多結晶形状記憶合金の多軸構成方程式*
(第3報, 信頼性の検証)徳田 正孝^{*1}, 叶 萌^{*1}
高倉 正佳^{*2}, Petr SITTNER^{*3}Multi-Axial Constitutive Equations of Polycrystalline Shape Memory Alloy
(3rd Report, Reliability of Proposed Constitutive Equations)Masataka TOKUDA^{*4}, Men YE,
Masayoshi TAKAKURA and Petr SITTNER^{*4} Department of Mechanical Engineering, Mie University,
1515 Kamihama, Tsu-shi, Mie, 514-8507 Japan

Authors reported the formulation procedure for the constitutive equations of polycrystalline shape memory alloy under complex loading conditions in the previous paper (First Report). In the second report, several unique deformation behavior of shape memory alloy obtained by the systematic experiments under complex loading conditions were shown and discussed. In this paper, the results of experiments and predicted results obtained by the proposed constitutive equations are compared and, the reliability of the constitutive equations is confirmed.

Key Words: Shape Memory Alloy, Constitutive Equations, Multi-Axial Loading Condition, Crystal Plasticity, Intelligent Materials Systems

1. 緒 論

著者らは, 第1報⁽¹⁾で多結晶形状記憶合金の多軸構成方程式をセミ・マイクロメカニクスアプローチを用いて形式化した。また, 第2報⁽²⁾では, 多軸負荷条件下における形状記憶合金のさまざまな挙動に関する実験結果を紹介した。本報では, 提案された多軸構成方程式の結果と実験結果を比較することにより, その信頼性を実証する。

さて, 形状記憶合金の熱・力学的挙動は温度誘起および応力誘起マルテンサイト相変態さらにそれらに対応するオーステナイト(逆)変態の結果である⁽³⁾。単軸引張負荷条件下での形状記憶合金単結晶の基本的マルテンサイト相変態挙動は, 金属学的にほぼ解明されている^{(4)~(6)}。例えば, 銅系形状記憶合金の場合, 種々の配向を持つ24の可能なマルテンサイトバリエーションがある。冷却のみの場合, 相変態はこれらのバリエーションでランダムに生じるため, その変形は全体として相殺

される形となり, 巨視的変形は観察されない。一方, 例えば引張りのような力学的負荷が加わるとき, 負荷方向に対応した特定の(優先)配向を持つバリエーションのみにて相変態が生じるため, 巨視的変形が観察される。また, この変形は加熱し, 逆相変態を生じさせることにより消滅する。これらの単結晶に見られる相変態による変形現象は, それらの平均として工業用多結晶金属材料, 例えばTi-Ni形状記憶合金, 銅系形状記憶合金, 鉄系形状記憶合金においても発現することが近年明らかになった。その結果, この変形現象の工業的応用に期待が集まり, このための工学的研究(例えば, モデリングと構成方程式の構築)が現在極めて活発である^{(7)~(23)}。しかしながら, これらの多結晶形状記憶合金に関する研究の多くは, 単軸変形挙動に限られている。工学的応用において, 形状記憶合金は一般により複雑な多軸負荷(組合わせ負荷, 複合負荷)を受けることが予想される。さらに, 著者らの複合負荷を受ける銅系形状記憶合金の変形に関する実験結果によれば, その変形挙動は極めてユニークかつ複雑であり, しかもこれを何度も繰返すことができ, 形状記憶合金の新しい応用が期待できる^{(2)(24)~(26)}。例えば, 形状記憶合金を用いて三次元的な複雑な動きをするアクチュエータを設計することが可能であり, また, マイクロ

* 原稿受付 2001年11月12日。

^{*1} 正員, 三重大学工学部(☎544-8507 津市上浜町1515)。^{*2} 三重大学大学院工学研究科。^{*3} チェコ科学アカデミー物理学研究所(Na Slovance 2, 180, 40 Pargue 8, Czech Republic)。

E-mail: tokuda@mach.mie-u.ac.jp

ロボットや知的材料・構造システムにおけるより高度集積型アクチュエータ素子のひとつとしての応用が期待される。このような期待に対して複合負荷条件下における形状記憶合金の変形挙動のモデル化と、信頼性の高い構成方程式の構築は極めて重要である。近年、いくつかの多軸構成方程式の提案があるが、それらも現時点では十分な実験的検証を受けておらず、その信頼性はなお不明といえる。

