フラクタル分枝限定法による超音速フラッタ速度向上 の複合材料積層構成最適化*

轟 章^{*1}, 平野 義 鎮^{*2}

Stacking Sequence Optimizations of Composites to Improve Panel Flutter at Supersonic Flow Using Fractal Branch and Bound Method

Akira TODOROKI^{*3} and Yoshiyasu HIRANO

^{*3} Department of Mechanical Science and Engineering, Tokyo Institute of Technology,
2-12-1 Ohokayama, Meguro-ku, Tokyo, 152-8552 Japan

Fractal branch and bound method has developed by authors for optimization of stacking sequences to maximize buckling load of composite structures. The method demands an approximation of a design space with a response surface of quadratic polynomials for trimming fractal branches of stacking sequences. The approximation of the objective function with quadratic polynomials has been confirmed for the buckling load maximizations using lamination parameters as predictors. Although maximizations of flutter limits of composite panels for supersonic flow has already shown by several researchers, it is not clarified that the design space of the supersonic flutter limit can be approximated with quadratic polynomials. The present paper describes the approximations using quadratic polynomials with lamination parameters as predictors are performed to investigate the effectiveness of the method for the supersonic panel flutter of composite laminates. As a result, the method is successfully applied, and the practical optimal stacking sequence is obtained using modified response surfaces.

Key Words: Composites, Optimizations, Stacking Sequence, Flutter, Supersonic, Response Surface

1. 緒 言

近年, 次世代超音速旅客機の開発を目指した研究開発が世界各国で開始されている. この次世代超音速旅客機では多くの構造部分に複合材料を用いることが検討されている. 航空機用複合材料はプリプレグシートを多方向に積層した積層板構造であり, その特性を引き出すには積層構成の最適設計が必要不可欠である. 三木⁽¹⁾や福永ら⁽²⁾は積層パラメータを用いた積層構成最適化手法を提案している.

実機複合材料構造では, 製造上の理由のみならず, 設計上必要な実験データの不足に起因して, 実現可能な積層構成が 0° , $\pm 45^\circ$, 90° に限定されている場合が多い. また, 巨大なマトリックス割れの防止などの観点からいくつかの積層構成の拘束が存在する.

これらの要求から, 積層構成最適化問題は拘束条件のある組み合わせ最適化問題となる. これに対して, 著者らのグループでは, 遺伝的アルゴリズム(GA)を用いた積層構成最適化手法を提案している^(3~6). しかし, GAは評価を繰り返すため, 計算コストが高い. そこで, GAの個体評価を積層パラメータ変数とする応答曲面で置き換えた手法を提案している^(6~8). これらの研究によって積層パラメータを変数とすると多くの座屈荷重最大化問題で, 二次多項式で座屈荷重が近似可能であることが明らかになった.

さらに低コストの積層構成最適化手法として, 著者らはフラクタル分枝限定法を提案した⁽⁹⁾. この手法は, 目的関数が二次多項式で近似可能であるということと, 面外積層構成が外側から考えることによって簡単に積層パラメータ空間上でフラクタル図形を描くという性質を利用した手法である.

本研究では, 座屈問題よりもさらに計算コストのかかる流体と構造の連成問題である超音速機のパネルフラッタ問題に着目し, フラクタル分枝限定法に

* 原稿受付 2002年4月18日.

^{*1} 正員, 東京工業大学大学院理工学研究科(〒152-8552 東京都目黒区大岡山2-12-1).

^{*2} 学生員, 東京工業大学大学院理工学研究科.

E-mail: atodorok@ginza.mes.titech.ac.jp

よる積層構成最適化を行う。フラクタル分枝限定法の適用に際しては、最大値判定のアルゴリズムの要求から、目的関数が二次多項式による応答曲面近似可能であることが不可欠となる。しかしながら、フラッタ問題では、モード変化に起因するフラッタ限界速度の急変や⁽¹⁰⁾、複数の極大値の出現⁽¹¹⁾が報告されており、フラクタル分枝限定法を適用するためには2次多項式の近似の有効性を確認する必要がある。そこで、パネルフラッタ限界速度を最大化する積層構成最適化問題を取り上げ、計算コストの大幅削減になる2次多項式による応答曲面近似が可能であることを確認することを目的として、既に解析解が示されている矩形板の超音速パネルフラッタ問題^{(10)~(12)}を取り上げる。そこで、本研究では実際にその最適化手順を示し、最適化の実例を示す。

