温度揺らぎ下円筒環状き裂の過渡応力拡大係数無次元解*

飯 井 俊 行^{*1}, 渡 邊 勝 彦^{*2}

Normalized Stress Intensity Factor Solution of an Inner-Surface Circumferential Crack in an Hollow Cylinder under Thermal Stripping

Toshiyuki MESHII^{*3} and Katsuhiko WATANABE^{*3} Department of Mechanical Engineering, Fukui University, 3-9-1 Bunkyo, Fukui-shi, Fukui, 910-8507 Japan

In this paper we analyze the stress intensity factor (SIF) of an inner-surface circumferential crack in a finite-length cylinder under thermal stripping. The edges of the cylinder were rotation-restrained and the outer surface was adiabatically insulated. Inner surface of the cylinder was heated by a fluid with sinusoidal temperature fluctuation. We combined an analytical temperature solution for the problem and our SIF evaluation method for the crack, and as a result, showed that the transient SIF solution can be expressed in a generalized form by dimensionless parameters such as mean radius to wall thickness ratio R_m/W , Biot number B , normalized stripping frequency Ω and Fourier number F_0 . Finally, normalized SIF ranges for the 1st cycle and steady state were given for these dimensionless parameters in tables.

Key Words: Fracture Mechanics, Stress Intensity Factor, Thermal Stress, Thermal Stripping, Circumferential Crack

1. 緒 言

近年原子力プラントの配管において温度が異なる冷却材が合流する領域にて発生する周期的な温度変化(温度揺らぎ)下発生する繰り返し熱応力により欠陥が発生・進展した事例が報告されている⁽¹⁾。このような温度揺らぎ現象の発生を予測することが困難であることを考慮すると、今後温度揺らぎ下で万一欠陥が発生した場合のことを考え、各種き裂形状に対する応力拡大係数(K値)解をそろえておくことは重要である。そこで本研究ではまずは図1に示す外面を断熱された円筒内を流れる流体温度が一定の温度変化幅 ΔT で周期的に変動する場合につき端部を回転拘束された円筒内表面環状き裂(円筒環状き裂)のK値解を求めることにした。このK値は構造、伝熱のみならず温度揺らぎ周波数など多くのパラメータが影響するが、これを必要最小限の無次元量により一般的な形に整理をすることにした。

Fig. 1 Circumferentially cracked cylinder under thermal stripping

ところで著者らはこれまでに T_f が変化幅 $(2\Delta T)$ のステップ状温度変化の場合につき当該問題を等温弾性問題におきかえ、当該き裂の過渡K値 K_{cy} を各種構造、伝熱条件に対し容易に求めることができる簡易評価法を提案している⁽²⁾⁽³⁾。この手法によればある時刻の当該K値は温度分布を与えれば求まり、このK値が円筒材料のヤング率 E 、線膨張係数 α 、肉厚 W ²、流体の温度変化幅 $2\Delta T$ に比例すること、そしてこのK値に構造パラメータのうち円筒平均半径肉厚比 R_m/W 、アスペクト比 H/W 、また影響は小さ

* 原稿受付 2002 年 7 月 29 日。

^{*1} 正員, 福井大学工学部 (〒910-8507 福井市文京 3-9-1)。

^{*2} 正員, 東京大学生産技術研究所 (〒153-8505 東京都目黒区駒場 4-6-1)。

E-mail: meshii@mech.fukui-u.ac.jp

いもののポアソン比が影響を及ぼすことを明らかにしている⁽²⁾⁽³⁾。従って温度揺らぎ下円筒の過渡温度解を解析的に求め、この解について無次元整理を行うことができれば所要のK値解を一般化できると考えた。以下温度揺らぎ下円筒の過渡温度分布について段階的に考察し、最終的に温度揺らぎ下所要のK値を一般化することを目指した。

2 温度揺らぎ下円筒の過渡温度解

2・1 温度揺らぎ下円筒の過渡温度分布の解析解
内・外半径が各々 r_i , r_o 、外面を断熱され、初期状態において一様温度 T_m (時刻 $t < 0$) である長い円筒が内表面をその温度が $T_m + T_f(t)$ と変動する流体により熱伝達率 h = 一定の条件下軸対称加熱されると、この円筒温度の初期温度からの変化量を $u(r, t)$ とする (図1)。ここに円筒材料の熱伝導率 λ と温度伝導率 κ は温度によらず一定であるとする。