本論文では、著者らが提案している複合負荷条件下の構成方程式⁽¹⁾を実験結果⁽²⁾との比較によりその信頼性を検証する。この構成方程式は、上に述べたマルテンサイト相変態の微視的メカニズムを、メゾメカニクス手法により直接組込んだものである。ここでは、“応力状態”、“温度”、“成分結晶粒の配向”、“バリエーションの配向とその熱・力学的特性”などがマルテンサイト相変態による変形プロセスを決定するための基本パラメータとしてモデルに直接組込まれている。さらに、成分結晶粒におけるバリエーション間の相互作用、異なる配向を持つ結晶粒間の相互作用等も組込まれている。また、これらの比較結果を解析することにより、複合負荷条件下の、直接の実験では観察・確認が難しい形状記憶合金の基本的微視的挙動も推定した。

2. 形状記憶合金の多軸構成方程式

ここでは第1報⁽¹⁾で提案した構成方程式に関し、その概略を本論文の完結性のために示しておく。

さて、 k 番め($k=1, 2, \dots, K$: K は成分結晶粒内のバリエーション数)のバリエーションは双晶面に垂直な単位ベクトル $\mathbf{n}_i^{(k)}$ ($i=1, 2, 3$) と双晶変形方向を示す単位ベクトル $\mathbf{m}_i^{(k)}$ ($i=1, 2, 3$) によって定義される。このとき、この k 番めのバリエーションに加わる分解せん断応力 $\tau_{(k)}$ およびその増分 $d\tau_{(k)}$ は、次式により算出される。

$$\tau_{(k)} = \sum_{i,j=1}^3 \alpha_{ij}^{(k)} \sigma_{ij} \quad \dots\dots\dots (1\cdot a)$$

$$d\tau_{(k)} = \sum_{i,j=1}^3 \alpha_{ij}^{(k)} d\sigma_{ij} \quad \dots\dots\dots (1\cdot b)$$

ここに $\alpha_{ij}^{(k)}$ は、一般化シュミット係数であり、以下のように表される。

$$\alpha_{ij}^{(k)} = [\mathbf{m}_i^{(k)} \mathbf{n}_j^{(k)} + \mathbf{m}_j^{(k)} \mathbf{n}_i^{(k)}] / 2 \quad \dots\dots\dots (2)$$

また、 σ_{ij} は成分結晶粒の応力テンソルである。負荷プロセスを受けるオーステナイト構造に存在する可能なマルテンサイトバリエーションにて相変態が発生する条件は、分解せん断応力 $\tau_{(k)}$ がその温度における応力誘起マルテンサイト変態に対する臨界せん断応力 $\tau_{(k)}^*$ に達することである。マルテンサイトバリエーションが現れるまでは、オーステナイト構造は力学負荷において

弾性変形状態に保たれる。マルテンサイトバリエーションが現れた後、相変態せん断ひずみ $\gamma_{(k)}^T$ がこのバリエーション (k) から得られる。臨界(変態)せん断応力 $\tau_{(k)}^*$ は温度 T と変態ひずみ $\gamma_{(k)}^T$ の影響を受け、それらの増加とともに増加する。逆変態についても同様に考えることができる。ここでは、マルテンサイト変態とその逆変態に対して、次のような線形関係で表されるものとする。すなわち

$$\tau_{(k)}^m(\gamma_{(k)}^T, T) = \tau_{(k)}^{ms}(T) + H\gamma_{(k)}^T \quad \dots\dots\dots (2\cdot a)$$

$$\tau_{(k)}^a(\gamma_{(k)}^T, T) = \tau_{(k)}^{as}(T) + H\gamma_{(k)}^T \quad \dots\dots\dots (2\cdot b)$$

ここに $\tau_{(k)}^m(\gamma_{(k)}^T, T)$ 、および $\tau_{(k)}^a(\gamma_{(k)}^T, T)$ は、それぞれ、マルテンサイト変態においてバリエーションが成長するための臨界せん断応力、および逆変態においてバリエーションが減退するための臨界せん断応力である。 T は温度、 H は硬化係数、 $\tau_{(k)}^{ms}(T)$ および $\tau_{(k)}^{as}(T)$ は、それぞれ温度 T (および相変態ひずみ $\gamma_{(k)}^T=0$) におけるマルテンサイト変態開始応力およびオーステナイト(逆)変態終了応力である。さらに $\tau_{(k)}^{ms}(T)$ および $\tau_{(k)}^{as}(T)$ は、温度に対し線形と仮定され、次のように表される。

$$\tau_{(k)}^{ms}(T) = \tau_{(k)}^{ms}(T_0) + \beta(T - T_0) \quad \dots\dots\dots (3\cdot a)$$

$$\tau_{(k)}^{as}(T) = \tau_{(k)}^{as}(T_0) + \beta(T - T_0) \quad \dots\dots\dots (3\cdot b)$$

