応力比の影響を考慮した一方向繊維強化複合材料 の現象論的疲労モデル*

河 井 昌 道^{*1}

A Phenomenological Fatigue Model of Unidirectional Fiber-Reinforced Composites Considering Effects of Stress Ratio

Masamichi KAWAI^{*2}^{*2}Institute of Engineering Mechanics and Systems, University of Tsukuba,
1-1-1 Tennoudai, Tsukuba-shi, Ibaraki, 305-8573 Japan

A phenomenological fatigue model for describing the effect of stress ratio on the off-axis tensile fatigue behavior of unidirectional fiber-reinforced composites has been developed. First, empirical fatigue parameters are briefly reviewed. The conventional strength ratio is useful in manipulating the directional nature of the off-axis fatigue strengths. Using a modified strength ratio that considers the effect of stress ratio, we can substantially remove both the off-axis angle dependence and the stress ratio dependence of the off-axis T-T and T-C fatigue data, and obtain a master $S-N$ curve which is almost independent of the off-axis angle and stress ratio. The modified fatigue strength ratio is then generalized in terms of the non-dimensional effective stress that corresponds to an extension of the conventional strength ratio. By using the modified non-dimensional effective stress, the fatigue damage mechanics model proposed in the previous study is further extended to cope with both the off-axis angle dependence and the stress ratio dependence of the off-axis fatigue strengths. The capability of the proposed fatigue model to reproduce the off-axis $S-N$ relationships for different stress ratios is demonstrated through comparisons with the experimental results on unidirectional glass and carbon fiber-reinforced polymer matrix systems.

Key Words: Damage Mechanics Model, Unidirectional Composite, Off-Axis Fatigue, Stress Ratio, $S-N$ Diagrams, Strength Ratio, Modified Strength Ratio, Non-Dimensional Effective Stress, Modified Non-Dimensional Effective Stress, Epoxy, Carbon Fiber, Glass Fiber

1. 緒 言

実機に作用する疲労荷重の振幅や平均レベルは時間とともに変化することが多い⁽¹⁾⁽²⁾。このことから、複合材料要素の疲労強度を正しく評価するためには、荷重条件の違いによる影響を適切に考慮しなければならない。この要請に対して、複合材料の疲労強度に与える応力比の影響を調べるのが基礎的な要件の一つと考えられる。応力比が複合材料の疲労強度に影響を与えることは、すでに多くの実験的研究^{(3)~(7)}によって明らかにされている。しかし、一方向強化複合材料の非主軸疲労に関しての報告例は少ない。Kadi と Ellyin⁽⁸⁾ は、一方向強化材 Glass/Epoxy に対して応力比の異なる非主軸引張疲労試験を行い、応力比が小さくなるほど、疲労強度が低下することを示した。一方向強化 T 800 H/Epoxy⁽⁹⁾ についても同様の傾向が確認されている。一方、非主軸疲労に与える応力比の影響を予測し得る疲労モデルには、次のような例がある。Sims と Brogdon⁽¹⁰⁾ は、応力振幅と平均応力の比

に依存する疲労強度関数を仮定することによって、疲労強度に与える応力比の影響を現象論的に記述する方法を提案した。El-Kadi と Ellyin⁽⁸⁾ は、無次元化されたひずみエネルギー変化を正と負の応力比についてそれぞれ定義し、これらの和によって与えられるスカラ量と疲労寿命のべき乗関係(マスタ $S-N$ 関係)を用いて非主軸疲労寿命を予測する方法を提案した。河井と須田⁽⁹⁾ は、応力比の影響を考慮した疲労損傷力学モデルを定式化し、その適用性を計算結果と実験結果の比較に基づいて評価した。Petermann と Plumtree⁽¹¹⁾ は、繊維-マトリックス界面の垂直応力とせん断応力に対応するひずみエネルギー変化を疲労寿命に関係付け、これによって非主軸疲労強度に与える応力比の影響を記述することができることを示した。しかしながら、これらの試みを除けば、応力比の影響を考慮した一方向強化複合材料の巨視的疲労モデルはまだ多くは議論されていない。この事実、複合材料の疲労モデルの発達に関する最近のレビュー⁽¹²⁾においても確認することができる。

本研究においては、一方向繊維強化複合材料の非主軸疲労強度に与える応力比の影響を引張-引張疲労および引張-圧縮疲労の範囲について合理的に記述する新しい巨視的な方法を提案する。まず、これまでに報

