ハイブリッドスペckル法による混合モード 試験片内部の応力解析*

町 田 賢 司^{*1}, 碓 井 健 司^{*2}

Stress Analysis inside the Specimen under Mixed-Mode Loading by Hybrid Speckle Photography

Kenji MACHIDA^{*3} and Kenji USUI

^{*3} Department of Mechanical Engineering, Tokyo University of Science,
2641 Yamazaki, Noda-shi, Chiba, 278-8510 Japan

The experiment was conducted on the compact normal and shear (CNS) specimen made of acrylic resin subjected to various kinds of mixed-mode loading. The 2-D hybrid method proposed by Nishioka et al. was employed to evaluate the 2-D stress field from displacement data obtained by the experiment. Moreover, the 3-D hybrid method was applied to evaluate the 3-D stress field from displacement data obtained by the experiment. Also, a 3-D finite element analysis was conducted on the same specimen as the experiment. An embedded speckle photography can estimate stress-intensity factors of mixed mode. The 3-D hybrid method can evaluate the stress field inside the specimen from displacement data at the free surface taken in easy measurement by speckle photography.

Key Words: Speckle Photography, Finite Element Method, Hybrid Method, Stress Intensity Factor, Virtual Crack Extension Method, Mixed-Mode

1. 緒言

スペckル写真法では、現在まで自由表面上の面内応力場について主に研究が行われてきた^{(1)~(7)}。力学的環境の3次元測定は非常に困難であるが、実際の構造物は3次元的であり、物体内部の応力場を知することは非常に重要である。レーザースペckル写真法は、モアレ法より高感度という長所がある。Chiangらは、曲げを受ける片側き裂試験片内部の弾—塑性変形を調べるために埋込みランダムスペckル写真法を考案した⁽⁸⁾。この技術では、試験片内部の面内変位を測定するために、3次元モデル内部のいくつかの面内に、ランダムスペckル発生源として細かいガラスビーズを埋め込んだ。これにより3次元物体内部の変位測定が可能となった。

試験片内部の応力拡大係数は埋込みスペckル写真法により評価されたが、得られた結果の精度はまだ十分とはいえない^{(9)~(12)}。本研究では、種々の混合モード負荷を受けるアクリル樹脂で作られた、compact normal and shear 試験片を採用した。通常のスペckル写真法では、試験片の正面からレーザ光を照射し、

同方向から二重露光によりスペckルグラムを撮影する。しかし、この方法では良好なスペckルグラムは得られなかった。そこで、本研究では、試験片の斜め後方からレーザ光を照射し、試験片内部の異なる面でのスペckルグラムを撮影した。スペckル写真法によって得られた表面の変位データから2次元応力場を評価するために、西岡らによって提案された2次元ハイブリッド法⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾を適用した。既報⁽¹⁵⁾では、2次元ハイブリッド法によりき裂先端近くの応力一ひずみが、高い精度で評価できることを明らかにした。本研究では、スペckル写真法によって得られた変位データから試験片内部の3次元応力場を評価するために、3次元ハイブリッドスペckル法を開発した。実験と同じ試験片について3次元有限要素解析を行い、精度の検討を行った。これより、埋込みスペckル写真法により混合モードの応力拡大係数は高い精度で評価でき、また、3次元ハイブリッドスペckル法により、測定が容易な表面上の変位データから試験片内部の応力場が評価できることが明らかとなった。

2. 理論的背景

2.1 2次元ハイブリッド法 実験から得られた変位データは測定誤差を含んでおり、それらから直接応力ひずみ場を評価することは難しい。そこで、西岡ら

* 原稿受付 2002 年 4 月 26 日。

^{*1} 正員、東京理科大学理工学部(〒278-8510 野田市山崎2641)。

^{*2} 東京理科大学大学院(〒278-8510 野田市山崎2641)。
E-mail: mac@rs.noda.tus.ac.jp

によって提案されたインテリジェントハイブリッド法を適用した。この方法は変分原理に基づく有限要素法を援用した1種の逆問題解析である。

$$[K]\{p^{mod}\} = \{F\} - [K]\{p^{exp}\} \quad (1)$$

ここで、 $\{p^{mod}\}$ は修正場の全体節点変位ベクトル、 $\{p^{exp}\}$ は実験計測場の節点変位ベクトル、 $[K]$ は全体剛性マトリックス、そして $\{F\}$ は節点力ベクトルである。実験計測場は一般につり合い方程式を満足していないので、式(1)の右辺は零ではない。