2. 超音速パネルフラッタ問題

周辺単純支持の矩形対称積層板($a \times b$)を考える(図1参照)。この板の上面には速度 V 一定の均一な超音速流がある。超音速流は定常状態であれば、定常状態からの微小変動だけに着目した近似によってポテンシャル流として近似される。パネルの振動による微小な超音速流の変動だけに着目すれば、パネルの振動基礎方程式は次式となる。

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -\rho_L h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + p(x, y, t) \quad (1)$$

ここで $w(x, y, z)$ は積層板の z 方向のたわみ、 ρ_L は積層板の密度、 h は積層板の厚さである。式(1)の D_{11} 、 D_{12} 、 D_{22} 、 D_{66} は積層板の曲げ剛性マトリックスの各成分である⁽⁹⁾。ここでは積層板は対称積層で、繊維配向角は 0° 、 $\pm 45^\circ$ 、 90° に限定し、 45° 層および -45° 層は1層ずつ交互に必ず配置されているとして D_{16} 、 D_{26} は十分小さくなるとして無視した。 $p(x, y, t)$ は定常状態の超音速流 V からの微小変動による微小圧力変動であり、次式で表される。

Fig.1 Coordinates of the laminate and supersonic flow

$$p(x, y, z) = - \left(\lambda \frac{\partial w}{\partial x} \cos \varphi + \lambda \frac{\partial w}{\partial y} \sin \varphi + \mu \frac{\partial w}{\partial t} \right) \quad (2)$$

式(2)において、 φ は超音速流の平板に対する入射角である。 λ および μ はフラッタ動圧パラメータと空力減衰パラメータであり、一様な定常空気流の動圧 q とマッハ数 M を用いて次式で表される。

$$\lambda = -\frac{2q}{\sqrt{M^2 - 1}}, \quad \mu = \frac{\lambda(M^2 - 2)}{V(M^2 - 1)} \quad (3)$$

周辺単純支持の矩形平板の変位関数を次式で近似する。

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{mn} e^{\omega t} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (4)$$

式(4)を式(1)に代入することで最終的に以下の複素固有値問題に帰着する。

$$\{[K] + \lambda[K_A]\}\{A\} = \kappa[M]\{A\} \quad (5)$$

マッハ数 M つまり λ を変えて固有値 κ を計算し、それから振動数 ω の虚部と実部を求めて異なる振動モードの振動数が重複して漸増する振動の開始点を、限界フラッタ動圧 λ_c とする。得られた λ_c は次式のように規格化し、以降、限界フラッタ動圧パラメータ λ_c^* として扱う。

$$\lambda_c^* = \frac{a^3}{D_0} \lambda_c \quad (6)$$

ここで、 D_0 は積層構成がすべて 0° 層の場合の曲げ剛性 D_{11} である。

積層構成が変わると式(1)の曲げ剛性が変化し、フラッタ限界速度 λ_c^* が変化する。 λ_c^* の最大化積層構成を求めることが本研究の最適化問題となる。

解析に用いた材料物性値は $E_L=142\text{GPa}$ 、 $E_T=10.8\text{GPa}$ 、 $G_{LT}=5.49\text{GPa}$ 、 $\nu_L=0.3$ 、 $\rho=1.5 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ である。

具体的な最適化問題例として矩形板(アスペクト比 $a/b=1$ 、 $h=1.2 \times 10^{-2} \text{m}$) に角度 $\varphi=30^\circ$ の超音速流が流れる例(正方形問題)と実機の超音速機の適応を模擬する例として $\varphi=60^\circ$ 、平板のアスペクト比 $a/b=1/3$ の場合(長方形問題)の2種類の最適化を実施した。

3. フラクタル分枝限定法による最適化手法

3.1 最適化の流れ フラクタル分枝限定法による積層構成最適化では、目的関数の近似関数の応答曲面作成から実施される。ここでは目的関数は限界フラッタ動圧パラメータ λ_c^* である。 λ_c^* は式(1)に示すように積層板の曲げ剛性だけが関係しているため、曲げ剛性と関連する面外積層パラメータだけ