ここに β は温度依存係数、 $\tau_{(k)}^{ms}(T_0)$ および $\tau_{(k)}^{as}(T_0)$ は、それぞれ基準温度 T_0 (例えば室温) におけるマルテンサイト変態開始臨界せん断応力およびオーステナイト(逆)変態終了臨界せん断応力である。式(2)および式(3)を合わせ、これを増分形で表すとき次のようになる。

$$d\tau_{(k)}^m(\gamma_{(k)}^T, T) = \beta dT + H d\gamma_{(k)}^T \quad \dots\dots\dots (4\cdot a)$$

$$d\tau_{(k)}^a(\gamma_{(k)}^T, T) = \beta dT + H d\gamma_{(k)}^T \quad \dots\dots\dots (4\cdot b)$$

上記のような臨界応力-温度-変態ひずみ関係の概略を図1に示した。この図1(a)における4本の直線 Ms, Mf, As, Af は、それぞれマルテンサイト変態開始線、終了線、オーステナイト(逆)変態開始線、終了線を示している。また、図1(b)における γ_{MAX}^T は結晶学的構造により決定される最大変態(せん断)ひずみである。図1からわかるように、温度 T における応力-ひずみ関係は基準温度 T_0 における二つの臨界変態せん断応力 $\tau_{(k)}^{ms}(T_0)$ と $\tau_{(k)}^{as}(T_0)$ 、および三つの材料定数 γ_{MAX}^T , H および β により決定される。例えば、他の臨界応力は次式で与えられる。

$$\tau_{(k)}^{ms}(T) = \tau_{(k)}^{ms}(T_0) + \beta(T - T_0) \quad \dots\dots\dots (5\cdot a)$$

$$\tau_{(k)}^{as}(T) = \tau_{(k)}^{as}(T_0) + \beta(T - T_0) \quad \dots\dots\dots (5\cdot b)$$

$$\tau_{(k)}^m(T) = \tau_{(k)}^{ms}(T_0) + H\gamma_{\text{MAX}}^T \quad \dots\dots\dots (5\cdot c)$$

$$\tau_{(k)}^a(T) = \tau_{(k)}^{as}(T_0) + H\gamma_{\text{MAX}}^T \quad \dots\dots\dots (5\cdot d)$$

$$\tau_{(k)}^m(T_0) = \tau_{(k)}^{ms}(T_0) + H\gamma_{\text{MAX}}^T \quad \dots\dots\dots (5\cdot e)$$

Fig. 1 Relation among critical stress, temperature and strain

$$\tau_{(k)}^{as}(T_0) = \tau_{(k)}^{af}(T_0) + H\gamma_{MAX}^T \quad (5 \cdot f)$$

成分結晶の力学的モデルにおいては、マルテンサイト間の相互作用が考慮されねばならない。すなわち、ひとつのバリエントの臨界せん断応力は、他のバリエントの活動に影響を受ける。ここでは、等方硬化を仮定し、式(2)を次のように修正した。

$$\tau_{(k)}^m(\gamma_{(1)}^T, \gamma_{(2)}^T, \dots, \gamma_{(K)}^T, T) = \tau_{(k)}^{ms}(T) + H \sum_{i=1}^K \gamma_{(i)}^T \quad (6 \cdot a)$$

$$\tau_{(k)}^a(\gamma_{(1)}^T, \gamma_{(2)}^T, \dots, \gamma_{(K)}^T, T) = \tau_{(k)}^{as}(T) + H \sum_{i=1}^K \gamma_{(i)}^T \quad (6 \cdot b)$$

変態はバリエントの体積分率 $\xi_{(k)}$ の和が1に等しくなったとき(すなわちマルテンサイト変態が成分結晶粒全域を覆ったとき)終了する。すなわち、常に

$$\sum_{k=1}^K \xi_{(k)} \leq 1 \quad (7)$$

ここに、 $\xi_{(k)} = \gamma_{(k)}^T / \gamma_{MAX}^T$ は、成分結晶粒中の k 番目のバリエントの体積分率に対応する。