* 原稿受付 2002 年 6 月 27 日。

^{*1} 正員、筑波大学機能工学系(☎ 305-8573 つくば市天王台 1-1)。

E-mail: mkawai@kz.tsukuba.ac.jp

告されている代表的な非主軸疲労試験の結果⁽⁸⁾⁽⁹⁾を引用し、疲労強度比を用いて整理した $S-N$ 関係に現れる応力比の影響を確認する。次に、応力比の影響を含むように修正された疲労強度比を定義し、これを用いることによって非主軸疲労データの繊維配向角依存性と応力比の影響を実質的に取り除くことができることを示す。続いて、無次元相当応力⁽¹³⁾の概念に基づいて修正疲労強度比の一般化に相当する疲労強度パラメータ(修正無次元相当応力)を定義する。さらに、この修正無次元相当応力と疲労損傷力学モデル⁽¹³⁾を用いて、応力比の影響を考慮することができる拡張された現象論的疲労モデルを定式化する。最後に、提案した疲労モデルを用いて実験⁽⁸⁾⁽⁹⁾に対応する寿命解析を行い、計算結果と実験結果との比較に基づいてその適用性を評価する。

2. 無次元疲労強度パラメータ

2.1 疲労強度比 非主軸試験片の静的強度は繊維配向角に大きく依存するから、異なる繊維配向角に対する非主軸疲労強度を比較するためには、なんらかの無次元量を導入しなければならない。

疲労最大応力 $\sigma_{\max}$ によって定義される無次元疲労パラメータ s^* を

$$s^* = f(\sigma_{\max}; \sigma_B) \dots\dots\dots (1)$$

とおく。ここで、 σ_B は非主軸静的強度を表し、補助的な変数と考える。付帯条件として、疲労最大応力が静的強度に一致するとき、 $s^* = f(\sigma_B; \sigma_B) = 1$ を満たすものとする。

このような無次元疲労パラメータの最も簡単な形式は、従来から利用されている疲労強度比

$$s^* = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_B} \dots\dots\dots (2)$$

によって与えられる。

疲労データを整理する上で疲労強度比が有効なパラメータになることは、金属材料について早くは Basquin⁽¹⁴⁾ により指摘されている。複合材料については、Awerbuch と Hahn⁽¹⁵⁾ が一方向強化 Graphite/Epoxy の非主軸疲労について報告している。一方向強化 T 800 H/Epoxy の室温および高温における非主軸疲労データに対しても、疲労強度比の有効性が確認されている⁽¹³⁾⁽¹⁶⁾。

2.2 修正疲労強度比 疲労強度比は、疲労最大応力によって規定されているため、疲労波形の違いによる影響を含まない。疲労波形を規定する代表的なパラメータとして、(疲労)応力比

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \dots\dots\dots (3)$$

を用いることが多い。以下の議論においては、応力比 R が $|R| \leq 1$ の範囲の値をとる引張-引張疲労および引張-圧縮疲労を考える。

いま、応力比を考慮した無次元疲労パラメータ S^* を

$$S^* = f[\sigma_{\max}, R; \sigma_B] \dots\dots\dots (4)$$

とおく。疲労強度比の場合と同様に、疲労最大応力が静的強度に達したとき、 $f[\sigma_B, R; \sigma_B] = 1$ を満たすものとする。このような無次元疲労パラメータ S^* の具体形として、修正 Goodman 線図の関係から導かれる簡単な表現

$$S^* = \frac{\sigma_a}{\sigma_B - \sigma_m} \dots\dots\dots (5)$$

を考えることができる。ここで、 σ_a , σ_m は(疲労)応力振幅と(疲労)平均応力を表し、それぞれ、

$$\sigma_a = \frac{1}{2}(1-R)\sigma_{\max} \dots\dots\dots (6)$$

$$\sigma_m = \frac{1}{2}(1+R)\sigma_{\max} \dots\dots\dots (7)$$

と表すことができる。明らかに、

$$\sigma_a + \sigma_m = \sigma_{\max} \dots\dots\dots (8)$$

が成立している。

無次元疲労パラメータ S^* は、応力比 R を用いて

$$S^* = \frac{\frac{1}{2}(1-R)s^*}{1 - \frac{1}{2}(1+R)s^*} \dots\dots\dots (9)$$

