マイクロメカニクス・損傷力学の複合理論による
粒子分散複合材料の損傷定式化*和田 明 浩^{*1}, 元 木 信 弥^{*2}Damage Formulation of Random Particulate Composites
by Combined Micromechanics and Damage MechanicsAkihiro WADA^{*3} and Shinya MOTOGI^{*3} Department of Mechanical Engineering, Kobe City College of Technology,
8-3 Gakuenhigashi-machi, Nishi-ku, Kobe-shi, Hyogo, 651-2194 Japan

Damage evolution of random particulate composites is formulated by the combination of two distinct theories, micromechanics and damage mechanics. Damage mechanics is applied to filler particles to describe interfacial debonding, which in turn incorporated into Mori-Tanaka's mean field theory for stiffness prediction of damaged composites. The model uses an energy balance concept to account for nonlinear behavior due to particle debonding. With this model, the effects of particle volume fraction, size distribution and interfacial strength on damage development of composites are analytically investigated. Emphasis is also placed on the effect of partial debonding which plays a dominant role for damage induced anisotropy. It is found that the model can reproduce not only stress-strain relationship but also variation in Poisson's ratio observed in damage process.

Key Words: Composite Material, Constitutive Equation, Damage Mechanics, Micromechanics, Anisotropy, Debonding

1. 緒 言

高分子材料中にアルミナやガラスの粒子を混入することにより、剛性の向上や熱変形の抑制など材料特性の改善がなされることが知られている^①。混入するものが粒子状である場合、母材樹脂と混合後も流動性を損なうことが少なく、モールディング成形に適しているという利点もあり、高分子基粒子分散複合材料はOA機器部品や浴槽などをはじめとして幅広く利用されている。この種の材料には共通の損傷機構として、界面はく離、粒子割れ、母材き裂などが存在し、これらの損傷の発達に伴って複合材料の機械的特性は大きく損なわれる^②。しかし一方で粒子近傍での局所的損傷はエネルギー散逸による強靱化の機構として働くことも知られている^③。生じる損傷形態は素材の機械的性質や界面強度、粒子サイズ、粒子体積分率等により異なるが、比較的界面強度が低い場合にははく離損傷が主な損傷形態となる。

粒子分散材料の損傷過程に関してこれまでに多くの解析的研究がなされているが、その多くはマイクロメカニクスに基づいている^{④-⑬}。マイクロメカニクスはEshelbyの等価介在物理論^⑭を基礎としており、

無限媒質中に1つの楕円体状介在物が存在する場合を想定していた。これを多粒子材料に適用するためにMori-Tanakaは平均場理論^⑮を提案した。マイクロメカニクスの手法では多くの場合、損傷は等方的と仮定され、適当な破壊基準の下、はく離あるいは破壊した粒子をボイドに置き換えていくという手法がとられる。つまり損傷後の複合材料は母材・健全粒子・ボイドの3相構造として扱われる。このような解析手法は取り扱いが容易なため、これまで多用されてきた。しかし、実際の損傷では粒子の破壊に方向性があるほか、界面の一部がはく離した部分ははく離が存在するため、損傷した粒子を全てボイドとみなすことは不適切であり、正確な損傷評価には異方性の考慮が不可欠である。損傷異方性を考慮した解析の例としては東郷ら^{⑫⑬}の理論解析がある。彼らは粒子の割れやはく離損傷を想定し、損傷した粒子の载荷能力を変化させることで、複合材料の損傷過程を表現しようと試みている。割れた粒子の载荷能力は粒子と母材の弾性率の比および粒子のアスペクト比の関数として求められている。しかし、粒子の割れ方やはく離の様相は場合ごとに異なるため、粒子の载荷能力低下を厳密に予測することは困難と思われる。

本研究では、粒子損傷による損傷異方性を幅広く表現する方法としてマイクロメカニクスと損傷力学の複合理論を提案する。損傷力学は損傷を受ける材料の巨視的挙動を表現するために使われてきたが^{⑯-㉑}、

* 原稿受付 2002 年 7 月 29 日。

^{*1} 正員, 神戸市立工業高等専門学校(〒651-2194 神戸市西区学園東町 8-3)。^{*2} 正員, 大阪市立大学大学院工学研究科(〒558-8585 大阪市住吉区杉本 3-3-138)。

E-mail: wada@kobe-kosen.ac.jp

本研究では粒子のみに損傷力学の概念を適用し、マイクロメカニクスとの融合をはかった。これにより、粒子の多様な载荷能力低下の表現を可能にした。本手法の有効性は、応力-ひずみ線図だけでなくポアソン比変化の再現性を通して検証した。