上記のような成分単結晶中の熱-力学的モデルに従うとき、応力誘起マルテンサイト変態および温度誘起マルテンサイト変態により生じる k 番目のバリエントのひずみ増分 $d\gamma_{(k)}^T$ は以下のようにして算出される。例えば、温度 T にて k 番目のバリエントにおける分解せん断応力 $\tau_{(k)}$ がその系のマルテンサイト変態の臨界せん断応力 $\tau_{(k)}^m$ に等しい状態にあるとき、すなわち、図1で示せば応力状態が応力-ひずみ線図のAB上にあるとき、温度一定($dT=0$)のもとで、負荷増分 $d\tau_{(k)} > 0$ が与えられると、ひずみ増分は、式(4)に従って、

$$d\gamma_{(k)}^T = d\tau_{(k)} / H > 0 \quad (8)$$

$d\tau_{(k)} < 0$ が与えられるときは除荷であり、

$$d\gamma_{(k)}^T = 0 \quad (9)$$

Fig. 2 Two-dimensional model of the crystal grain component in the SMA

となる。また、この状態で(応力一定: $d\tau_{(k)}=0$)で冷却されるとき($dT < 0$)、ひずみ増分は式(4)に従って、

$$d\gamma_{(k)}^T = -(\beta/H)dT > 0 \quad (10)$$

また $dT > 0$ の場合、除荷であり

$$d\gamma_{(k)}^T = 0 \quad (11)$$

となる。他の種々の負荷状態における変態ひずみの増加、減少(逆変態)の詳細については、前報(1)を参照されたい。

さて、このようにして各バリエントによる変態ひずみ増分 $d\gamma_{(k)}^T$ が算出されると、成分結晶粒の変態ひずみは以下の式で算出される。

$$d\epsilon_{ij}^T = \sum_{k=1}^K a_{ij}^{(k)} d\gamma_{(k)}^T \quad (12)$$

このひずみを用いて、成分結晶粒の全ひずみの増分 $d\epsilon_{ij}$ は、

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^T \quad (13)$$

として求められる。ここに $d\epsilon_{ij}$ は弾性ひずみ増分である。

ここに提案されたモデルは三次元における結晶の変形挙動を見積もることができる。ここでは、計算の簡単化のため、また得られる結果の解析・解釈の容易さを考えて二次元解析を行った。この解析手法は、著者の一人が構築した転位すべりを変形メカニズムとする多結晶体に対する二次元モデルに類似したものである^{(27)~(29)}。ここで、マルテンサイトバリエーションはすべり変形のすべり系に対応している。図2を用いてこの二次元結晶モデルを説明する。図2において、 $X^*-X^\dagger$ は成分単結晶にて取られた二次元局所座標系である。二次元応力空間は $\sqrt{3}\tau_{31}-\sqrt{3}\tau_{32}$ 座標系により与えられる。また、このとき $(2\epsilon_{31}/\sqrt{3}, 2\epsilon_{32}/\sqrt{3})$ が対応する二次元ひずみ空間となる。応力空間における結晶の局所座標系の配向は X^* 軸と $\sqrt{3}\tau_{31}$ 軸の間の角度 α によって規定される。この二次元結晶モデルはちょうど重ねられたトランプカードのように $X^*-X^\dagger$ 平面内でせん断変形する(相変態変形する)ものとする。しかしながらトランプカードと異なり、この相変態によるせん断変形は図2に示されたような四つの方向 V1, V2, V3, V4 の方向のみにて可能であるものとする。ここにおいて、V1 の方向は X^* 軸から反時計回りに $\pi/3$, V2 は $4\pi/3$, V3 は $2\pi/3$, V4 は $5\pi/3$ だけ回転した方向にあるとする。すなわち、この二次元結晶モデルでは相変態のバリエーション面は X^* 軸に垂直であり、相変態せん断変形方向が $X^*-X^\dagger$ 平面内における V1~V4 の四つの方向とされる。図2(b)において、 $\tau_{(1)}$ および $\gamma_{(1)}$ は、それぞれバリエーション $k=1$ (V1) に対する分解せん断応力、および変態ひずみである。この変態ひずみは、最大値 γ_{MAX} を越えることはできない。

Fig. 3 Phase transformation loci of the two-dimensional crystal

四つのバリエーションを持つ二次元結晶モデルの相変態応力面(マルテンサイト相変態面: 塑性変形では降伏面また後続降伏面, およびオーステナイト(逆)相変態面: 塑性変形では対応するものはない)は、図3に示すように菱形となる。この相変態面は、式(4)に規定されているように、各バリエーションのせん断ひずみ増分 $\sum \gamma_{(k)}$ の増加・減少に伴い比例的に拡大・縮小する。また、温度の上昇・下降に伴い、拡大・縮小する。ただし、その形状は相似に保たれる。