と表現することもできる。完全両振疲労 $R = -1$ の場合、

$$S^*|_{R=-1} = s^* \dots\dots\dots (10)$$

となる。したがって、式(5)によって定義される無次元疲労パラメータは疲労強度比の一般化に対応していることがわかる。以後、式(5)で与えられるパラメータを修正疲労強度比と呼ぶ。

なお、修正疲労強度比と同じ形式の無次元量が有効な疲労強度パラメータとなることは、金属材料について Morrow⁽¹⁷⁾ により指摘されている。しかし、複合材料の非主軸疲労データの整理にこのパラメータを利用した報告例は見当たらない。

2.3 実験結果との比較 一方向繊維強化複合材料の非主軸疲労に対する修正疲労強度比の適用性をこれまでに報告されている試験データ⁽⁸⁾⁽⁹⁾に基づいて評価する。

まず、一方向強化 T 800 H/Epoxy の非主軸疲労試験 ($R=0.1$) の結果⁽⁹⁾を疲労最大応力 $\sigma_{\max}$ と疲労強度比 $s^* = \sigma_{\max}/\sigma_B$ (σ_B : 実験によって求めた静的強度)

によって整理した両対数 S - N 関係をそれぞれ図 1, 図 2 に示す。図中の破線は、疲労データにフィットさせた直線を表す。疲労最大応力を用いて整理した非主軸 S - N 関係(図 1)が繊維配向角 θ に大きく依存することは明らかである。また、いずれの繊維配向角についても、非主軸 S - N 関係は試験の範囲内で右下がりの直線によって近似することができる。一方、疲労強度比を用いて整理した非主軸疲労データ(図 2)は、両対数表示において繊維配向角によらず一つの狭いバンド内に集中して分布する傾向を示す。すなわち、疲労強度比を用いることによって非主軸疲労データの繊維配向角依存性を実質的に取り除くことができる。また、このデータ・バンドは、両対数表示において、右下がりの直線により近似することができる。このような傾向は、他の応力比 [$R=0.5$, $R=-0.3(\theta=0^\circ)$, $R=-1(\theta>0^\circ)$] に対しても同様に観察することができる⁽⁹⁾。

疲労強度比 s^* によって整理した一方向強化 T 800

Fig. 1 Off-axis S - N relationships for unidirectional T 800 H/Epoxy at RT ($R=0.1$)

Fig. 2 Normalized S - N relationships using the fatigue strength ratio for unidirectional T 800 H/Epoxy at RT ($R=0.1$)

H/Epoxy の非主軸 S - N 関係を 3 種類の応力比 $R=0.5$, $R=0.1$, $R=-1(\theta>0^\circ)$ [$R=-0.3(\theta=0^\circ)$] について重ねて図 3 に示す。疲労強度比を用いて整理した非主軸 S - N 関係を応力比ごとに直線で近似した場合、そのこう配(絶対値)は応力比が小さいほど大きくなる傾向を示す。

次に、修正疲労強度比 S^* を用いて整理した非主軸 S - N データをすべての応力比について重ねて図 4 に示す。疲労データの分布にはバラツキによる幅がある。しかし、疲労強度比を用いた場合は非主軸 S - N 関係を近似した直線の傾きが応力比に依存していたが、修正疲労強度比を用いることによって近似直線の傾きの応力比依存性がほぼ取り除かれている。すなわち、修正疲労強度比を用いれば、非主軸疲労の繊維配向角依存性と応力比依存性の両方を適度に取り除くことができる。このことは、修正疲労強度比を統一的な疲労強度パラメータとして利用できることを示唆す

Fig. 3 Effects of the stress ratio on the normalized S - N relationships using the fatigue strength ratio for unidirectional T 800 H/Epoxy at RT

Fig. 4 Normalized S - N relationships using a modified fatigue strength ratio for unidirectional T 800 H/Epoxy at RT ($R=-1, -0.3, 0.1, 0.5$)

る。

一方向強化 Glass/Epoxy の非主軸疲労データ⁽⁸⁾ に対して、一方向強化 T 800 H/Epoxy の場合と同様に整理した結果を図5~8に示す。図8から、異なる種類の一方向強化複合材料に対しても修正疲労強度比が有効な力学パラメータとなることを確認することができる。

3. 修正無次元相当応力

3.1 無次元相当応力 前報⁽¹³⁾ においては、静的強度則である Tsai-Hill 則⁽¹⁸⁾ に基づいて無次元相当応力 σ^*

$$\sigma^* = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{11}}{X}\right)^2 - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{X^2} + \left(\frac{\sigma_{22}}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2} \quad \dots(11)$$