2. 静的負荷試験による損傷過程評価

2・1 供試材 本研究では、母材樹脂として大日本インキ(株)製の不飽和ポリエステル TP835、粒子として東芝バロティーニ(株)製のガラスビーズ GB301S を用いた。粒子の平均粒径は $50 [\mu\text{m}]$ であり、粒径のばらつきの標準偏差はおよそ $10 [\mu\text{m}]$ である。粒子量が損傷過程に与える影響を調べるため、粒子体積分率 $V_f=22\%$, 33% , 44% の3種類の材料を用意した。作成した試料は全て短冊状試験片 ($240 \times 20 \times 5\text{mm}$) に加工後試験に用いた。試料作成時の配合表を表1にまとめて示す。

Table 1 Weight content of constituents.

Resin (Unsaturated polyester, TP835)	100
Particle (Glass beads, GB301S)	80, 120, 160*
Curing agent (MEKPO)	2
Cure accelerator (Cobalt naphthenate)	2

* Volume fraction: $V_f=22\%$, 33% , 44%

2・2 実験結果 作成した3種類の複合材料からなる試験片の中央両面に、直交ひずみゲージを接着し、長手方向引張試験にかけ応力-ひずみ線図およびポアソン比の変化を材料破断まで測定した。図1に測定された応力-ひずみ線図を示す。いずれの試料も負荷初期段階では線形であるが、ある応力点から内部損傷の発達に伴う著しい非線形を示している。粒子量による違いを見てみると、巨視的弾性率の低下開始位置はほぼ等しいが、その低下率は粒子量の多い順に大きいことが分かる。これは粒子量が多いほど微視破壊の起点が多くなり、内部損傷の発達が顕著になったためと考えられる。またいずれの場合も応力は損傷開始直後 (0.5% 付近) 大きく低下するが、その後いくぶん回復傾向を示し、破断前 ($1.5 \sim 2.0\%$ 付近) に再び低下するという特徴を示している。SEM観察の結果 1.0% ひずみでは図2のような部分離を含む多数のはく離が発生しており、 2.0% 付近では図3のような母材き裂の発生が見られた。よって本試料では初期の応力低下は主にはく離損傷によるものであり、破断前の応力低下は母材のき裂損傷に起因するものと考えられる。なお、図1の非線形現象の中には樹脂の粘

弾性による効果も含まれるが、樹脂単体 ($V_f=0\%$) の特性より明らかなように、今回使用した樹脂は脆性的であり粘弾性効果は支配的ではない。

図4は損傷過程における縦ひずみ-横ひずみ関係を示したものである。この線図において、各データ点と原点を結ぶ直線の傾きがその時点におけるポアソン比とみなせる。先に述べたように、粒子分散複合材料に生じる損傷は必ずしも等方的ではなく、方向性を持った損傷が発達することが知られている。これは、粒子

Fig.1 Stress-strain curves of composites with different particle volume fraction.

Fig.2 SEM photograph of specimen cross-section at 1.0% strain. Partial debonding is observed. (TP835-33)

Fig.3 SEM photograph of specimen cross-section at 2.0% strain. Matrix crack is observed. (TP835-33)

界面の部分には離などによるものと考えられる。本研究では、この損傷異方性を評価するのに巨視的ポアソン比の変化を用いた。巨視的ポアソン比は非損傷時は材料固有の定数であり、損傷が等方的であれば損傷後においてもポアソン比の変化は小さいと考えられる。したがって、顕著なポアソン比変化は損傷異方性によるところが大きい。一般に、ポアソン比の変化が大きいくほど損傷の異方性は強いといえる。ここで図4を見てみると、やはり上述の応力-ひずみ線図に対応した形で、ある点から著しい非線形を見せている。また、折れ曲がりが生じるひずみが応力-ひずみ線図と対応していること、および図4に示した樹脂単体の特性が直線的であることより、ポアソン比変化が損傷に起因したものであることは明らかである。従来の研究では、主に応力-ひずみ線図の再現に力点が置かれており、損傷異方性の現れであるポアソン比変化についてはあまり議論されてこなかった。しかし、図4のように明らかに損傷異方性によるものと思われる非線形現象が存在しており、正確な損傷のモデル化には損傷異方性の考慮が不可欠である。

Fig.4 Variation in longitudinal and transverse strains of composites with different particle volume fraction.

