軸圧縮荷重を受ける有孔薄肉正方形短柱鋼管の 局部座屈強度に関する実験的研究*

(第2報, 正方形開口—対角線が荷重辺と平行な場合)

北澤 敏行^{*1}, 貝谷 浩介^{*2}

Experimental Studies on the Local Buckling Strength of Short Carbon Steel Thin-Walled Square Pipes with a Hole Subjected to Axial Compressive Load (2nd Report, Square Hole—In the Case of Diagonal Line Parallel to the Load Side)

Toshiyuki KITAZAWA^{*3} and Kousuke KAIYA

^{*3} Department of Mechanical Engineering, Tokai University,
1117 Kitakaname, Hiratsuka-shi, Kanagawa, 259-1292 Japan

This paper is concerned with an axial compressive experiment on carbon steel thin-walled square pipes with a square hole in a short column range, supported with spherical seat. A diagonal line of the square hole parallels to the direction of the compressive load. It was found that the collapse of these carbon steel square pipes occurred as the local buckling of the flat wall with a hole. The buckling stress decreased as the open ratio increased. Consideration has been given to an empirical formula with the combination of the analysis based on the energy method with the experimental result. The result shows that this formula is in good agreement with those obtained experimentally for various ratio.

Key Words: Buckling, Combined Stress, Experimental Stress Analysis, Strength, Collapse, Axial Compressive Load, Square Hole, Carbon Steel Square Pipes

1. 緒 言

構造物の軽量化あるいは、構造上の必要性から構造物の一部に種々の形状の開口を設ける場合がある。筆者は既報で細長比が10以下の開口部を有する薄肉正方形短柱鋼管の軸圧縮座屈問題として、円開口および正方形開口（一辺が荷重辺と平行な場合）を有する場合について座屈実験を行い、座屈応力に影響を及ぼす主パラメータの解明と座屈応力を求めるための計算式の提案を行った^{(1), (2)}。

本研究は、前報で報告した開口の一辺が荷重辺と平行な場合の座屈問題の続報である⁽²⁾。すなわち、細長比が10以下の壁面中央に開口の対角線が荷重辺と平行な正方形開口を有する正方形短柱鋼管（以下、有孔正方形鋼管と称する）において、無開口の場合の正方形短柱鋼管（以下、正方形鋼管と称する）の重心点

に軸圧縮が作用する場合の座屈実験を行ったものである。前報⁽²⁾と同様、座屈応力に影響を及ぼす主パラメータの実験的解明を行った。また、本問題を周辺単純支持の有孔正方形平板の塑性座屈問題として、平板のエネルギー式を用いて座屈解析を行い、実験結果を考慮に入れ、座屈応力を求めるための実験式と設計図表の提案を行った。

2. 実 験

2.1 試験片 本実験で用いた試験片は市販品の正方形断面の一般構造用角形鋼管（STKR400）であり、その形状は、図1に示すように壁面中央に対角線が荷重辺と平行な正方形開口を有する壁面を1個持つものである。主要寸法およびJIS-5号試験片による引張試験結果を表1および表2に示す。表1中の λ は細長比（ $\lambda = c/s$ と定義する。ただし、 c : 試験片の長さ、 s : 断面二次半径）を示す。また、以下、 b/c および b/ρ をそれぞれ開口比およびコーナー比と称する。

2.2 実験装置および方法 本実験で使用した実験装置の概略図を図2に示す。実験装置、支持条件（両

* 原稿受付 2002年7月8日。

^{*1} 正員、東海大学工学部(〒259-1292 平塚市北金目1117)。^{*2} 川崎重工業(株)東京設計事務所(〒136-8588 東京都江東区南砂2-11-1)。

E-mail: kki@keyaki.cc.u-tokai.ac.jp

Table 1 Dimension of specimen

c (mm)	L (mm)	t (mm)	r (mm)	λ	b/c	b/ ρ
58.4	159.4	1.6	3.0	2.4	0.17 - 0.51	3.3 - 30.0

