形をシミュレーションで求め、正確な分布は実験結果に基づき決定するという、実証性を有するという点に、その特徴がある。

Fig.2 The proposed algorithm to improve the accuracy of the bead flush method

3.1 解析援用型残留応力評価手順

固有ひずみが板厚方向にも分布する厚板の場合を対象として、ビードフラッシュ法の新しい評価手順の概念図を図2に示す。まず、溶接シミュレーションを実施して、固有ひずみの概形と分布する範囲を求める。それをもとに、固有ひずみの仮の形状関数を決定する。この形状関数を用いて、計算機上でビードフラッシュ法のシミュレーション、すなわち余盛りを計算機上で削除して、弾性解放ひずみを求め、それをもとに逆問題解析を行い、関数形の妥当性を調べ、最適な関数形を決定する。関数形の決定手順に関しては、これまでの薄板の手法⁹⁾がそのまま踏襲できる。ただし、後述するように厚板の場合には、式(5)が非線形となるため、繰り返し計算が必要となり、しかも繰り返しループのなかに FEM 解析が含まれる。そこで、繰り返しループの FEM 計算を応答曲面法¹⁰⁾を用いることにより省略する。応答曲面法は、少ない計算により小さい分散

の変数-応答間の近似関係式を得るために用いられる手法であり、具体的な手順は後述する。

Fig.3 The FEM model of a butt-welded plate

3.2 固有ひずみ関数形の決定と解析方法

従来のビードフラッシュ法⁹⁾では、板厚方向の固有ひずみが一定であるという仮定に基づいて補足情報を導入し、式(6)に示す Logistic 関数を用いて固有ひずみ分布を求めた。

$$\varepsilon^*_s(y) = \sum_{i=1}^4 \frac{A_{si}}{1 + \exp(p + q_i y)} \quad (6)$$

ただし、 p と q_i は定数($p=5, q_1=0.25, q_2=0.3, q_3=0.4, q_4=0.6$), A_{si} は未知定数である。式(6)は単純な多項式表示と比較して、より少ない未知パラメータで固有ひずみ分布が表示でき、かつ、逆問題解析において、解の振動を相対的に抑制することが可能である⁹⁾。しかし、厚板の場合における分布形状は未知である。そこで、以下では分布形を決定するために、V型開先の突合せ溶接平板を例にとり、具体的な分布形状決定の概念を示す。まず、溶接平板の溶接シミュレーションを行い、固有ひずみの仮の形状関数(これは今回仮定している後述の式(7)以外でもかまわない)を求める。次に、その形状関数を用いてビードフラッシュ法により解析を行う。

図3にビードフラッシュ法の FEM 解析モデルを示す。溶接平板の寸法は $100\text{mm} \times 200\text{mm} \times 10\text{mm}$ ($L \times W \times t$)、余盛り高さは 2mm 、総要素数は 3680 個、総接点数は 4641 個である。材料物性値はステンレス鋼を想定し、縦弾性係数 $E=2.0 \times 10^5 \text{ MPa}$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ とした。解析は溶接平板の $1/4$ を対象として 汎 FEM プログラ

△ ANSYS 5.7 を用いて行った。

本手法では、固有ひずみの推定は式 (6) あるいは後述する式 (7) に基づき行う。したがって、モデルに負荷する力学的境界条件も、式 (6) あるいは後述する式 (7) に基づき与えてしまうと、推定結果が正解に一致する可能性が高くなると考えられる。そこで、力学的境界条件は、後述する上田らの近似式⁽¹¹⁾を用い、そのパラメータを種々に変化させて、さまざまな溶接条件を再現した。

(a) Eigenstrain distribution ε_x by welding simulation

(b) Fitted eigenstrain distribution ε_x by Eq.(7)

Fig. 4 Comparison of eigenstrain distributions by the welding simulation and fitted one by Eq.(7)

一例として、板厚 10mm で V 型開先、溶接パス 2 の溶接平板の場合を取り上げ、固有ひずみの形状関数を決める手順を以下に具体的に示す。まず、溶接シミュレーション(熱弾塑性解析)を実施した。図 4(a)に固有ひずみの x 成分 ε'_x の分布を示す。溶接過程における温度分布は板幅 (y) 方向と板厚 (z) 方向に対して、最終パスを中心とする楕円状の形状をしていた。そこで、固有ひずみ分布の等高線を図 5 のような楕円