3. 異粒子混合材のマイクロメカニクス

マイクロメカニクスはEshelbyが示した等価介在物理論⁽¹⁴⁾に基礎をおくものであり、その後多くの研究者により、様々な介在物問題への適用が試みられてきた^{(15)~(20)}。Mori-Tanaka⁽¹⁵⁾はEshelbyの理論を多粒子の場合に拡張し、介在物の内外での応力を定式化している。また、Mura-Cheng⁽¹⁶⁾は粒子分散材料の粒子界面応力分布について議論している。いずれの場合においても介在物は楕円体状であればよく、その極限の形として繊維強化材へも適用されている⁽²⁰⁾。本研究では、粒子分

散材料の損傷モデル化を行うにあたりWeng⁽⁹⁾が示した異粒子混合材の理論を用いる。以下に理論の概略について述べる。

異なる弾性率を持った数種類の粒子からなる粒子分散材料を考える。それぞれの粒子は楕円体形状で、良く分散しており巨視的に均質とみなせるとする。この材料に外から一様な負荷応力 $\bar{\sigma}$ が作用したとき、複合材料に生じるひずみは、

$$\bar{\epsilon} = S \bar{\sigma} \quad \dots\dots\dots (1)$$

とかける。ここで、 S は複合材料の巨視的コンプライアンスである。また、粒子を含まない参照材料に同様の力を作用させたときのひずみは、

$$\epsilon_0 = S_0 \bar{\sigma} \quad \dots\dots\dots (2)$$

となる。ここで、 S_0 は母材のコンプライアンスである。今、粒子の存在により母材内に生じる攪乱応力を $\tilde{\sigma}$ 、それに伴う攪乱ひずみを $\tilde{\epsilon}$ とくと、母材内の応力ひずみ関係は次のようにかける。

$$\bar{\sigma} + \tilde{\sigma} = C_0 (\epsilon_0 + \tilde{\epsilon}) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 C_0 は母材剛性である。また、第 r 相の粒子内に生じる応力・ひずみはEshelbyの等価変態ひずみ ϵ_r^* および等価変態応力 σ_r^* を導入することにより、次式のように表現できる。

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \bar{\sigma} + \tilde{\sigma} + \sigma_r^{pt} \\ &= C_r (\epsilon_0 + \tilde{\epsilon} + \epsilon_r^{pt}) \quad \dots\dots\dots (4) \\ &= C_0 (\epsilon_0 + \tilde{\epsilon} + \epsilon_r^{pt} - \epsilon_r^*) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_r &= \epsilon_0 + \tilde{\epsilon} + \epsilon_r^{pt} \\ &= S_r (\bar{\sigma} + \tilde{\sigma} + \sigma_r^{pt}) \quad \dots\dots\dots (5) \\ &= S_0 (\bar{\sigma} + \tilde{\sigma} + \sigma_r^{pt} - \sigma_r^*) \end{aligned}$$

ここで、 σ_r^{pt} 、 ϵ_r^{pt} はそれぞれ、粒子内に発生する応力・ひずみの母材内成分からの変動分を表しており、Eshelby⁽¹⁴⁾テンソル S_r 、Hill⁽²⁰⁾テンソル T_r を用いると、次式のようにかける。

$$\epsilon_r^{pt} = S_r \epsilon_r^* \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\sigma_r^{pt} = T_r \sigma_r^* \quad \dots\dots\dots (7)$$

また、Mori-Tanakaの平均場理論⁽¹⁵⁾より、母材内の平均応力・ひずみは次式のようにかける。

$$\tilde{\sigma} = \sum c_r \mathbf{T}_r \sigma_r^* \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\tilde{\varepsilon} = \sum c_r (\mathbf{S}_r - \mathbf{I}) \varepsilon_r^* \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $\mathbf{I}$ は 4 階の単位テンソル、 c_r は第 r 相の体積分率である。以上の式(1)~(9)を用いて、次の連立方程式を得る。

$$\left[\mathbf{T}_r + (\mathbf{S}_r - \mathbf{S}_0)^{-1} \mathbf{S}_0 \right] \sigma_r^* - \sum_k c_k \mathbf{T}_k \sigma_k^* = -\bar{\sigma} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\left[\mathbf{S}_r + (\mathbf{C}_r - \mathbf{C}_0)^{-1} \mathbf{C}_0 \right] \varepsilon_r^* - \sum_k c_k (\mathbf{S}_k - \mathbf{I}) \varepsilon_k^* = -\varepsilon_0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