Table 2 Mechanical properties of specimen

Material	Tensile strength (MPa)	Yield point (MPa)	Reduction of area (%)	Elongation (%)
STKR400	452	437	53	36

Fig.1 Shape of specimen

端球座支持), 荷重条件 (軸圧縮荷重) および荷重位置 (正方形鋼管の重心点 O) は前報⁽²⁾と同じであるので説明は省略する. 実験は, 試験片①に圧縮荷重 P を加え, 圧縮荷重 P が最大値を示し, 減少始めるまで行い, 各圧縮荷重 P に対する縦ひずみ ε をひずみゲージ式の変位形⑥で, また, 各壁面の横たわみ δ_n をダイヤルゲージ⑧で測定した. なお, 実験中の最大の圧縮荷重値を, 以下, 本論文においても, 前報⁽²⁾と同様圧縮崩壊荷重と称する. 座屈荷重は, 3.1 節で詳細に述べるが, 平板の座屈荷重の決定法として良く知られている δ^2 法により決定した⁽⁹⁾. また, 座屈モードの測定方法は前報⁽²⁾と同じであるので説明は省略する.

3. 実験結果および考察

3.1 圧縮荷重と崩壊荷重 圧縮荷重 P と横たわ

Fig.2 Experimental apparatus

み δ_n との関係例を図3に, 偏心側開口壁面の崩壊モデル例 (正方形開口において一辺が荷重辺と平行な場合も含めて) を図4に示した. また, 座屈モードの測定例を図5に示した. なお, 図5においての○印は x 軸および y 軸上の座屈発生時近傍の横たわみの各測定点の実測値 w を開口近傍部 A o 点の測定値 w_o で無次元化した値, すなわち, w/w_o を示し, 実線は後に示す式 (2) による計算値を示す. 本実験の結果によれば, 図3に示すように, 圧縮荷重 P が最大値に達すると同時に, 開口径の影響により, 開口壁面 A の開口部近傍に局部的な変形, すなわち, 壁面座屈を起こし全体の崩壊を引き起こしている (図4および図5参照). この崩壊状況より, 座屈荷重の決定に当たっては, 前報⁽²⁾と同様 δ^2 により決定した⁽³⁾. その決

Fig.3 Relation between P and δ_n

Fig.6 Determination of buckling loads

Fig.4 Collapse mode of wall with a hole

Table 3 Collapse compressive and buckling load

c (mm)	b/c	b/ρ	Collapse compressive load (kN)	Buckling load (kN)
58.4	0	0	120.0	120.0
	0.17	10.0	117.7	118.0
	0.34		112.8	113.0
	0.51		103.4	104.0

Fig.5 Buckling mode of wall with a square hole

Fig.7 Relation between σ_{crh}/σ_{cr} and b/c

定例を図6に示す。また、表3に圧縮崩壊荷重と座屈荷重との比較例を示す。本実験の結果によれば、本実験の範囲内において、表3に示すように、圧縮崩壊荷重と座屈荷重はほぼ一致しており、『平板の塑性座屈のときは、實際上、座屈荷重に一致する』と言われていることとも合致する⁽⁴⁾。以上述べた実験結果は既報の円開口⁽¹⁾および一辺が荷重辺と平行な正方形開

口を有する場合⁽²⁾とよく類似しており、本問題は、開口壁面の局部座屈（塑性座屈）問題と考えられる。なお、試験片は電縫管で、溶接線の位置はほぼ壁面中央にあり、溶接部を有する壁面に開口がある場合と他壁面に開口がある場合の座屈荷重はほぼ一致し、溶接部の影響は見られなかった。