を定義した。ここで、 X, Y, S は、それぞれ、繊維方向、繊維に垂直方向、および繊維に沿ったせん断による静的強度を表す。

短冊形試験片の長手方向(x 方向)に非主軸疲労荷重

を与える場合を考える。疲労最大応力 $\sigma_{\max}(>0)$ に対応する最大無次元相当応力 $\sigma_{\max}^*$ は、

$$\sigma_{\max}^* = \Omega(\theta) \sigma_{\max} \quad \dots(12)$$

と表すことができる。ここで、繊維配向角 θ に依存する方位係数 $\Omega(\theta)$ は

$$\Omega(\theta) = \sqrt{\frac{\cos^4\theta}{X^2} - \frac{\cos^2\theta\sin^2\theta}{X^2} + \frac{\sin^4\theta}{Y^2} + \frac{\sin^2\theta\cos^2\theta}{S^2}} \quad \dots(13)$$

と書ける。

非主軸試験片の Tsai-Hill 則による静的破壊条件は、無次元相当応力を用いて、

$$\sigma^* = \Omega(\theta) \sigma_x = 1 \quad \dots(14)$$

と書くことができる。したがって、Tsai-Hill の静的破壊条件によって予測される静的強度 $\sigma_{B(pred)}$ は、

$$\sigma_{B(pred)} = \frac{1}{\Omega(\theta)} \quad \dots(15)$$

Fig. 5 Off-axis S-N relationships for unidirectional Glass/Epoxy at RT ($R=0$)

Fig. 7 Effects of the stress ratio on the normalized S-N relationships using the fatigue strength ratio for unidirectional Glass/Epoxy at RT

Fig. 6 Normalized S-N relationships using the fatigue strength ratio for unidirectional Glass/Epoxy at RT ($R=0$)

Fig. 8 Normalized S-N relationships using a modified fatigue strength ratio for unidirectional Glass/Epoxy at RT ($R=-1, 0, 0.5$)

と表現できる。この結果、式(12)によって与えられ得る最大無次元相当応力 $\sigma_{\max}^*$ は、非主軸負荷条件について、理論疲労強度比と解釈することができる。

図2および図6において確認したように、疲労強度比を用いれば、一つの応力比について求めた非主軸疲労データを繊維配向角によらずほぼ統一的に整理することができる。このことから、非主軸疲労に対して理論強度比と解釈できる無次元相当応力 σ^* は、一方向強化複合材料の非主軸疲労強度を整理する上で有効なパラメータになると考えることができる。実際、無次元相当応力 σ^* を用いて整理した非主軸 S-N 関係は実験疲労強度比 [式(2)] を用いて整理した結果とほぼ一致する⁽¹³⁾。なお、無次元相当応力を用いることは静的強度の繊維配向角依存性も同時に予測していることになり、このことに実験疲労強度比を用いることとの本質的な違いがある。

3.2 修正無次元相当応力 非主軸疲労に与える応力比の影響を考慮し得る新しい無次元相当応力を

$$\Sigma^* = \frac{\sigma_a^*}{1 - \sigma_m^*} \quad \text{..... (16)}$$

によって定義する ($|R| \leq 1$)。ここで、 σ_a^* と σ_m^* は無次元相当応力に基づく応力振幅と平均応力

$$\sigma_a^* = \frac{1}{2}(1 - R)\sigma_{\max}^* \quad \text{..... (17)}$$

$$\sigma_m^* = \frac{1}{2}(1 + R)\sigma_{\max}^* \quad \text{..... (18)}$$

を表す。式(8)に類似の関係

$$\sigma_a^* + \sigma_m^* = \sigma_{\max}^* \quad \text{..... (19)}$$

が成立することは明らかである。

式(16)によって定義される修正無次元相当応力は、

$$\Sigma^* = \frac{\frac{1}{2}(1 - R)\sigma_{\max}^*}{1 - \frac{1}{2}(1 + R)\sigma_{\max}^*} \quad \text{..... (20)}$$