次に、式(10)、(11)の解を式(12)、(13)のように仮定すると複合材料の平均ひずみは式(14)のようにかける。

$$\varepsilon_r^* = \mathbf{A}_r^{(\sigma)} \varepsilon_0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\sigma_r^* = \mathbf{B}_r^{(\sigma)} \bar{\sigma} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} &= \varepsilon_0 + \sum c_r \varepsilon_r^* \\ &= \left[\mathbf{I} + \sum c_r \mathbf{A}_r^{(\sigma)} \right] \varepsilon_0 \quad \dots\dots\dots (14) \\ &= \left[\mathbf{I} + \sum c_r \mathbf{A}_r^{(\sigma)} \right] \mathbf{S}_0 \bar{\sigma} \end{aligned}$$

よって、複合材料の有効コンプライアンス・有効剛性は次式で与えられる。

$$\mathbf{S} = \left[\mathbf{I} + \sum c_r \mathbf{A}_r^{(\sigma)} \right] \mathbf{S}_0 \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\mathbf{C} = \left[\left[\mathbf{I} + \sum c_r \mathbf{A}_r^{(\sigma)} \right] \mathbf{S}_0 \right]^{-1} \quad \dots\dots\dots (16)$$

式(15)、(16)は異粒子混合材料の巨視的特性を与える一般解であり、粒子の種類数や粒子の弾性特性に制約はなく、粒子特性を自由に变化させた場合の解を得ることができる。例として、以下に 2 種類の粒子からなる 3 相材料の有効剛性の式を示す。

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \mathbf{C}_0 \left[\mathbf{I} \right. \\ &\quad + c_1 \left[(1 - c_1) \mathbf{S}_1 + \mathbf{A} - c_2 \mathbf{S}_2 \left[\mathbf{S}_2 + \mathbf{B} \right]^{-1} \left[\mathbf{S}_1 + \mathbf{A} \right] \right]^{-1} \\ &\quad + c_2 \left[(1 - c_2) \mathbf{S}_2 + \mathbf{B} - c_1 \mathbf{S}_1 \left[\mathbf{S}_1 + \mathbf{A} \right]^{-1} \left[\mathbf{S}_2 + \mathbf{B} \right] \right]^{-1} \left. \right] \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{A} = [\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_0]^{-1} \mathbf{C}_0$ 、 $\mathbf{B} = [\mathbf{C}_2 - \mathbf{C}_0]^{-1} \mathbf{C}_0$

添え字の 1, 2 はそれぞれの粒子を参照する番号である。

4. マイクロメカニクスと損傷力学の複合理論

4・1 損傷材料の有効剛性 3章で示したマイクロメカニクスを用いれば、損傷後の粒子の弾性率を 0 にする、すなわちボイドに置き換えていくことで材料損傷を表現できる。しかし、ボイドに置き換える手法では 2 章で見たような損傷異方性を適切に表現することは出来ない。そこで本研究では粒子のみに損傷力学の概念を適用し、3 章で示したマイクロメカニクスと複合することにより、粒子分散材料の損傷異方性を適切に表現することを試みる。

損傷力学は、損傷を受けた材料の巨視的な挙動を定式化するための理論であり、損傷を物体の内部構造の変化と捕らえて、多数のはく離やき裂の存在の影響を応力やひずみとは別の連続変数（損傷変数）で代表させて解析する手法である。これまでに様々な損傷力学モデルが提案されているが、本研究では Chow & Wang⁽²²⁾が提案した Damage Effect Tensor による手法を用いる。損傷を受けた材料内に生じる有効応力 σ' は次式で定義される。

$$\sigma' = \mathbf{M}(\mathbf{D}) \sigma \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 $\mathbf{M}(\mathbf{D})$ は Damage Effect Tensor とよばれる 4 階のテンソルである。この新たなテンソルを導入することにより、損傷後の材料の有効剛性は次式で与えられる。