が関連する⁽³⁾。繊維配向角度が限定されていることとアングルプライの $\pm 45^\circ$ 層が交互にバランスしていることから面外積層パラメータの W_3^*, W_4^* はゼロとみなされる。面外積層パラメータ (W_1^*, W_2^*) を変数とし、限界フラッタ動圧パラメータ λ_e^* を応答とする応答曲面を作成する。作成には、参考文献⁽⁶⁾と同じ方法で、面外積層パラメータの実現可能空間から候補点を作成して、D最適基準で実験計画を実施し、応答曲面作成に最適な実験点を選択する。選択された点 (W_1^*, W_2^*) でフラッタ解析を実施して応答 λ_e^* (限界フラッタ動圧パラメータ)を求め、最小二乗法から2次多項式の応答曲面を求める。得られた応答曲面を使用してフラクタル分枝限定法で応答を最大化する積層構成を求める。

3.2 積層パラメータ 積層数 $2N_s$ の対称積層板の各プライの番号付けを外側から $1 \dots N$ とする。この積層板の面外積層パラメータ (W_1^*, W_2^*) は次式で定義される。

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} W_1^* \\ W_2^* \end{bmatrix} = \frac{3}{h^3 N_s^3} \sum_{k=1}^{N_s} \left\{ (N_s - k + 1)^3 - (N_s - k)^3 \right\} \begin{bmatrix} \cos 2\theta \\ \cos 4\theta \end{bmatrix} \quad (7)$$

ここで k は外側から数えた総番号である。積層パラメータを使うことで曲げ剛性式は次式で簡単に表される。ここで U_i ($i=1, \dots, 5$)は1層の材料定数から決まる値である。

$$\begin{bmatrix} D_{11} \\ D_{22} \\ D_{12} \\ D_{66} \end{bmatrix} = \frac{h^3}{12} \begin{bmatrix} U_1 & W_1^* & W_2^* \\ U_1 & -W_1^* & W_2^* \\ U_4 & 0 & -W_2^* \\ U_5 & 0 & -W_2^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} \quad (8)$$

3.3 実験計画と応答曲面の作成 応答曲面の応答は限界フラッタ動圧パラメータ (λ_e^*) であり、変数は面外積層パラメータ (W_1^*, W_2^*) である。簡単

Fig.2 Fractal structure of design space

のために、 $y=\lambda_e^*, x_1=W_1^*, x_2=W_2^*$ と置き換える。2次多項式を用いて応答曲面は次式となる。

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1^2 + \beta_4 x_2^2 + \beta_5 x_1 x_2 \quad (9)$$

未知係数は6個であり、経験的に12点の解析で最小二乗法で応答 y が近似できる。応答曲面の近似を良くするために実験計画を実施する。積層パラメータ空間は繊維配向角が $0^\circ, \pm 45^\circ, 90^\circ$ に限定されているため、 $(W_1^*, W_2^*) = (-1, 1), (1, 1), (0, -1)$ の3点に囲まれた三角形領域になる。そこで、D最適基準を用いて応答曲面作成に適切な12個の積層構成を選択する。詳細は参考文献⁽⁶⁾⁻⁽⁸⁾に詳しい。

3.4 フラクタル分枝限定法 面外積層パラメータは式(7)に示すように外側から層位置を数えることで簡単な数列となる。また、繊維配向角が限定されているため、式(7)中の $(\cos 2\theta, \cos 4\theta)$ はそれぞれ $0^\circ = (1, 1), \pm 45^\circ = (0, -1), 90^\circ = (-1, 1)$ となり、先に述べた積層パラメータ空間上の (W_1^*, W_2^*) の三角形の頂点ベクトルと一致する。加えて、式(7)の各ベクトルの係数は0~1の実数であるので、積層パラメータ空間上の任意の積層構成はこれら3つのベクトルの線形和となる。そのため、実現可能な全積層構成を積層パラメータ空間上にプロットすると三角形内部にフラクタル図形を描く。例として図2に、片側6層(12層対称積層)のフラクタル図形を示す。

外側が 0° 層から開始される積層構成は図中の右上の三角形内に存在する。同様に、外側が 90° 層から開始される積層構成は左上の三角形、 $\pm 45^\circ$ 層から開始される積層構成は下の三角形領域である。このようにして、フラクタル性に基づいて積層パラメータを連続変数とした場合の仮の最適積層構成ベクトル W_{op}^* の周辺の最適積層構成候補の集合を容易に探索する枝刈りができる。探索した積層構成から拘束条件に適合し、応答曲面を最大(最小)化する積層構成を総当りで探索する。図2の右下に、積層構成のフラクタル構造の一層目の三分木の様子を示す模式図を示した。図2の例の場合、仮の最適解 W_{op}^* の近接領域は 0° 層と 45° 層から始まる積層構成の集合である三角形領域を含むが、 90° 層から始まる積層構成の集合である三角形領域を含まない。そこで、 90° 層から始まる探索は削除することができる。この操作を内側の層に向けて繰り返すことで探索の枝刈りを実施する。フラクタル分枝限定法の詳細に関しては参考文献⁽⁹⁾に詳しい。