$$\{R\} = \{F\} - [K]\{p^{exp}\} \neq 0 \quad (2)$$

ここで、 $\{R\}$ は実験計測場の誤差を修復する修復力ベクトルである。修正変位場は次式を解くことにより得られる。

$$[K]\{p^{mod}\} = \{R\} \quad (3)$$

$\{p^{mod}\}$ は、 $\{R\}$ を節点荷重と置き、修正変位場の外周境界を変位拘束することにより、2次元有限要素法から得られる。最終的に、真の変位場が次式によって得られる。

$$\{p\} = \{p^{exp}\} + \{p^{mod}\} \quad (4)$$

このように決定された変位場は、仮想仕事の原理とつり合い方程式をも満足する。

2.2 3次元ハイブリッド法 有限要素法を援用した誤差評価に基づく村上、吉村ら⁽¹⁶⁾の逆問題解法を以下のように3次元に適用した。今、図1に示すように3次元物体表面の変位測定領域を Γ とする。 Γ 内を8節点アイソパラメトリック要素に分割し、節点変位がスペックル写真法により測定されたものとする。 M を節点数、 u を節点変位ベクトルとする。もし、 u から境界 Γ 上の節点力が求まれば、3次元応力解析が可能と考えられる。図2に示すように表面上の2次元メッシュを板厚方向に拡張した3次元モデルを考える。境界 Γ の深さ方向の数点または狭い領域を拘束し、 Γ 上の主節点を含む板厚方向の線上に(線の数 $j=1 \sim N$)単位一様荷重をかけ、3次元有限要素解析を行う。この単位一様荷重による節点 i の変位ベクトルを u_{ij}^* とする。 j 点に加えられた節点力を F_j とすると、 F_j が正しい場合には、次式で示される誤差 e_i は零となる。

$$e_i = u_i - \sum_{j=1}^N u_{ij}^* F_j, \quad i=1 \sim M, \quad j=1 \sim N \quad (5)$$

未知の値 F_j を決定するために、最小二乗法を適用する。ここで、 S を次式で示す誤差の二乗和と定義する。

$$S = \sum_{i=1}^M (e_i)^2 \quad (6)$$

F_j が適切であれば次式を満足するものと考えられる。

$$\frac{\partial S}{\partial F_j} = 0 \quad (7)$$

変位および節点力は x, y 方向の二成分を有するので、式(7)は $2N$ 個の連立方程式となる。 F_{jx}, F_{jy} ($j=1 \sim N$) は式(7)を解くことにより求まる。 F_j が求まれば、図2のモデルの3次元有限要素解析により、試験片内部の任意の点の応力ひずみが求まる。この方法は有限要素法や境界要素法により構造物全体を解析することなく、き裂や孔の周りの変位のみから Γ 内の応力場が求まるという実用上非常に有用な方法である。

Fig.1 Measurement of u_i .

Fig.2 Application of unit uniform load in thickness direction.

2.3 仮想き裂進展法 Parks によって提案された仮想き裂進展法⁽¹⁷⁾のエネルギー解放率は次式で表される。

$$G = -\left(\frac{\partial U}{\partial A}\right) = -\frac{1}{2} \sum u_i^T \frac{\Delta k_i}{\Delta A} u_i \quad (8)$$

ここで、 U はポテンシャルエネルギー、 ΔA はき裂面積の増分、 Δk_i はき裂先端を囲む径路内の要素（1～ N_F ）の合成マトリックスの変化量、 u_i は節点変位ベクトルである。Yau-Wang-Matos⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾に従って、Sun-Jih によって導かれた漸近解⁽²⁰⁾の重ね合わせにより、混合モードの応力拡大係数が評価できる。