$$\mathbf{C}' = [\mathbf{M}^T \mathbf{C} \mathbf{M}]^{-1} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここで、 $\mathbf{C}$ は材料の初期剛性である。本研究ではこの損傷力学の考えを複合材料全体に適用するのではなく、粒子のみに適用して粒子の載荷能力低下を表現する。これにより、はく離損傷だけでなく粒子割れなどの粒子劣化に伴う損傷を幅広く表現できる。 $\mathbf{M}(\mathbf{D})$ としては、Chow & Wang⁽²²⁾が示した式(20)の Damage Effect Tensor を用いる。ここで、 D_1 、 D_2 、 D_3 はそれぞれ負荷方向 (x_1) とこれに垂直方向 (x_2 、 x_3) の損傷変数である。式(20)を用いれば、負荷方向の損傷に対して、垂直方向損傷を任意に変化させることができ、様々な損傷異方性が表現可能である。例えば、全面はく離は $D_1 = D_2 = D_3$ 、 x_1 方向の単軸負荷の場合に発生する部分はく離は $D_1 \neq D_2 = D_3$ と考えればよい。損傷後の複合材料全体の有効剛性は健全粒子・母材樹脂の初期剛性と式(19)、(20)より求めた損傷粒子の有効剛性を式(17)に代入することにより決定できる。

[M(D)] =

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{1-D_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-D_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1-D_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{(1-D_2)(1-D_3)}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{(1-D_1)(1-D_3)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{(1-D_1)(1-D_2)}} \end{bmatrix}$$

..... (20)

4・2 損傷発達則 本研究では、粒子界面強度が比較的低い場合を想定し、損傷モードは界面はく離のみであるとする。また、試験片端面のSEM観察より、損傷初期と破断直前においてははく離角度に明らかな優位性が観測されなかったため、本研究では個々の粒子の部分はく離進行過程よりも、はく離粒子数の増加の方が支配的であると考え、はく離粒子の損傷度を一定にし、はく離粒子数の増加基準について検討した。はく離粒子の増加則は、Wong & Ait-Kadi⁽¹⁰⁾によりエネルギー基準を用いて定式化されている。彼らは、はく離開始条件としてエネルギーバランスを考慮し、はく離によるエネルギー解放量が界面接着エネルギーと等しくなる時はく離が生じるとしている。これを単軸負荷の場合について書くと次式となる。

$$-2 \frac{G_c}{V_0} \left(\frac{dA}{dc} \right) = \varepsilon_{11}^2 \left(\frac{dE}{dc} \right) \quad \text{..... (21)}$$

ここで、 G_c は界面接着エネルギー、 c ははく離していない健全粒子の体積分率、 V_0 は参照体積、 A ははく離面積、 E は複合材の負荷方向ヤング率である。また、全面はく離の場合、健全粒子体積分率の変化とはく離面積変化の間には幾何学的な考察から次式が成り立つ。

$$\frac{dA}{dc} = -\frac{6V_0}{r} \quad \text{..... (22)}$$

ここで r は粒子半径である。今、部分はく離を表すための新たな変数 k を導入し、 k を全面はく離を1としたときの部分はく離面積と定義すると、式(22)は次のように書きなおせる。

$$\frac{dA}{dc} = -k \frac{6V_0}{r} \quad \text{..... (23)}$$

式(21)、(23)より、部分はく離に対する損傷発達則として最終的に次式を得る。

$$\varepsilon_{11}^2 = \frac{12kG_c}{r(dE/dc)} \quad \text{..... (24)}$$

Wong & Ait-Kadiは界面接着強度 G_c が全ての粒子に対して等しいとして、粒子径分布の影響を考察しているが、本研究ではより一般的な場合を想定し、粒子径だけでなく界面強度にもばらつきがあるものとし、これらが複合材料の損傷過程に与える影響について考察する。ばらつきの表現法としては、正規分布を仮定する。以下に解析手順を簡単にまとめておく。

- 1) 粒子径分布と界面接着強度分布を仮定する。
- 2) 損傷変数 D_i を仮定し、はく離した粒子の有効剛性を損傷力学により決定する。
- 3) はく離粒子増分幅 dc を設定し、累積確率密度が1回目は $(1-dc)$ 、2回目以降は $(1-\sum dc)$ に相当する粒子径 r と界面接着強度 G_c を決定する。
- 4) マイクロメカニクスによりはく離粒子が dc だけ増えたときの有効剛性を計算し、初期剛性との差より dE/dc を求める。
- 5) 式(24)より、損傷発達に必要なひずみを算出し、4)で求めた有効剛性より対応する応力を求める。
- 6) はく離が dc だけ増加した状態を初期状態とみなし、3)～5)の手順を繰り返す。

5. 解析結果と考察

本理論の適用例として、粒子はく離を伴う粒子分散材料の単軸引張試験における応力-ひずみ関係とポアソン比変化を予測した結果を示す。尚、解析には実験と同じくガラスビーズと不飽和ポリエステル材料定数を用いた(表2)。また全ての解析において、はく離粒子増分幅 $dc=0.001$ とした。以下では初めに全面はく離の場合について考察し、その後、部分はく離の影響について検討する。

Table 2 Material parameters.