4. 計算結果と考察

4.1 正方形平板の最適化結果 D 最適基準で選択する(W_1^* , W_2^*)の候補点 45 点と選択された 12 個の点を図 3 に示す。面外積層パラメータを D 最適基準により選択すると、原点付近の積層パラメータは選択されないことが確認されている⁷⁾。そのため、原点付近のバイアスを減少させるために必ず原点を含めるように D 最適を実施している。

選択された 12 個の点においてフラッタ解析を実施した。解析を行う際、式(4)の変位関数を 4 次まで考慮した。パネルは先に述べたように周辺単純支持、 $\varphi=30^\circ$, $a/b=1$, $h=1.2 \times 10^{-2} \text{m}$ である。得られた 12 点の解析結果から最小二乗法で応答曲面を求めた。得られた応答曲面を図 4 に示す。また、比較検討のため、図 3 に示す全ての点でフラッタ解析を実施し、真の限界フラッタ動圧パラメータの等高線図を求めた。これを図 5 に示す。図 4, 5 の比較から明らかなように、真の限界フラッタ動圧パラメータの解空間は鞍型の 2 つの山を有する形状であるが、図 4 の応答曲面の結果は真の最適解周辺 (辺 AB 上) において近似が悪く、辺 AB 上に存在する山を近似できていない。そこで、辺 AB 上の応答曲面の計算結果と応答曲面作成の元となる解析値との結果の比較を行った。これを図 6 に示す。図中矢印で示された点において、最大値周辺の低い λ_c^* 値の影響で 2 次多項式が低く近似され、 λ_c^* 値の最大値が一つだけ近似曲線から外れてしまっている。

これが、最適値周辺で近似が悪化することとなっている。

これは図 5 に認められるように解空間が、最適値周辺でやや急激に変化していることに起因している。このように孤立した 1 点だけが低い値を示すような場合には、全ての結果を均等に扱うと周囲の点に埋

Fig.3 Candidate points and selected points

没して近似が悪化する恐れがある。解析値には実験誤差が含まれないことから、高い値のはずれ値も信頼できる値である。そこで、12 個の解析値から最

Fig.4 Contour plot of response surface $\varphi=30^\circ$ $a/b=1$

Fig.5 Contour plot of actual flutter speed limit $\varphi=30^\circ$ $a/b=1$

Fig.6 Comparison of flutter speed limit on AB $\varphi=30^\circ$ $a/b=1$

Fig.7 Contour plot of modified response surface $\phi=30$ $a/b=1$

大値を選択し、その最大値周辺の近似精度を上げることを目的として最大値だけを3点重複して回帰に追加し、合計15点として回帰を実施した。このように応答曲面の回帰を修正することで、最大値近傍のバイアスを減少させることができる。15点による回帰で得られた修正応答曲面の等高線図を図7に示す。図から明らかなように、辺AB上の最大値周辺に極大値が生じており、最大値周辺の近似が向上していることが分かる。この応答曲面を用いて片側8層（16層対称積層）における積層構成最適化をフラクタル分枝限定法で実施した。結果として得られた最適積層構成は $[(0/90)_8]_s$ である。この積層構成の積層パラメータ空間での座標は $(0.25, 1)$ である。得られた最適積層構成の積層パラメータ空間における周辺の解析を実施して最適性を検討したところ、真の最適解と一致していることが確認された。また、このときの λ_c^* の値は126.0である。

4.2 長方形平板の最適化結果 D最適で得られた解析点の座標は前例と同じである（図3参照）。同様に12点で解析を実施し、最大値の値だけを3点加えて、合計15個の回帰点を用いて応答曲面を求めた。得られた応答曲面の等高線図を図8に示す。比較のため、同様に全ての候補点において解析を実施した解析結果から真の限界フラッタ動圧パラメータの等高線図を求めた。これを図9に示す。両者を比較すると、最大値周辺の座標はほぼ一致していることが分かる。この場合には、図9から明かなように、限界フラッタ動圧パラメータが急変するため、等高線図に複雑な折れ曲がり点が発生している。これは連成する振動モードが変化するためで、 $W_2^*=1 \rightarrow W_2^*=-1$ へと変化させると、等高線図の折れ曲がり点を境に連成する振動モードがモード1とモード