と書くこともできる。また、 $R = -1$ の場合、

$$\Sigma^*|_{R=-1} = \sigma_{\max}^* \quad \text{..... (21)}$$

が成立する。式(20)と式(21)は、それぞれ、式(9)と式(10)に対応するものである。

これまでの議論から明らかなように、修正無次元相当応力 Σ^* は非主軸疲労に対して理論的な修正疲労強度比と解釈することができる。実際、修正無次元相当応力を用いて非主軸疲労データを整理すれば、図4と図8にほぼ一致する結果が得られる。

4. 疲労損傷力学モデル

4.1 拡張された疲労損傷発展式 前報⁽¹³⁾においては、無次元相当応力の最大値を疲労強度パラメータ

とする疲労損傷力学モデルを提案した。この研究においては、応力比の影響を考慮することができるように、最大無次元相当応力 $\sigma_{\max}^*$ を修正無次元相当応力 Σ^* に置き換えた損傷発展式

$$\frac{d\omega}{dN} = K(\Sigma^*)^n \left(\frac{1}{1 - \omega} \right)^k \quad \text{..... (22)}$$

を考える。ここで、 ω は連続体損傷力学⁽¹⁹⁾的に定義されるスカラ損傷変数を表す。係数 K, k は材料定数とする。

無次元相当応力の最大値 $\sigma_{\max}^*$ と応力比 R を一定と仮定して、式(22)を初期条件 $N=0, \omega=0$ のもとに積分すれば、

$$\omega = 1 - [1 - (1 + k)K(\Sigma^*)^n N]^{1/(k+1)} \quad \text{..... (23)}$$

が得られる。損傷変数 ω が1に達した瞬間に疲労破壊すると考えれば、疲労寿命 N_f は、

$$N_f = \frac{1}{(k+1)K(\Sigma^*)^n} \quad \text{..... (24)}$$

と表現できる。静的破壊の条件 $\sigma_{\max}^* = 1$ が成立するとき、 $\Sigma^* = 1$ となる。このときを $N_f = 1$ とおけば、式(24)より $(k+1)K = 1$ となる。したがって、非主軸定常疲労に対する寿命予測式は、

$$N_f = \frac{1}{(\Sigma^*)^n} \quad \text{..... (25)}$$

と簡潔に表示することができる。この関係式は、疲労寿命と修正無次元相当応力を両対数表示したとき、繊維配向角と応力比に依存しないマスタ関係(直線)が得られることを予測するものである。

なお、式(16)と式(25)を用いると、

$$\sigma_a^* = \left(\frac{1}{N_f} \right)^{1/n} (1 - \sigma_m^*) \quad \text{..... (26)}$$

が導かれる。この関係は、無次元等寿命線図が線形 Goodman 関係⁽¹⁾⁽²⁾によって表されることを予測するものである。

4.2 非主軸疲労への応用

4.2.1 材料定数の同定 上述のように、修正無次元相当応力 Σ^* は修正疲労強度比 S^* を一般化した量と考えることができる。また、応力比 $R = -1$ の非主軸疲労に対して $\Sigma^* = \sigma_{\max}^*$ となる。したがって、応力比の影響をスケールリングして求めるマスタ S-N 関係は疲労強度比を用いて整理した $R = -1$ に対する S-N 関係と一致することになる。

このことから、まず疲労強度比 s^* を用いて $R = -1$ に対する疲労データの両対数 S-N 関係を求める [T 800 H/Epoxy については図3, Glass/Epoxy については図7参照]。次に、この両対数 S-N 関係を直線近似し、その傾きの逆数からマスタ S-N 関係 [式(25)] の疲労指数 n を評価する。この結果、T 800

H/Epoxy については $n=11.9$, また Glass/Epoxy については $n=14.1$ が得られた。図4と図8の直線がそれぞれ同定したマスタ S - N 関係を表している。

4・2・2 非主軸 S - N 関係の予測 修正無次元相当応力に関するマスタ S - N 関係から各繊維配向角に対する疲労最大応力を用いた S - N 関係を求めるため

には, マスタ S - N 関係の縦軸を次のように変換すればよい。

$$\sigma_{\max} = \frac{2\Sigma^*}{\Omega(\theta)[(1-R)+(1+R)\Sigma^*]} \quad \dots\dots\dots (27)$$

一方向強化 T 800 H/Epoxy の異なる応力比 [$R = -1(\theta > 0^\circ), -0.3(\theta = 0^\circ), 0.1, 0.5$] に対する非主軸