Matrix	Young's modulus E_0 [GPa]	3.0
	Poisson's Ratio ν_0	0.37
Particle	Young's modulus E_1 [GPa]	70
	Poisson's Ratio ν_1	0.22

5・1 粒子径・界面接着強度の影響 全ての粒子について界面接着強度が同じであると仮定し、粒子径分布を変化させた場合の応力-ひずみ線図の予測結果を図5に示す。界面接着強度は $1.0 \text{ [J/m}^2\text{]}$ 、平均粒子

径は $50 [\mu\text{m}]$ とし、粒子径の標準偏差 σ_r を4段階に変化させて比較を行った。図より、標準偏差が小さい場合には損傷開始応力は高くその後の応力低下も激しいが、標準偏差が大きく粒子径のばらつきが大きくなるにつれて損傷開始応力は低下し、その後の応力低下が緩やかになっていく傾向がわかる。この結果は、粒子径のばらつきが大きくなると、比較的是く離しやすい大きな粒子が存在する確率が上がることを反映している。また、 $\sigma_r=25$ の場合には、損傷開始後応力は一旦低下するが、その後再び増加し始めるという特徴的な傾向が見られる。このような傾向は程度の差はあるが、図1の実験結果にも現れている。

次に、粒子界面強度のばらつきの影響を見るために、粒子径を $50 [\mu\text{m}]$ で統一し、界面強度を4段階に変化させたときの解析結果を図6示す。先ほどと同様に界面強度についてもそのばらつきによる影響が明瞭に現れている。傾向は粒子径分布を界面強度分布と読み変えれば先ほどと全く同じである。標準偏差が大きい場合の曲線の傾向も図5と同様であり、実験で見られた損傷開始後の応力-ひずみ曲線の立ち上がりは粒子径分布と界面接着強度分布の両方の効果があるものと思われる。以上のように粒子径分布と界面強度分布は応力-ひずみ関係に大きな影響を与えることは明らかであり、これらを考慮した損傷解析が重要である。

図7は粒子径のばらつきとしてカタログ値 ($r_{av}=50 [\mu\text{m}]$, $\sigma_r=10 [\mu\text{m}]$) を使用し、界面強度分布のばらつきによる傾向を見たものである。ばらつきを増加させるにつれて実験結果に近づいていく傾向が見られる。しかし、界面強度のばらつきを大きく仮定した $\sigma_c=0.5$ の場合でも実験結果を適切に再現することはできなかった。界面強度の平均値 G_{av} を増加させることで多少の改善はみられるが、損傷開始後の応力の立ち上がり傾向は実験値と解析値で明らかな差がみられる。これは、粒子の载荷能力低下を過大に見積もった結果であると考えられる。すなわち、たとえば離が全面に及んでいた場合でも、粒子は圧縮変形に対して抵抗力を示すことが出来るため、はく離粒子のボイドへの置き換えは粒子の载荷能力低下を過大評価していることになる。そこで、次に粒子の損傷度を段階的に変化させた場合の解析を行った。結果を図8に示す。ここでは界面強度特性として図7において最も再現性が良かった値 ($G_{av}=1.0 [\text{J/m}^2]$, $\sigma_c=0.5 [\text{J/m}^2]$) を用いた。図より粒子の損傷度をボイド化 ($D_1=D_2=D_3=1$) の場合の90%にした場合が最も再現性が良いといえる。

Fig.5 Stress-strain curves of composites. Distribution of particle size is different. Interfacial strength $G_c=1.0[\text{J/m}^2]$, average diameter of particle $r_{av}=50[\mu\text{m}]$, $V_f=0.33$

Fig.6 Stress-strain curves of composites. Distribution of interfacial strength is different. Particle diameter $r=50[\mu\text{m}]$, average interfacial strength $G_{av}=1.0[\text{J/m}^2]$, $V_f=0.33$.

Fig.7 Stress-strain curves of composites. Distribution of interfacial strength is different. Average and standard deviation of particle diameter are $r_{av}=50[\mu\text{m}]$, $\sigma_r=10[\mu\text{m}]$, average interfacial strength $G_{av}=1.0[\text{J/m}^2]$, $V_f=0.33$.

Fig. 8 Stress-strain curves of composites. Damage state of particle is different. Average and standard deviation of particle diameter are $r_{av}=50[\mu m]$, $\sigma_r=10[\mu m]$, average and standard deviation of interface strength are $G_{av}=1.0[J/m^2]$, $\sigma_G=0.5[J/m^2]$, $V_f=0.33$.