状と仮定する。この楕円の y 方向に対する z 方向の半径比を板厚パラメータ α と定義すると、仮定した固有ひずみ関数は式 (7) のように変換できる。

$$\varepsilon^*_{,s}(y,z) = \sum_{i=1}^4 \left(\frac{A_{si}}{1 + \exp(p + q_i \sqrt{y^2 + z^2 / \alpha^2})} \right) \quad (s = x, y, \theta) \quad (7)$$

ここで、 A_{si} と α は未知定数である。 α が無限大ならば $\varepsilon^*_{,s}(y, \theta)$ は厚さ方向には一定で、逆にゼロに近づくほど厚さ方向の勾配が大きくなる。図 4 (b) に式 (7) を用いて図 4 (a) の結果を最小二乗法により回帰した結果を示す。ただし、このときの式 (7) の板厚パラメータ α は 0.7 であった。

図 4 (b) は図 4 (a) と良く一致しており、式 (7) で提案した固有ひずみ関数により、厚板の固有ひずみ分布がよく表現されていることが分かる。式 (7) では、 p と q_i として薄板の値⁹⁾を用いた。ただし、図 4 (a) の結果に基づき、計算機により余剰除去シミュレーションを行い、部材表面で測定される解放ひずみを用いて計算機上で p と q_i を系統的に変化させるビードフラッシュ法を実行し、解の精度を比較することにより、 p と q_i の最適化を容易に行うことができる。

実際の固有ひずみ分布は溶接緒条件や幾何学的条件などにより当然異なる。上田⁽⁹⁾ 固有ひずみ分布を図 5 の r 方向に関しては、HAZ 部までは線形関数を用い、その外部では指数関数を用いて近似している。そこで、本研究ではその関数形を用いて正解の固有ひずみ分布をモデルに与え、式 (6) あるいは式 (7) の Logistic 関数形により残留応力の推定を行った。

Fig. 5 The schematic shape of the eigenstrain distribution near a weld

3.3 板厚方向パラメータ α の最適化

以下では正解の固有ひずみを負荷したモデルに対して、式(7)を用いて α の最適近似値を求める方法について説明する。

まず、正解の固有ひずみを図3のモデルに負荷してシミュレーションにより余盛り除去を行い、弾性解放ひずみを求める。次に、式(1)のように弾性解放ひずみ及び各 α による応答行列を代入して、式(8)を求める。

$$\{ {}_m \Delta \varepsilon \} = [H(\alpha)] \{ \varepsilon^* \} + \{ err \} \quad (8)$$

ここで、誤差 $\{ err \}$ の二乗和を評価関数 Π と定義すると、 α の最適近似値 α_m は、次式のように、 α に関する関数 Π の最小化問題を解くことにより得られる。

$$\begin{aligned} \Pi &= \| \{ err \} \|^2 = \{ err \}^T \{ err \} \\ &= \| \{ {}_m \Delta \varepsilon \} - [H(\alpha)] \{ \varepsilon^* \} \|^2 \\ &= (\{ {}_m \Delta \varepsilon \} - [H(\alpha)] \{ \varepsilon^* \})^T (\{ {}_m \Delta \varepsilon \} - [H(\alpha)] \{ \varepsilon^* \}) \end{aligned} \quad (9)$$

ここで $\| \cdot \|$ はベクトルのユークリッドノルムあるいは L_2 ノルムを表す⁹⁾。しかし、式(9)は板厚パラメータ α に関して非線形であるため、繰り返し計算が必要となる。そこで、以下のように簡便に α の最適近似値を求める。

通常の計算では、まず、任意の α_i に対して弾性応答マトリックス $[H(\alpha)]$ を求め、測定位置に対応する行成分からなる部分応答マトリックスを作成する。次に、得られた部分応答マトリックスを用いて、 α_i に関する推定固有ひずみ $\{ \varepsilon^* \}$ を求める。最後に、 $\{ \varepsilon^* \}$ を式(9)に代入して、評価関数 Π を求める。これを繰り返し、逐次近似法などで α の最適近似値 α_m を求める。しかし、反復計算に際しては、そのつど FEM 解析を行う必要がある。そこで、予めいくつかの α_i に関して、応答曲面を作成し、FEM ではなく応答曲面法により Π を最小にする最適近似値 α_m を求める。得られた α_m から次式より推定固有ひずみが得られる。

$$\{ \varepsilon^* \} = [H(\hat{\alpha})]^{-1} \{ {}_m \Delta \varepsilon \} \quad (10)$$