3.2 開口比の影響 図7および図8に座屈応力

Fig.8 Relation between σ_{crh}/σ_{cr} and b/ρ

比 σ_{crh}/σ_{cr} と開口比 b/c およびコーナー比 b/ρ との関係を示す。ここで、 σ_{crh} および σ_{cr} はそれぞれ、軸心圧縮荷重を受ける有孔正方形鋼管および正方形鋼管の座屈応力を示す。本実験の結果によれば、図7および図8に示すように、座屈応力比 σ_{crh}/σ_{cr} は開口比 b/c に依存し開口比 b/c の増加に伴って減少する。また図7に示すように、同じ開口比 b/c の開口の対角線が荷重辺と平行な正方形開口の場合と開口の一边が荷重辺と平行な正方形開口および円形開口の場合の座屈応力比 σ_{crh}/σ_{cr} はほぼ一致している。なお、図8に示すように、同じ開口比 b/c に対してコーナー比 b/ρ の座屈応力比 σ_{crh}/σ_{cr} への影響はなく前報の開口の一边が荷重辺と平行な正方形開口の場合⁽²⁾と同様一定である。このことは、座屈応力比 σ_{crh}/σ_{cr} への影響の主パラメータは開口比 b/c であることを意味する。従って、本問題を解析する場合は開口比 b/c の影響を考慮すればよいと考えられる。また、図7および図8に示す実験データは試験片10本の平均値を示したものであるが、全実験データは平均値の±1%以内である。なお、図7および図8の実線については次節で詳細に述べる。

3.3 実験式の検討 以上の検討結果より、本問題を前報の開口の一边が荷重辺と平行な正方形開口の場合⁽²⁾と同様、周辺単純支持の有孔正方形平板の塑性座屈問題として、平板のエネルギー式を用いて座屈応力を求めるための計算式と設計図表を検討する。まず、エネルギー法で計算式を検討する前に図7より、最小二乗法により座屈応力比 σ_{crh}/σ_{cr} と開口比 b/c との関係式(実験式)を検討した。その結果、次式を得た。

Fig.9 Coordinates of wall

$$(\sigma_{crh}/\sigma_{cr})^2 + (b/c)^2 = 1.0 \quad \dots (1)$$

図7中の実線は式(1)による計算値を示し、式(1)は既報の円形開口⁽¹⁾および前報の開口の一边が荷重辺と平行な正方形開口を有する場合⁽²⁾と同一式である。

次に、荷重方向を y とし、開口壁面 A の座標を図9のように取り、座屈波形 w を前報⁽²⁾および先に示した座屈モード例(図5参照)を参考とし、開口比 b/c の微小範囲において成り立つものとして次式のように仮定する。

$$w = -\sum_j a_j \cos(m_j/c) \pi x \cos(n_j/c) \pi y \quad \dots (2)$$

$$j=1, 2, 3, m_j, n_j = 1, 3, 5, 7, \dots$$

ここで、式(2)中の係数 m_j, n_j は開口比 b/c によって決定される係数あり、本論文においても、前報⁽²⁾と同様、各開口比 b/c に対する測定値や開口壁面の変形状態を参考にして決定した。また、式(2)中の計数 a_j は後に示すエネルギー式(3)において σ_y を最小にする係数であり、この値が座屈応力 σ_{crh} である。なお、図5中の実線は、 σ_{crh} を最小にする場合の係数 a_j を式(2)に代入して計算した結果を示す。図5に示すように、座屈モードは実測値と式(2)による計算結果は近似している。

圧縮応力 σ_y 、すなわち、圧縮荷重 $N_y = \sigma_y \cdot t$ が作用する場合の開口壁面のエネルギー式は次式で与えられる⁽²⁾。

$$\sigma_y = \frac{(D/2) \iint \{k_1 - 2(1-\nu)k_2\} dx dy}{-(t/2) \iint (k_3 + k_4 + 2k_5) dx dy} \quad \dots (3)$$

ただし、

$$k_1 = (\partial^2 w / \partial x^2 + \partial^2 w / \partial y^2)^2$$

$$k_2 = \partial^2 w / \partial x^2 \cdot \partial^2 w / \partial y^2 - (\partial^2 w / \partial x \cdot \partial y)^2$$

$$k_3 = (\sigma_x / \sigma_y) (\partial w / \partial x)^2$$

$$k_4 = (\sigma_y / \sigma_x) (\partial w / \partial y)^2$$

$$k_5 = (\tau_{xy} / \sigma_y) (\partial w / \partial x \cdot \partial w / \partial y)$$