以上で示した結果は、損傷モードをばく離に限定し、全面はく離の発生による損傷過程を再現したものである。図 7, 8 において解析値が 1.0% はずみ付近で途切れているのは、この時点ではく離による損傷がほぼ終了しており、これ以降の損傷進展が表現できないためである。したがって、実験値にみられた 1.0% はずみ以降の応力低下は、図 3 に示したような母材のき裂損傷によるものと思われる。母材き裂の影響を考慮したより詳細な損傷解析のためには、粒子だけでなく母材の弾性定数を適切に低下させていく必要があり、更なる理論的検討が必要である。

5・2 損傷異方性の評価（部分ばく離の影響）

前節では全面はく離を仮定し、損傷した粒子をボイドに置き換えるという従来からの手法にならい解析した例を示したが、先にも述べたように粒子のばく離は部分的な場合も少なくない。このような損傷は異方性の原因と考えられ、正確な損傷解析を行うために考慮しなければならない要素である。

図 9, 10 は粒子の負荷方向損傷変数 D_1 に対して垂直方向損傷変数 D_2 , D_3 を変化させた場合の解析結果である。尚、 D_1 は前節の考察からボイド化の場合の 90% ($D_1=0.9$) とした。損傷異方性は応力-はずみ線図（図 9）にさほど大きな影響を与えないことが分かる。ところが、ポアソン比変化（図 10）においては、損傷異方性の影響が明確に現れており、粒子の損傷異方性の高いものほどポアソン比が大きく変化している。実験結果との比較より、 $D_2=D_3=0.6\sim0.7$ の場合が実験値との対応がよい。最小二乗法により実験値を最適に表現できる損傷変数を探索した結果（ $D_1=0.9$ とし D_2, D_3 を探索）、損傷変数の最適値と

して $D_2=D_3=0.69$ を得た。なお、図 9, 10 では発生するはく離が部分的であるため、損傷発達則（式 (24)）の k は 1 ではないが、ここでは kG_c の平均値 $1.0 [J/m^2]$ 、標準偏差 $0.5 [J/m^2]$ として計算を行った。 k の値は部分ばく離面積に依存するため特定できないが、全面はく離に比べてはく離面積が小さくなるため、実質の界面強度は $1/k$ 倍になっていることに注意すべきである。

図 11 は $V_f=33\%$ において決定した損傷変数の最適値（ $D_1=0.9$, $D_2=D_3=0.69$ ）を用いて粒子体積分率の異なる場合を再現した結果である。ここで、 kG_c の値は図 9, 10 と同じ値を用いた。いずれの粒子体積分率においても同じ損傷変数を用いて実験結果の傾向をほぼ適切に再現できている。 $V_f=44\%$ では損傷開始直後において多少のずれが見られるが、その後の変化傾向は良好に表現できている。

Fig. 9 Stress-strain curves of composites. Degree of damage induced anisotropy is different. Average and standard deviation of particle diameter are $r_{av}=50[\mu m]$, $\sigma_r=10[\mu m]$, average and standard deviation of kG_c are $(kG_c)_{av}=1.0[J/m^2]$, $\sigma_{kG}=0.5[J/m^2]$, $V_f=0.33$.

Fig. 10 Variation in Poisson's ratio of composites. Degree of damage induced anisotropy is different. Average and standard deviation of particle diameter are $r_{av}=50[\mu m]$, $\sigma_r=10[\mu m]$, average and standard deviation of kG_c are $(kG_c)_{av}=1.0[J/m^2]$, $\sigma_{kG}=0.5[J/m^2]$, $V_f=0.33$.

Fig.11 Comparison of damage induced anisotropy between experimental results and theoretical predictions for different particle volume fractions. The same damage variables were used for predictions ($D_1=0.9$, $D_2=D_3=0.69$).