多結晶モデルは、ランダムな配向を持つ多数の二次元成分結晶粒の集合よりなるとする。多結晶体中での結晶粒間の相互作用は応力一定のモデルにより考慮する。これは、セルフコンシステントモデル⁽³⁰⁾の特殊な場合である(前報⁽¹⁾において $\alpha=0$ とおいたことに対応する)。また、応力経路が与えられた場合、そのひずみ応答の算出が極めて簡単化される(なお、ひずみ経路が与えられた場合は、ひずみ一定のモデルが簡便である)。したがって、ここでは、各結晶粒の応力 σ_{ij} は、多結晶体に与えられた巨視的(平均)応力 Σ_{ij} に同じである。

$$\Sigma_{ij} = \sigma_{ij} \quad \dots\dots\dots (14)$$

多結晶モデルの巨視的ひずみ E_{ij} は、すべての成分結晶粒に生じるひずみの平均として求められる。

$$E_{ij} = \text{average}(\epsilon_{ij}) \quad \dots\dots\dots (15)$$

上記の計算プロセスを簡単なフローチャートの形で図4に示した。計算プロセスにおいて用いられるモデルの材料パラメータは二つの異なる温度における単軸負荷条件のもとでの応力-ひずみ関係から決定できる。決定され、以下の計算に用いられた材料定数は次のとおりである。

$$\begin{aligned} \gamma_{MAX}/\sqrt{3} &= 2.5\%, \quad \tau_{(k)}^m(T_0) = 90.0 \text{ MPa} \\ \tau_{(k)}^s(T_0) &= 70 \text{ MPa} \quad (T_0 = 25^\circ\text{C}), \\ H &= 5.0 \times 10^2 \text{ MPa} \\ \beta &= 50 \text{ MPa/K}, \quad G = 16.6 \text{ GPa} \end{aligned}$$

多結晶形状記憶合金の二次元モデルにおいて、応力経路は応力ベクトル $\sigma = (\sqrt{3}\tau_{31}, \sqrt{3}\tau_{32})$ のホドグラフで示され、ひずみ応答はひずみベクトル $\epsilon = (2\epsilon_{31}/\sqrt{3}, 2\epsilon_{32}/\sqrt{3})$ のホドグラフで表される。

Fig. 4 Calculation flow chart

3. 計算結果と実験結果の比較

3.1 実験の概要 ここに、実験方法の概略を示しておく。実験^{(24)~(26)}に用いられた形状記憶合金は、多結晶形状記憶合金(Cu-10 wt.%Al-5 wt.%Zn-5 wt.%Mn)であり、無負荷状態におけるこの合金の特性相変態温度は以下のである。

$$T^{ms}=243\text{ K }(-30^{\circ}\text{C}), \quad T^{mf}=218\text{ K }(-55^{\circ}\text{C})$$

$$T^{as}=238\text{ K }(-35^{\circ}\text{C}), \quad T^{af}=258\text{ K }(-15^{\circ}\text{C})$$

ここに、 T^{ms} および T^{mf} は、それぞれマルテンサイト変態の開始および終了温度であり、 T^{as} および T^{af} は、オーステナイト変態の開始および終了温度である。押し丸棒から切削加工により薄肉円筒試験片が加工された。その外径、内径、およびゲージ長はそれぞれ、8 mm, 5 mm, 40 mm である。用いられた実験装置は島津 AG 10 TC オートグラフであり、薄肉円筒試験片にねじりと軸力の組合わせた負荷を与えることができる^{(24)~(26)}。試験片の温度は、電気炉により 1100°C まで加熱することができ、液体窒素ガスを炉内に導入することにより、-60°C まで冷却することができる。

以下の図において、 σ と ϵ は、それぞれ薄肉円筒試験片の軸応力と、軸ひずみ成分である。 τ と γ は試験片のせん断応力とせん断ひずみである。応力ベクトル σ は、 $\sigma=(\sigma, C_1\tau)$ で定義され、ひずみ応答はひずみベクトル $\epsilon=(\epsilon, C_2\gamma)$ によって記述される。係数 C_1 , C_2 は、ねじり試験により得られるせん断応力 τ -せん断ひずみ γ 関係を、引張試験により得られる軸応力 σ -軸ひずみ ϵ 関係に一致させるために導入された材料定数である^{(24)~(26)}。

なお、特殊等方基準^{(31)~(33)}に従うとき、計算に用いられる二次元ひずみ平面 ($2\epsilon_{31}/\sqrt{3}$, $2\epsilon_{32}/\sqrt{3}$) と実験

で用いられた二次元ひずみ平面 (ϵ , $C_2\gamma$) は等価である。また、同様に対応する応力平面 ($\sqrt{3}\tau_{31}$, $\sqrt{3}\tau_{32}$) と (σ , $C_1\tau$) も等価である。