この推定固有ひずみを初期条件として弾性 FEM 解析を1度実施すれば残留応力が得られる。しかし、応答曲面は真の評価関数の近似であるから、ここで得られた α の推定値 $\hat{\alpha}$ は真の最適値の近似値となる。この近似値をもとに推定された残留応力の誤差については次節で定量的に議論する。

4 提案手法に基づく解析結果

4.1 残留応力の推定

正解の固有ひずみを負荷したモデルに対して、式(7)の関数形を用いて所定の12個の α_i に対して弾性応答マトリックスを求め、各 α_i に対する評価関数 Π_i から応答曲面を最小二乗法により求めた。図6に評価関数と α に関する応答曲面を示す。

Fig. 6 Response surface of performance function against α

弾性解放ひずみの測定誤差を模擬するために、従来⁹⁾と同様に標準偏差 20μ の正規分布に従う乱数を正解の弾性解放ひずみに与え、ビードフラッシュ法のシミュレーションを行った。図6の最小近似値 $\alpha_m = 0.6$ から計算される推定残留応力を図7に、また比較のために式(6)を仮定する従来手法による結果を図8にそれぞれ示す。

図7の(a)と(b)はそれぞれ部材の表面(余盛り除去を行った面、最終パス側の面)と裏面での残留応力分布であり、シミュレーションは測定誤差の乱数シードのみを変化させて10回行った。図7から分かるように、残留応力の推定分布は表面の板幅方向の残留応力成分 σ_y 及び裏側の表面でのビード方向の残留応力成分 σ_x とともに、測定誤差のシードに関係なく正解と良い一致を示している。

一方、固有ひずみ $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$ の板厚(= z) 方向への変化を考慮していない(式(6)で固有ひずみは y のみの関数である)図8では、解放ひずみを測定した表面に関しては、ビードから20mm離れた位置近傍を除けば、正解の分布とほぼ一致しているが、裏面に関しては正解分布と一致していない。特に、構造健全性保証に際して重要となる最大引張り応力が正確に評価されていない。もちろん、溶接条件や板の形状が異なれば、不一致の傾向は異なると考えられるので、厚板の場合に関しては、固有ひずみの板厚方向への変化を

考慮する必要があることが分かる。以上の結果より、本提案手法により表面での解放ひずみの測定から、表面はもちろん裏面での残留応力も推定が可能ながことが明らかとなった。

(a) σ_y at the plate edge of the front surface

(b) σ_x at the plate center of the back surface

Fig. 7 Estimated residual stress distribution by the proposed method.

(a) σ_y at the plate edge of the front surface

(b) σ_x at the plate center of the back surface

Fig. 8 Estimated residual stress distribution by the conventional method.

4. 2 推定精度の統計的評価

応答曲面法によって計算される値は α の近似値であり、計算される推定残留応力には応答曲面法の導入による誤差も含むと考えられる。

そこで、推定精度の統計的な評価を行った。まず、式(6)と式(7)から残留応力を推定する解析を、乱数シードのみを変化させて、150回繰返す。次に、それぞれの残留応力分布の推定結果に対して式(11)で定義する平均推定誤差 s を算出する。

$$s = \sqrt{\left\{ \sum_{c=x,y,z} \sum_{i=1}^n (\sigma_{ci} - \tilde{\sigma}_{ci})^2 \right\} / 3n} \quad (11)$$

ここで、 σ_{ci} は i 番要素における推定の残留応力成分 ($c = x, y, z$)、 $\tilde{\sigma}_{ci}$ は i 番要素における正解の残留応力成分、 n は要素総数である。そして、式(11)の150回分の平均値を式(12)で算出する。

$$S_m = \frac{\sum_{j=1}^N s_j}{N} \quad (12)$$

ただし、 N は計算試行回数 (=150) である。前述の図7と図8は α が約0.6の結果であるが、3.2節で述べた正解の固有ひずみ分布を種々に変化したモデルについて、式(6)あるいは式(7)を仮定して逆問題解析を行い、式(11)と式(12)から計算される誤差を評価した。