以上の結果より、粒子単体の損傷異方性は粒子体積分率によらずほぼ同一とみなせる。したがって、図11に見られるポアソン比変化の粒子量依存性は、単に粒子量増加に伴う損傷量の増加を反映したものと考えられる。これは次のように考えると理解できる。非損傷時には複合材料の巨視的ポアソン比は粒子と母材樹脂のポアソン比を体積分率に応じて平均化した値になると考えられる。ここで粒子が部分的にはく離し損傷異方性が現れると、粒子近傍の変形は負荷方向で顕著となるため、粒子の見かけのポアソン比は低下することになる。粒子体積分率の多い材料ほど部分はく離も多く発生し、見かけのポアソン比が低下した粒子を多く含むため、複合材料の巨視的なポアソン比がより大きく変化したものと思われる。

6. 結 言

粒子分散複合材料の損傷発達過程を解析する手法として、マイクロメカニクスと損傷力学の複合理論を提案し、その有効性について検討した。本研究では損傷力学を複合材料全体に対してではなく強化材粒子のみに適用し、マイクロメカニクスと融合させた。これにより、部分はく離や粒子破壊など異方性を持つ多様な粒子損傷に伴う複合材劣化の表現を可能にした。本理論を用いてガラスビーズ・不飽和ポリエステル複合材の損傷を解析した結果、応力ひずみ線図だけでなく、損傷異方性の現れであるポアソン比変化も良好に再現できることが分かり、本理論の有効性が確認された。また解析結果より、①粒子径や界面接着強度のばらつきが応力ひずみ線図に大きな変化をもたらす

こと、②粒子は全面はく離後も載荷能力を完全に失わないこと、③粒子単体の異方性は粒子体積分率によらずほぼ同一とみなせることを示した。さらに、実験結果より粒子量が多くなるほど損傷異方性が強まる傾向にあることを示した。

文 献

- (1) L. E. Nielsen, *J. Comp. Mater.*, 1 (1967), 100-119.
- (2) J. Lee and A. F. Yee, *Polymer* 41 (2000), 8363-8373.
- (3) K. Tohgo, N. Suzuki and H. Ishii, *Int. J. Damage Mech.*, 5 (1996), 150-170.
- (4) T. Mura, *Micromechanics of Defects in Solids* (1982), Kluwer academic publishers.
- (5) G. J. Weng, *Int. J. Engng Sci.*, 22 (1984), 845-856.
- (6) G. P. Tandon and G. J. Weng, *J. Appl. Mech.*, 1.53 (1986), 511-518.
- (7) Y. Benveniste, *Mechanics of Materials*, 6 (1987), 147-157.
- (8) L. A. Vratsanos and R. J. Farris, *Polymer Engng Science*, 33 (1993), 1458-1465.
- (9) J. W. Ju and T. M. Chen, *Acta Mech.*, 103 (1994), 103-121.
- (10) F. C. Wong and A. Ait-Kadi, *J. Appl. Polymer Science*, 55 (1995), 263-278.
- (11) F. C. Wong and A. Ait-Kadi, *J. Comp. Mater.*, 31 (1997), 104-127.
- (12) 曹永太, 東郷敬一郎, 石井仁, 機論 A, 62-600, (1996), 1903-1909.
- (13) 東郷敬一郎, 曹永太, 機論 A, 65-631, (1999), 100-108.
- (14) J. D. Eshelby, *Proc. R. Soc. A*, 241 (1957), 376-396.
- (15) T. Mori and K. Tanaka, *Acta Met.*, 21 (1973), 571-574.
- (16) T. Mura and P. C. Cheng, *J. Appl. Mech.*, December (1977), 591-594.
- (17) M. Taya and T. W. Chou, *Int. J. Slids Structures*, 17 (1981), 553-563.
- (18) K. Wakashima, M. Otsuka and S. Umekawa, *J. Comp. Mater.*, 8 (1974), 391-404.
- (19) A. Wada and S. Motogi, *Materials Science Research International - Special Technical Publication*, 2 (2001), 276.
- (20) J. Fitoussi, N. Bourgeois, G. Guo and D. Baptiste, *Computational Materials Science*, 5 (1996), 87-100.
- (21) R. Hill, *J. Mech. Phys. Solids*, 13 (1965), 213-222.
- (22) C. L. Chow and J. Wang, *Int. J. Fract.*, 33 (1987), 3-16.
- (23) J. Zhou and Y. Lu, *Engng Fract. Mech.*, 40 (1991), 499-506.
- (24) T. J. Lu and C. L. Chow, *J. Reinforced Plastics and Composites*, 11 (1992), 494-536.
- (25) Y. N. Radayev, 村上澄男, 早川邦夫, 機論 A, 60-580 (1994), 68-76.
- (26) Y. Kanagawa, S. Murakami and T. Mizobe, *J. Engng Mater. Tech.*, 120 (1998), 13-18.
- (27) 和田明浩, 元木信弥, 福田武人, 機論 A, 64-622 (1998), 1493-1508.