3.2 計算結果と実験結果の比較 図5は、異なる温度 ($T=25^{\circ}\text{C}$, -30°C) における単純ねじり負荷のもとでの応力-ひずみ関係の、実験結果と計算結果の比較を示している。 $T=25^{\circ}\text{C}$ での変形プロセスにおいては、せん断応力が 360 MPa まで与えられた。次に除荷しさらに逆ねじりを (-)360 MPa まで与えられた。 $T=25^{\circ}\text{C}$ (室温) での、負荷により生み出された変形 "oa" は除荷により消滅している。したがって、この材料は室温にて擬弾性特性を示す。すなわち逆変態終了温度 T^{af} (-15°C) 以上で生み出されるマルテンサイトバリエーションは除荷により消滅する。続いて逆のせん断負荷のもとで生み出された変形 "ob" は、初めのせん断負荷の下で生み出された "oa" とほとんど同量である。換言すれば、正のせん断負荷プロセスにおける変形は、引き続き反対方向のせん断負荷プロセスにおける変形に対して影響を持たない。 $T=-30^{\circ}\text{C}$ での変形挙動は $T=25^{\circ}\text{C}$ でのそれとかなり異なっている。 $T=-30^{\circ}\text{C}$ でのマルテンサイト変態応力は $T=25^{\circ}\text{C}$ におけるそれよりもかなり小さい。また、 $T=-30^{\circ}\text{C}$ は、逆変態開始温度 $T^{as}=-35^{\circ}\text{C}$ より高いが、逆変態終了温度 $T^{af}=-15^{\circ}\text{C}$ よりも低い。したがって除荷により逆変態は完了せず、大きな残留ひずみ "od" が生じる。 $T=-30^{\circ}\text{C}$ での引き続き逆負荷の後生じる変形 "oe" は、変形 "oc" よりも小さい。これは、先行負荷プロセスにて生み出された残留ひずみ "od" の影響と考えられる。計算結果 (□記号) は、図5に示されているが、実験結果 (実線) と良く一致している。

多軸負荷のもとでの形状記憶合金の変形挙動を明らかにするために、著者らの実験室で種々の実験が系統的に行われた。例えば、図6は温度変動下における多軸負荷経路に対するひずみ応答の実験結果および計算結果の一例を示している。図6(a)は、与えられた熱・力学負荷経路を示しており、実験に対し (σ , $C_1\tau$, T) 空間、計算に対しては ($\sqrt{3}\tau_{31}$, $\sqrt{3}\tau_{32}$, T) 空間を用いている。図6(b)は与えられた負荷経路に対するひずみ応答を示しており実験に対してはベクトル (ϵ , $C_2\gamma$) のホドグラフ、また計算についてはベクトル ($2\epsilon_{31}/\sqrt{3}$, $2\epsilon_{32}/\sqrt{3}$) のホドグラフを用いている。図6(a)からわかるように、試験片は、最初 25°C (1) から -40°C (2) に冷却され、この温度条件下で多軸応力経路 (2 → 3 → 4 → 5 → 6 → 7) に従って負荷された。

Fig. 5 Deformation behavior under uni-axial shear loading at different temperature

点7から、試験片は66°C(8)まで加熱された。最後に、せん断応力 τ が除荷(8→9)された。図6(b)からわかるように、多軸負荷プロセスにおける変態誘起変形(実験結果は実線で示されている)は単軸負荷プロセスにおける場合に比べてかなり複雑である。例えば、図6(b)において、試験片が点7から点8へ加熱されるとき(応力状態は一定)、ひずみは単調に零に減少するのではなく、パラボリックな曲線を示している。この興味ある変形応答は次のように説明できる。基本的に先行した負荷プロセスにて誘起されたバリエントは加熱により消滅する。しかし、複雑な先行負荷プロセスに対しては、配向の異なる複数のバリエントが生み出されている。マルテンサイトバリエントに対する逆変態温度はそれに加わっている分解せん断応力とともに増加する。結果として、高い分解せん断応力が加わっているバリエントほど高いオーステナイト変態開始温度を持ち、それゆえに複数のバリエントが加熱とともに同じ速度で消滅するわけではない。このような微視的熱・力学的メカニズムにより、図6(b)に示したようなパラボリック変形(7→8)が現れると考えられる。この現象をより具体的に説明するために、ひとつの代

(a) Multi-axial loading path (I)