3. 解析モデル

図3は3次元有限要素解析に用いたモデルである。試験片の対称性より板厚中央部から表面までの片側1/2のモデルで、20節点アイソパラメトリック要素を用いた。ここで、 $W=60$ mm, $H=100$ mm, $B=16$ mm, $l_1=36$ mm, $l_2=72$ mm である。層分割数は4層であり、要素数、節点数は1440, 7801である。岸本ら⁽²¹⁾と同様の負荷条件で、各ピン穴に板厚方向にわたり一様荷重がかかるようにした。力とモーメントは次式のつりあい方程式を満足している。

$$\begin{aligned} P \sin \alpha &= P_2 \\ P \cos \alpha &= P_1 + P_3 \\ P_1 l_1 + P_2 l_2 &= P_3 l_1 \end{aligned} \quad (9)$$

なお、計算に際してはき裂先端を x , y 方向拘束、き裂線延長上試験片右端を y 方向拘束した。 P は図4に示される Richard-Benitz⁽²²⁾により提案された混合モード負荷用治具の穴に加えられる荷重であり、 α は治具の穴の位置により定められる。混合モードの応力拡大係数は仮想き裂進展法により評価した。

4. スペックル写真法による実験

厚さ16 mm片側き裂を有するアクリル製試験片を図5に示す。ヤング率、ポアソン比は、それぞれ3.06 GPa, 0.38である。重量比約10%のガラスビーズと粘性を出すために適度のアクリル樹脂の切屑を溶かした塩化メチレンで、厚さの異なる2枚のアクリル板を接着した。上下2部材を別々に作製し、き裂となる部分に0.02 mmのテフロンシートを挟み接着することによ

りき裂を導入し、その後機械加工により試験片を作製した。深さ0, 3, 6, 8 mmでの変位計測のため4種

Fig.3 Mesh pattern and loading condition.

Fig.4 Loading device.

Fig.5 Specimen configuration.

類の試験片を作製した。図4に示す負荷装置により混合モード負荷を与えた。図6にスペックルグラム撮影のための光学装置を示す。通常のスペックル写真法では、レーザー光は、試験片の前方から照射し、同方向から二重露光によりスペックルグラムを撮影するが、本研究では、この方法ではよいスペックルグラムは得られなかった。そこで、試験片の斜め後方約45度方向からレーザーを照射し、スペックルグラムを撮影した。解析走査領域はき裂先端を中心とした10 mm(H)×12.8 mm(W)である。

Fig.6 Schematic of optical arrangement.

5. 結果と考察

5.1 3次元ハイブリッド法の精度評価 まず、3次元全体モデル有限要素法によって得られた試験片の自由表面上の変位データを実験データとし、以下の手順で3次元ハイブリッド法の精度評価を行った。

- (1) 図3に示す3次元全体モデルの平面寸法は同じで、板厚(B)を1, 3, 6, 10および16 mmと5種類変えたモデルについて、 $\alpha=0^\circ$ とし有限要素解析を行う。
- (2) 表面の変位データからき裂を囲む7.2 mm×7.2 mmの領域の変位データを抽出する。
- (3) 図2に示されるように、深さおよび表面寸法がそれぞれB/2および7.2 mm×7.2 mmの3次元局所モデルについて、主節点を含む奥行き方向の線上にxまたはy方向に単位一様分布荷重をかけ、有限要素解析を行い変位マトリックス u^* を作成する。
- (4) 式(5)(6)(7)に従い節点力 F を計算する。
- (5) 3次元局所モデルの節点力を F として、3次元有限要素解析を行い、応力、ひずみおよび応力拡大係数を評価する。

(6) 3次元全体モデルと局所モデルの結果を比較する。

図7は、3次元全体モデル有限要素解析と3次元局所モデルハイブリッド法によって得られたき裂前縁に沿う応力拡大係数の比の分布を示す。ここで、 K_{MID} は3次元全体モデル有限要素解析より得られた板厚中央部の応力拡大係数である。凡例中のFFおよびLHは、それぞれ全体モデル有限要素解析および局所モデルハイブリッド法を示す。試験片内部の応力拡大係数は、平面ひずみを仮定して仮想き裂進展法によって評価した。負荷角度 $\alpha=0^\circ$ の純粋モードI負荷状態であり、 K_2 はほぼ零であるので、図7では K_1 のみをプロットした。