ここで、 σ_x 、 σ_y および τ_{xy} は開口の対角線が荷重辺と平行な場合の正方形開口を有する壁面の応力分布を示し、荷重辺の圧縮応力 σ_y の共通因数である。応力分布の計算は有限要素法 (FEM) ⁽⁵⁾ を用いて行い、数値積分は三角形の三次の公式 ⁽⁶⁾ を用いて行った。また、式 (3) 中の D は平板の曲げ剛性であり、本問題は塑性域の問題であるから、次式で与えられる ⁽¹⁾。

$$D = E_c \cdot t^3 / \{12(1 - \nu^2)\} \quad \dots \dots \dots (4)$$

ここで、 E_c は相当弾性係数であり ⁽¹⁾、 ν はポアソン比である。平板の塑性座屈に対する板厚 t と板幅 c に対する考え方は関谷らの著書を参考とされたい ⁽⁷⁾。

座屈値は式 (3) の最小値を求めることにより得られる。式 (2) を式 (3) に代入すれば、

$$\sigma_y = -(D/t)(\pi/c)^2 (I_1/I_2) \quad \dots \dots \dots (5)$$

ここで、 $\eta = -(D/t)(\pi/c)^2$ とおけば、式 (5) は

$$\sigma_y = \eta \cdot (I_1/I_2) \quad \dots \dots \dots (6)$$

ただし、

$$I_1 = G_1 a_1^2 + G_2 a_1 a_2 + G_3 a_2^2 + G_4 a_2 a_3 + G_5 a_3^2 + G_6 a_1 a_3$$

$$I_2 = G_7 a_1^2 + G_8 a_1 a_2 + G_9 a_2^2 + G_{10} a_2 a_3 + G_{11} a_3^2 + G_{12} a_1 a_3$$

また、ここで、 G_n は式 (3) を二重積分することにより得られる係数である。式 (5)、すなわち、式 (6) において、 σ_y を最小にするように a_1 、 a_2 および a_3 を求めれば、座屈応力 σ_{crh} が求められる。式 (6) が最小値を持つための条件は、

$$\begin{aligned} \eta(\partial I_1 / \partial a_1) - \sigma_y(\partial I_2 / \partial a_1) &= 0 \\ \eta(\partial I_1 / \partial a_2) - \sigma_y(\partial I_2 / \partial a_2) &= 0 \\ \eta(\partial I_1 / \partial a_3) - \sigma_y(\partial I_2 / \partial a_3) &= 0 \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (7)$$

である。これをマトリックス表示すれば、

$$\begin{Bmatrix} N_{11} & N_{12} & N_{13} \\ N_{21} & N_{22} & N_{23} \\ N_{31} & N_{32} & N_{33} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{Bmatrix} = 0 \quad \dots \dots (8)$$

ただし、

$$\begin{aligned} N_{11} &= 2(\eta G_1 - \sigma_y G_7) \\ N_{12} &= N_{21} = (\eta G_2 - \sigma_y G_8) \\ N_{13} &= N_{31} = (\eta G_6 - \sigma_y G_{12}) \\ N_{22} &= 2(\eta G_3 - \sigma_y G_9) \\ N_{23} &= N_{32} = (\eta G_4 - \sigma_y G_{10}) \\ N_{33} &= 2(\eta G_5 - \sigma_y G_{11}) \end{aligned}$$