(b) Strain responses corresponding to the given multi-axial loading path

Fig. 6

表成分結晶粒の変形例(計算結果)を以下に示す。図7は、代表結晶粒における各バリエント(V1-V4)の、加熱プロセス(7→8)中の変形の計算結果を示している。その配向は図7(a)における右上図に示されるように菱形変態面の長軸と x_1^* 軸の間の角度が85°のものである。図7(a)からわかるように、負荷点7においてバリエントV1, V2, V3, V4は異なる変態ひずみを持つ(点a, b, c, dで示されている)。加熱プロセス(7→8)中、V4のひずみ $\gamma_{(4)}^T$ がまず大きな減少を開始する。その後V2のひずみ $\gamma_{(2)}^T$ がやや遅れて減少を開始する。これは、点7の負荷状態からわかるように、バリエントV2には相変態を助ける大きな分解せん断応力が加わっており、バリエントV4に比べて熱的に安定なためである。式(13)から、加熱中のその結晶粒のひずみ変化は次のように計算できる。

$$\begin{aligned} d\epsilon_{31} &= d\epsilon_{31}^T + d\epsilon_{31}^T = d\epsilon_{31}^T \\ &= \sum_{k=1}^4 \alpha_{(k)31} d\gamma_{(k)}^T \\ &= -0.8192 d\gamma_{(1)}^T + 0.8192 d\gamma_{(2)}^T \\ &\quad -0.9063 d\gamma_{(3)}^T + 0.9063 d\gamma_{(4)}^T \\ d\epsilon_{32} &= d\epsilon_{32}^T + d\epsilon_{32}^T = d\epsilon_{32}^T \\ &= \sum_{k=1}^4 \alpha_{(k)32} d\gamma_{(k)}^T \\ &= -0.5736 d\gamma_{(1)}^T - 0.5736 d\gamma_{(2)}^T \\ &\quad -0.4226 d\gamma_{(3)}^T + 0.4226 d\gamma_{(4)}^T \end{aligned}$$

図7(b)は、結晶粒の全ひずみ $\epsilon_{31}^T, \epsilon_{32}^T$ の計算結果を示している。このような各成分結晶粒の変形挙動の平

(a) Deformation behavior of the martensite variants in the crystal grain

(b) Deformation behavior of crystal grain

Fig. 7

(a) Multi-axial loading path (II)

(b) Strain responses corresponding to the given multi-axial loading path

Fig. 8

均として図6に示されたようなパラボラのひずみ応答に導く。

図8は、複合負荷条件下での変形挙動のもうひとつの例を示している。負荷経路は図8(a)に示されている。

試験片はまず25°C(1)から-40°C(2)へ冷却される。その後多軸負荷経路(2→3→4→5→6)に従って負荷応力が変化する。点6において、試験片は15°C(点7)まで加熱される。この加熱は、図7(a)におけるある負荷状態での加熱と異なり、零応力で加熱されている。図7(a)からわかるように、この挙動6→7は図7(b)に示された挙動7→8に比べて単純に(直線的に)ひずみ零に近づいている。また経路4→5は、塑性変形の観点からすればいわゆる除荷過程であるが、この過程において軸ひずみ成分が増加している。図8(b)に示された計算結果(記号□)は、上記のような形状記憶合金の独特の挙動を良く再現している。

4. 結 言

形状記憶合金のユニークな変形特性、またこれに対する工学的応用が大きく注目され、活発な研究が種々の視点から展開されている。しかしながら、そのほと

んどは、単純負荷条件によるものであり、一般熱力学複合負荷条件に関するものは極めて少ない。著者らは、形状記憶合金の一般熱力学的負荷条件下の挙動に注目し、銅系形状記憶合金製の薄肉円筒試験片にねじりと軸力の組合わせ負荷を与えることにより系統的な実験を行い種々の興味ある結果を得た。また、これらの知見を基礎として、セミマイクロメカニクス的手法を用いて一般構成方程式を構築した。これらの結果は、第1報および第2報にまとめ報告した。本論文では、さらに対応する実験結果と構成方程式による予測結果を比較することにより、構成方程式の信頼性を確認した。構築された構成方程式は、実験で観察された形状記憶合金の多軸負荷条件下での多くの特異な現象を再現した。このことは、提案された構成方程式により、さまざまな新しい挙動を推定できる可能性がある、すなわち実験で確かめることのできない挙動を調べることができる。また、提案された構成方程式は物理理論を基礎にしていることから、特異な現象のメカニズムを解明できる可能性がある。さらに、形状記憶合金の応用においては、その多くは多軸負荷条件を受ける可能性があり、これらの予測に対して有効であることはいうまでもない。