(a) $R = -0.3, -1.0$

(a) $R = -1.0$

(b) $R = 0.1$

(b) $R = 0$

(c) $R = 0.5$

(c) $R = 0.5$

Fig. 9 On-and off-axis S - N relationships predicted using the extended fatigue damage mechanics model for unidirectional T 800 H/Epoxy at RT

Fig. 10 On-and off-axis S - N relationships predicted using the extended fatigue damage mechanics model for unidirectional Glass/Epoxy at RT

S-N 関係⁽⁹⁾ について、計算結果と実験結果の比較をそれぞれ図 9(a)～(c) に示す。応力比および繊維配向角にかかわらず、計算結果は非主軸 S-N 関係の特徴を良好に再現している。一つの疲労関係式〔式 (25)〕からこれらの図に示されたすべての非主軸 S-N 関係が求められることを考慮すれば、提案した疲労モデルは一方向強化複合材料の非主軸疲労寿命とその応力比依存性を予測する問題に対して合理的な手法を与えるといえる。図 10(a)～(c) に、一方向強化 Glass/Epoxy⁽⁸⁾ に対する同様の比較 ($R = -1, 0, 0.5$) を示す。この場合も、非主軸疲労に与える応力比の影響を適度に記述できていることが確認できる。

なお、マスタ S-N 関係の縦軸を

$$\sigma_{\max}^* = \frac{2\Sigma^*}{(1-R)+(1+R)\Sigma^*} \dots\dots\dots (28)$$

によって変換すれば、疲労強度比を用いた非主軸 S-N 関係を求めることができる。このように予測した疲労強度比と疲労寿命の関係をそれぞれ図 3 と図 7 に実線で示している。

5. 結 言

一方向繊維強化複合材料の非主軸引張疲労に関して、応力比の影響を考慮した新しい疲労強度パラメータ (修正無次元相当応力) を提案した。また、この修正無次元相当応力を用いて疲労損傷力学モデルを定式化し、そこから非主軸引張疲労に対して一般性の高い寿命予測式を導出した。さらに、これまでに報告されている一方向強化 CFRP と一方向強化 GFRP の非主軸疲労データに基づいて、提案した修正無次元相当応力と疲労損傷力学モデルの有効性を明らかにした。

文 献

- (1) Hertzberg, R. W., *Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials*, (1989), 467, Wiley.
- (2) 日本材料学会 (編), 材料強度学, (1993), 104-123, 日本材料学会.
- (3) Hull, D. and Clyne, T. W., *An Introduction to Composite Materials*, (1996), 227-234, Cambridge University Press.
- (4) Harris, B., *Engineering Composite Materials*, (1999), 203-259, IOM Communications Ltd.
- (5) Miyano, Y., Nakada, M. and McMurray, M. K., *J. Compos. Mater.*, **29**-14 (1995), 1808-1822.
- (6) Salkind, M. J., *ASTM STP*, 497 (1972), 143-169.
- (7) Hahn, H. T., *ASTM STP*, 674 (1979), 383-417.
- (8) EL Kadi, H. and Ellyin, F., *Composites*, **25** (1994), 917-924.
- (9) 河井昌道・須田光, 機論, (2002), 投稿中.
- (10) Sims, D. F. and Brogdon, V. H., *ASTM STP*, 636 (1977), 185-205.
- (11) Petermann, J. and Plumtree, A., *Composites, A*, **32** (2001), 107-118.
- (12) Degrieck, J. and Paepegem, W. V., *Appl. Mech. Rev.*, **54**-4 (2001), 279-300.
- (13) 河井昌道・谷嶋真一・高野洋一・八戸敦司, 機論, **64**-627, A (1998), 2838-2846.
- (14) Basquin, O. H., *Proc. ASTM*, Philadelphia, **10** (1910), 625-630.
- (15) Awerbuch, J. and Hahn, H. T., *Fatigue of Fibrous Composite Materials*, *ASTM STP*, 723 (1981), 243-273.
- (16) 河井昌道・谷嶋真一・川瀬裕子・八戸敦司, 機論, **65**-632, A (1999), 791-799.
- (17) Morrow, J. (Graham, J. A. 編), *Fatigue Design Handbook*, (1968), Chapter 3.2, Society of Automotive Engineers.
- (18) Azzi, V. D. and Tsai, S. W., *Exp. Mech.*, **5** (1965), 283-288.
- (19) Kachanov, L. M., *Introduction to Continuum Damage Mechanics*, (1986), 121, Martinus Nijhoff Publishers.