Fig.10 Relation between K_o/K and b/c

ここで、行列式が零のときのみ a_1 、 a_2 および a_3 に対して零以外の解を与える。すなわち、行列式を零とおけば、 σ_y の三次の方程式が得られ、この解の最小値を求めれば、座屈応力 σ_{crh} が求められる。各開口比 b/c に対する係数項を K_o で表示すれば、座屈応力 σ_{crh} は次式で与えられる。

$$\sigma_{crh} = K_o (D/t) (\pi/c)^2 \quad \dots \dots \dots (9)$$

式 (9) を正方形鋼管の座屈応力 σ_{cr} で無次元化すれば、

$$\sigma_{crh} / \sigma_{cr} = K_o / K \quad \dots \dots \dots (10)$$

ここで、係数 K は正方形鋼管の座屈応力係数であり $K=4.0$ である ⁽⁸⁾。

次に、係数 K_o について検討する。図 10 に係数比 K_o/K と開口比 b/c との関係を示した。図 10 においての点線は式 (10) を式 (1) に代入して計算、すなわち、次式による計算結果を示す。

$$(K_o/K)^2 + (b/c)^2 = 1 \quad \dots \dots \dots (11)$$

また、実線は有限要素法 (FEM) により応力分布を計算した場合を示し、開口比 b/c が 0.4 以下の範囲においてよい一致が見られる。開口比 b/c が 0.4 以上については、0.4 以下と比較して開口部近傍に大変形が生じており、式 (2) では表示は困難である。開口比 b/c が 0.4 以上については、今後の検討課題とした。

以上の検討結果より、式 (9) ~ 式 (11) および図 10 は開口比 b/c が 0.4 以下の範囲で有効な設計式および設計資料であることを示している。また、本問題も円開口 ⁽¹⁾ および開口の一边が荷重辺と平行な正方形開口を有する場合 ⁽²⁾ と同様、周辺単純支持の有孔正方

形平板の塑性座屈問題として取り扱いが出来るものと考えられる。

4. 結 論

開口の対角線が荷重辺と平行な正方形開口を有する正方形短柱鋼管について、開口径、開口角部の形状が座屈強度に及ぼす影響について実験的に検討を行った。本研究で得られた結果を要約すると次の通りである。

(1) 試験片が耐えた最大の圧縮荷重値 (圧縮崩壊荷重) と座屈値とはほぼ一致する。また、円開口⁽¹⁾および開口の一边が荷重辺と平行な正方形開口の場合⁽²⁾と同様、開口壁面の開口部近傍に局部的な壁面座屈が生じ全体が崩壊する。

(2) 座屈応力比 $\sigma_{crh} / \sigma_{cr}$ は開口比 b/c に依存し、開口比 b/c の増加に伴って減少する。また、座屈応力比 $\sigma_{crh} / \sigma_{cr}$ はコーナー比 b/ρ の影響はなく、同じ開口比 b/c の円開口⁽¹⁾および開口の一边が荷重辺と平行な正方形開口の場合⁽²⁾とよく一致する。

(3) 本問題を周辺単純支持の有孔正方形平板の塑性座屈問題として扱いエネルギー法を用いて解析した。座

屈応力を求める方法として、開口比 b/c が 0.4 以下で実用上有効と考えられる計算式 (実験式) と設計図表を提案した。この提案式は、既報で提案した軸心圧縮荷重を受ける円開口⁽¹⁾および開口の一边が荷重方向と平行な正方形開口⁽²⁾を有する有孔正方形短柱鋼管と同一式である。

文 献

- (1) 北澤敏行・加古一郎, 機論, 52-481, A(1986), 2235-2241.
- (2) 北澤敏行, 機論, 63-615, A(1997), 2406-2410.
- (3) 吉識正夫・ほか2名, 造船学会論文集, 22(1967)137-145.
- (4) 山本善之, 機誌, 60-467(1957), 1359-1368.
- (5) 鷺津久一郎・ほか4名, 有限要素法ハンドブック I, (1976), 243. 倍風館.
- (6) 赤坂隆, 数値計算 (応用数学講座第7巻), (1980), 176. コロナ社.
- (7) 関谷 壮・他1名, 薄板構造力学, (1976) 274. 共立出版
- (8) 倉西正嗣, 日本航空学会誌, 23-53(1935), 55-86.