図7(a)の板厚1 mmの場合、 K_1 は厚さ方向にわたり誤差1%未満で、ほとんど一定である。全体モデルおよび局所モデルの差は1%未満で非常によく一致している。板厚1 mmと薄い試験片では、表面および内部の K_1 にほとんど差はない。したがって、表面解析のみで十分であると言える。

図7(b)の板厚3 mmの場合、 K_1 は試験片中央部で最大で、表面に向けて徐々に減少する。板厚中央部と表面の K_1 の差は約5%である。

図7(c)の板厚6 mmの場合、板厚中央部と表面の K_1 の差は約10%で、板厚3 mmの試験片より大きい。全体モデルおよび局所モデルの差は、1 mm, 3 mmの薄い試験片同様1%未満であり、両者は非常によく一致している。

図7(d)の板厚10 mmの場合、10 mmよりも薄い試験片同様、 K_1 は板厚中央部で最大で、表面に向けて漸減する。板厚中央部と表面との差は約14%で、試験片の厚さが増すにつれて差は増加する。全体モデルと局所モデルの差は3%未満であるが、10 mmよりも薄い試験片に比べやや大きい。

図7(e)の板厚16 mmの場合、板厚中央部と表面での K_1 の差は約14%と板厚10 mmの試験片とほぼ同じである。全体モデルと局所モデルの表面近くの K_1 にはほとんど差はないが、中央部に向けて差は大きくなり、板厚中央部で約14%とかなり大きい。そこで、表面の平面寸法が12.8 mm×12.8 mmのより大きな局所モデルについて解析を行った。この場合、全体モデルと局所モデルの差は1%未満と非常によく一致した。

以上のように、表面上の局所モデルサイズを試験片厚さの0.8倍以上にとれば、3次元局所ハイブリッド法により十分な精度で試験片内部の応力場を評価することができると考えられる。

試験片厚さが増加するにつれ、表面と板厚中央部と

の応力拡大係数の差は、約 14%と 10 mm より厚い試

験片ではほとんど一定である。このように、試験片表

Fig.7 Distribution of stress intensity factors along the crack front by 3-D FEM and hybrid method.

Fig.8 Distribution of stress intensity factors along the crack front by hybrid speckle photography, 3-D FEM and 3-D local hybrid method.

面と内部の応力状態が試験サイズに依存して変化することより、物体表面の応力解析のみでは不十分といえる。それゆえ、3次元ハイブリッド法による試験片内部の応力解析は非常に重要である。

5.2 2次元ハイブリッドスペckル法と3次元ハイブリッド法 図8は、2次元ハイブリッドスペckル法、3次元全体モデル有限要素解析と3次元局所モデルハイブリッド法によるき裂前縁に沿った応力拡大係数の分布である。凡例中のSHは表面及び埋め込みスペckル写真法によって得られた変位データを使用した2次元ハイブリッドスペckル法を表す。2次元ハイブリッドスペckル法での変位測定領域は12.8 mm×10.0 mmである。3次元局所モデルハイブリッド法で用いた表面での変位データは、2次元ハイブリ

ッドスペckル法により求めたものである。応力拡大係数は、試験片内部では平面ひずみ、表面では平面応力を仮定し、仮想き裂進展法により評価した。

図8(a)に示す $\alpha=0^\circ$ の場合、3次元全体モデル有限要素解析および3次元局所ハイブリッド法によって得られた K_I は、表面ではほぼ一致しているが、板厚中央部に向けて差はやや大きくなり、板厚中央部で約4%程度の差がある。3次元全体モデル有限要素解析および2次元ハイブリッドスペckル法の K_I は、表面および深さ3 mmでは一致しているが、両者の差は、深さ6 mmで13%、深さ8 mmで18%とやや大きい。

図8(b)の $\alpha=15^\circ$ の場合、3次元全体モデル有限要素解析および2次元ハイブリッドスペckル法の差は、最大で約5%である。両者の K_I は、表面および深さ3

mm では一致しているが、深さ 6 mm および 8 mm で誤差約 9%である。K₂の最大誤差は 27%とパーセント誤差は大きい、絶対値は小さい。

図 8(c)の $\alpha=30^\circ$ の場合、3次元全体モデル有限要素解析および3次元局所ハイブリッド法の K₁の差は約 4%であり、両者はよく一致している。3次元全体モデル有限要素解析および2次元ハイブリッドスペckル法の差は、深さ 6 mm で 14%と少し大きい、それ以外ではほぼ一致している。