文 献

- (1) 徳田正孝・叶萌・Bundara, B. and Sittner, P., 機論, 65-631, A (1999), 491-497.
- (2) 徳田正孝・Sittner, P.・高倉正佳・土師学, 機論, 66-650, A (2000), 1943-1948.
- (3) Nakanishi, N., *Arch. Mech.*, 35-1 (1983), 37-62.
- (4) Schoreder, T. A. and Waymann, C. M., *Acta Met.*, 25 (1977), 1375-1391.
- (5) Saburi, T. and Wayman, C. M., *Acta Met.*, 27 (1979), 979-995.
- (6) Saburi, T. and Wayman, C. M., *Acta Met.*, 28 (1980), 15-32.
- (7) Falk, F., *Acta Met.*, 28 (1980), 1773-1780.
- (8) Tanaka, K., *Res. Mechanica*, 18 (1986), 251-263.
- (9) Muller, I., *Continuum Mech. Thermodyna.*, 1 (1989), 125-142.
- (10) Berviller, M., Patoor, P. and Buisson, M., *Journal de Physics IV, Colloque C 4*, (1991), c 4. 383-c 4. 396.
- (11) Raniecki, B. and Lexcelent, C., *Eur. J. Mech., A/ Solids*, 13-1 (1994), 21-50.
- (12) Miyazaki, S., Hasegawa, T., Nomura, K. and Yumikawa, K., *Proceedings of International Symposium on Microsystems, Intelligent Materials and Robotus*, (1995), 235-238, Sendai.
- (13) Tobushi, H., Nakahara, T., Shimeno, Y. and Hashimoto, T., *Trans. ASME, Ser. H*, 122 (2000), 186-191.
- (14) Boyd, J. G. and Lagoudas, D. C., *Int. J. Plasticity*, 12-6 (1996), 805-842.
- (15) Boyd, J. G. and Lagoudas, D. C., *Int. J. Plasticity*, 12-7 (1996), 843-873.
- (16) Nishimura, F., Watanabe, N. and Tanaka, K., *Mater. Research Int.*, 3-1 (1997), 23-30.

- (17) Tobushi, H., Hashimoto, T., Shimeno, Y., Hachisuka, T. and Tanaka, K., *Proceedings of IMMM '97*, (1997), 409-416, Mie University Press.
- (18) Kawai, M., *Proceedings of the Japan-France Seminar on Intelligent Materials and Structure*, (1997), 223-246, Sendai/Japan.
- (19) Bundara, B., *Proceedings of IMMM97*, (1997), 381-394, Mie University Press.
- (20) Lexcellent, C. and Bourbon, G., *Proceedings of AEPA '97*, (1997), 653-658, Hiroshima.
- (21) Lu, Z. and Weng, G. J., *Proceedings of Plasticity '97*, (1997), 165-166, Juneau, Alaska/USA.
- (22) Patoor, E., Entemeyer, D., Eberhardt, A. and Berveiller, M., *Program and Abstract of IUTAM Symposium, Micro- and macro-structural aspects of thermo-plasticity*, (1997), 70-71, Ruhr University, Bochum.
- (23) Yin, W.-Y., Sun, Q.-P. and Huwang, K.-C., *Proc. of AEPA '97*, (1997), 9-14, Hiroshima/Japan.
- (24) Sittner, P., Hara, Y. and Tokuda, M., *Proceedings of the International Symposium on Shape Memory Alloy Materials*, (1994), 541-545, Beijing, International Academic publishers.
- (25) Sittner, P. and Tokuda, M., *Proceedings of the 15th Riso International Symposium on Materials Science*, (1994), 537-544, Denmark.
- (26) Tokuda, M., Sittner, P., Takakura, M. and Ye, M., *Mater. Sci. Research Int.*, 1-4 (1995), 260-265.
- (27) Tokuda, M. and Katoh, H., *Bulletin of the JSME*, 29-249 (1986), 708-715.
- (28) Tokuda, M., Sittner, P. and Hara, Y., *Proceedings of the Nat. Congr. of Theoretical & Applied Mechanics*, (1994), 671-672.
- (29) Ye, M., Tokuda, M., Takakura, M. and Sittner, P., *Proceedings of Asia-Pacific Symp. On Advanced in Engineering Plasticity and its Applications*, (1996), 191-196, Hiroshima, Japan, Pergamon Press.
- (30) Hutchinson, J. W., *J. Mech. Mech. Physics*, 12 (1964), 11-24.
- (31) Ilyushin, A. A., *Plasticity*, (1963), Izdat. Acad. Nauk., SSSR, Moscow.
- (32) Ohashi, Y., Tokuda, M. and Yamashita, H., *J. Mech. Phys. Solids*, 23 (1975), 295-323.
- (33) Tokuda, M., *Res. Rep. Fac. Eng.*, 7 (1982), 13-27, Mie University.