Fig.8 Contour plot of modified response surface $\phi=60$ $a/b=1/3$ Fig.9 Contour plot of flutter speed limit $\phi=60$ $a/b=1/3$

2の連成から、モード2とモード3の連成へと変化する。こういった連成するモードが変化する問題においては、積層パラメータを変数とした場合、微分不可能点が存在し、数値計画法では最適化が容易ではないことが既に知られている⁽¹⁰⁾。

全体の応答曲面はこの急変の影響を受けず、概略としての最大値を良く近似している。この応答曲面を用いて、片側8層（16層対称積層）における積層構成最適化をフラクタル分枝限定法で実施した。結果として得られた最適積層構成は $[(45/45/90)_8]_s$ である。この積層構成の積層パラメータ空間での座標は $(-0.176, -0.648)$ である。また、この時の λ_c^* の値は20.4である。得られた最適積層構成の積層パラメータ空間における周辺の解析を実施して最適性を検討したところ、真の最適積層構成は $[(45/45)_8]_s$ であり、この積層構成の積層パラメータ空間での座標

は (0, -1) である。また、この時の λ_c^* の値は 20.9 であった。フラクタル分枝限定法によって得られた限界フラッタ動圧パラメータと真の最適解との誤差は 2.4% 以下である。

フラクタル分枝限定法では、近似の絶対値そのものよりも、積層パラメータ空間上の解空間のうち、最大値付近の形状が的確に近似されている必要がある。実際の最適設計では、得られた最適積層構成で再度解析を実施し、近似の限界フラッタ動圧パラメータではなく、フラッタ解析から限界フラッタ動圧パラメータを求める。

このような観点から、複雑な限界フラッタ動圧パラメータの応答においても、修正応答曲面法により得られる 2 次多項式による解空間の近似は、フラクタル分枝限定法に適用するのに十分な精度を持っているといえる。2 次多項式による応答曲面近似が十分な精度を持っていれば、積層構成最適化にフラクタル分枝限定法を適用することができ、簡便に最適積層構成を得ることができる。

5. 結 論

複合材料積層板の積層構成最適化において、フラクタル分枝限定法を提案してきた。フラクタル分枝限定法では積層パラメータ空間で目的関数を精度良く 2 次多項式近似する応答曲面を作成する必要がある。本研究では、超音速フラッタの積層パネルでの限界フラッタ動圧パラメータ最大化の積層構成最適化問題にフラクタル分枝限定法を適用しその有効性を検証してきた。

限界フラッタ動圧パラメータ最大化問題においては、D 最適基準で得られた最大値周辺の回帰精度を上げるため、複数回回帰データを用いる修正応答曲面法により、適切な精度の 2 次多項式応答曲面が得られることが明らかになった。

解空間が適切な精度の 2 次多項式の応答曲面に近似可能であることから、限界フラッタ動圧パラメータ最大化問題における、フラクタル分枝限定法による積層構成最適化が可能である。

本手法は、フラッタ問題以外においても最大値付近に急峻な変化を持つその他の問題に対しても有効であることが推察されるが、具体的に有効な問題への適用の評価は未だ行っており、今後の課題である。

参 考 文 献

- (1) Miki, M., ASTM STP, 846, (1985), 387-400.
- (2) Fukunaga, H. and Chou, T.W., J. of Composite Materials, 22, (1998), 1156-1169.
- (3) Todoroki, A. and Haftka, R.T., Composites Part B, 29B, (1998), 277.
- (4) 轟, 他 3 名, 機論 61-587, A(1995), 1453.
- (5) 轟, 笹井, 機論 65-631, A(1999), 614.
- (6) 轟, Haftka, 機論 64-621, A(1998), 1138.
- (7) 轟, 石川, 機論 66-645, A(2000), 978.
- (8) 轟, 笹井, 日本複合材料学会誌, 26-5, (2000), 187-197.
- (9) 寺田, 轟, 島村, 機論 66-644, A(2000), 714.
- (10) 亀山, ほか 3 名, 第 14 回計算力学講演会講演論文集, 01-10, (2001), 511.
- (11) 佐藤, 福永, 関根, 機論 64-619, C(1998), 1013.
- (12) 加島, 西村, 機論 58-546, C(1992), 330.