図 8(d)の $\alpha=45^\circ$ の場合、3次元全体モデル有限要素解析および3次元局所ハイブリッド法による K₁は、2%未満の誤差でよく一致しているが、K₂の差は約 10%と少し大きい。3次元全体モデル有限要素解析および2次元ハイブリッドスペckル法の K₁の最大誤差は 4%、K₂のそれは約 20%である。パーセント誤差は大きく違うが、K₁または K₂の差の絶対値はほとんど同程度である。

埋め込みスペckル写真法による試験片内部の変位測定では、埋め込まれたガラスビーズからの散乱光の屈折および散乱方向の不規則性などにより明瞭なヤング縞を得ることはかなり難しい。したがって、測定が比較的容易な表面上の変位データから、試験片内部の応力場を評価することができる3次元局所ハイブリッド法は、非常に有効な方法であると考えられる。

本研究では、3次元局所モデルの外周上の厚さ方向の線上に単位一様分布荷重を負荷した有限要素解析から変位マトリックスを作成したが、変位マトリックス作成時の負荷形態については今後さらに検討する必要がある。

6. 結 論

1. 3次元ハイブリッド法は、実験から得られた表面上の変位データから2次元ハイブリッドスペckル法によって評価された変位を使用して、試験片内部の応力場を高い精度で評価できる。
2. 表面での変位測定領域サイズを試験片厚さの 0.8 倍以上にとれば、3次元ハイブリッド法により応力、ひずみおよび応力拡大係数を高い精度で評価できる。

文 献

- (1) Machida, K. ・ほか 3 名, Rec. Adv. in Exp. Mech., Eds. Silva Gomes, J.F., et al., **1** (1994), 331-336.
- (2) Machida, K. ・ほか 3 名, Opt. Lasers Eng., **21** (1994), 151-164.
- (3) Machida, K., OPTICAL REVIEW, **4-2** (1997), 253-260.
- (4) 町田, 機論, **64-618A** (1998), 284-289.
- (5) 町田, 平野, 機論, **66-641A** (2000), 137-143.
- (6) 町田 ・ほか 3 名, 機論, **67-653A** (2001), 30-35.
- (7) Machida, K. ・ほか 2 名, Proc. SPIE, **4317** (2001), 26-31.
- (8) Chiang, F.P. and Lu, H., ASME AMD, **91** (1988), 205-213.
- (9) 町田, 機論, **63-606A** (1997), 308-313.
- (10) Machida, K. ・ほか 3 名, Proc. APCFS, (1993), 175-180.
- (11) Machida, K., Int. Symp. on Adv. Tech. in Exp. Mech., **1** (1995), 195-200.
- (12) Machida, K., 1996 VIII Int. Cong. on Exp. Mech., (1996), 62-68.
- (13) Nishioka, T. ・ほか 2 名, Comp. Mech., **20** (1997), 101-108.
- (14) Nishioka, T. ・ほか 2 名, Exp. Mech., **40-2** (2000), 170-179.
- (15) Machida, K. ・ほか 2 名, Proc. ICF10, ELSEVIER, (2001), CD-ROM Ver.
- (16) 村上, 吉村, 機論, **61-591A** (1995), 2482-2488.
- (17) Parks, D.M., Int. J. Fract., **10** (1974), 487-502.
- (18) Yau, J.F. and Wang, S.S., Eng. Fract. Mech., **20** (1984), 423-432.
- (19) Matos, P.P.L. ・ほか 3 名, Int. J. Fract., **40** (1989), 235-254.
- (20) Sun, C.T. and Jih, C.J., Eng. Fact. Mech., **28-1** (1987), 13-20.
- (21) 岸本 ・ほか 3 名, 機論, **56-524A** (1995), 957-965.
- (22) Richard, H.A. and Benitz, K., Int. J. Fract., **22** (1983), R55-R58.