残留応力の推定誤差の α 依存性を図9に示す。ただし、横軸の α は正解分布を式(7)で曲線回帰した際の値である。式(7)を仮定する解析の場合、逆解析時

に応答曲面を用いて α を推定したときに加えて、曲線回帰から得られる α を予め与えて解析したときの S_m の値（便宜上これを正解値の S_m と記述）も比較のためプロットした。正解値の S_m は測定誤差のみによって生じる残留応力の推定誤差を表す量である。この正解値の S_m と応答曲面を用いて α を推定したときの S_m との差が、応答曲面で評価関数を近似することにより生じる残留応力の推定誤差（応答曲面に起因する誤差）を表している。図から分かるように、正解値の S_m と式(6)を仮定する従来手法の差は α が1以下で急激に拡大し、固有ひずみの厚さ方向への変化を無視している効果が顕著に現れている。それに対して、式(7)を仮定する提案手法は正解値の S_m とほぼ一致している。

Fig. 9 Effect of α on mean error of residual stresses

以上の結果を総括して、固有ひずみが厚さ方向に分布する場合には、その影響を考慮して逆問題解析する必要があり、ここで提案した手法はそのような場合に対しても、有効に残留応力を推定することができることが明らかとなった。なお、式(7)の有効性に関しては、今回一種類の溶接条件でしか確認していない。V型開先の場合には、非線形パラメータは1個のみであったが、X型開先など他の開先形状の場合には、パラメータが複数個になる可能性がある。ただし、そのような場合についても、いったん関数形状が決定できれば、応答曲面法により、比較的簡便に解が得られると考えられる。他方、未知パラメータの数が増加すれば、逆問題解析の解の安定性が損なわれるので、あらたに適切化法などの導入が必要になると考えられる。したがって、式(7)を含めて、ここで提案した手法の一般的な適用性に関しては、今後さらに溶接条件を変えた広範囲シミュレーションにより検討する必要がある。

5. 結 言

残留応力の非破壊評価手法である、ビードフラッシュ法の適用性の拡張を目的として、固有ひずみが板厚方向に分布する場合における新しい解析アルゴリズムを提案し、V型開先を有する溶接平板を対象とする、数値シミュレーションによりその有効性を明らかにした。得られた結論をまとめれば、以下ようになる。

- (1) 固有ひずみが板厚方向に分布する場合、この効果を考慮していない従来手法では、残留応力が正しく評価できない。
- (2) そこで、逆問題解析に用いる固有ひずみの関数形状を、溶接シミュレーションにより評価する手法を提案し、厚板の溶接平板について、具体的にその有効性を示した。
- (3) 上記の場合、逆問題解析の基礎方程式は非線形となり、繰り返し計算のループに有限要素解析が入るので、計算量が膨大となる。そこで、応答曲面法を導入することによりこの解が簡便に求まることを示した。

文 献

- (1) たとえば、林・ほか3名、日本材料学会、Vol. 47, No. 4 (1998), 420-426
- (2) Nakamura H・ほか3名、Current Topic in Computational Mechanics, ASME PVP, 305 (1995), 49-56
- (3) 熊谷・ほか2名、機論(A編), 65-629 (1999-1), 133-140
- (4) 熊谷・ほか2名、機論(A編), 65-634 (1999-6), 1397-1404
- (5) Kumagai, K.,・ほか2名, ASTM STP, 1389 (2000), 128-142
- (6) Lee H・ほか2名, Symposium on Fatigue, JSMS, (2000), 83-86
- (7) Lee H・ほか2名, Advances in Fracture and Damage Mechanics II, Hoggar (2001), 283-289
- (8) 久保司郎、逆問題（計算力学とCAEシリーズ）、培風館、(1992)、31-33
- (9) 上田・麻、溶接学会論文集、11-1 (1993)、189-195
- (10) 上田・ほか2名、溶接学会論文集、11-4 (1993)、555-562
- (11) 上田・麻、溶接学会論文集、12-4 (1994)、547-553
- (12) Myers R. H. and Montgomery D. C., "Response Surface Methodology", John Wiley & Sons Inc., (1995)