$T_f(t) = T_0 = \text{constant}$ ($t \geq 0$) の場合については Carslaw と Jaeger が解析解を求めているので⁽⁴⁾, $T_f(t) = \Delta T \sin \omega t$ の場合に対する所要の温度解 $u(r, t)$ を求める手法として彼らの解析解に対し Duhamel の定理⁽⁴⁾ を適用することが考えられる。しかしこの手法により求めた $u(r, t)$ は境界近傍の収束性がよくなかったため、以下固有関数展開法⁽⁵⁾により所要の $u(r, t)$ を求めることにした。解くべき式は次の通りであり⁽⁴⁾,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (1)$$

$$R_n(r) = \frac{2\alpha_0 r_i}{\rho_n^2} \frac{\{Y_0(\rho_n r_i) - \beta_n Y_0(\rho_n r_i)\} \{J_0(\rho_n r) - \beta_n Y_0(\rho_n r)\}}{\rho_n^2 \{J_0(\rho_n r_o) - \beta_n Y_0(\rho_n r_o)\}^2 - r_i^2 \{1 + (\alpha_0 / \rho_n)^2\} \{J_0(\rho_n r_i) - \beta_n Y_0(\rho_n r_i)\}^2} \quad (7)$$

以上により, $T_f(t) = \Delta T \sin \omega t$ ($t \geq 0$) の場合に対する所要の解は以下のように求まる。

$$\frac{u(r, t)}{\Delta T} = \sin \omega t + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega R_n(r)}{(\kappa \rho_n^2)^2 + \omega^2} \left\{ \kappa \rho_n^2 \left(e^{-\kappa \rho_n^2 t} - \cos \omega t \right) - \omega \sin \omega t \right\} \quad (8)$$

なおこの固有関数導出に際し、円筒関数の直交性を利用した⁽⁶⁾。

2・2 過渡温度解の一般化 まず固有値を無次元化し n 番目の無次元固有値を $\rho_n r_i \equiv x_n$ とし, $\alpha_0 r_i \equiv B$ とおき, また $W/r_i \equiv \phi$, $\eta \equiv (r - r_i)/W$ ($0 \leq \eta \leq 1$) とおくことにより円筒肉厚内の位置を無次元表示することにより固有関数 R_n の無次元表示を行う。ここに B は Biot 数である点に注目したい。この場合 $\rho_n r_o = (1 + \phi)x_n$, $\rho_n r = (1 + \phi\eta)x_n$ である。これらを式(6)に代入し次式を得る。

$$x_n [J_1(x_n) Y_1((1 + \phi)x_n) - J_1((1 + \phi)x_n) Y_1(x_n)] + B [J_0(x_n) Y_1((1 + \phi)x_n) - J_1((1 + \phi)x_n) Y_0(x_n)] = 0 \quad (9)$$

同様に式(7)にこれらの無次元量を代入し、その上で式(6)の関係をを用いて整理し次式を得る。

$$R_n(\eta) = 2\pi^2 x_n \frac{\{J_1((1 + \phi)x_n) Y_1(x_n) - J_1(x_n) Y_1((1 + \phi)x_n)\} \{J_1((1 + \phi\eta)x_n) Y_0((1 + \phi\eta)x_n) - J_0((1 + \phi\eta)x_n) Y_1((1 + \phi)x_n)\}}{-4 + \pi^2 (B^2 + x_n^2) \{J_1((1 + \phi)x_n) Y_0(x_n) - J_0(x_n) Y_1((1 + \phi)x_n)\}^2} \quad (10)$$

以上、式(9)、(10)により

1) 無次元量 ϕ (構造), B (熱伝達) を定めると無次元固有値 x_n が求まる

境界条件・初期条件は次のように与えられる。

$$\lambda \frac{\partial u}{\partial r} \bigg|_{r=r_o} = 0 \quad 0 < t < \infty \quad (2)$$

$$-\lambda \frac{\partial u}{\partial r} \bigg|_{r=r_i} = h(T_f - u) \quad 0 < t < \infty \quad (3)$$

$$u(r, 0) = 0 \quad r_i \leq r \leq r_o \quad (4)$$

境界条件式(3)が非斉次であるので、これを斉次とするべく関数 $U(r, t) \equiv u(r, t) - T_f(t)$, $f(t) \equiv -dT_f(t)/dt$ および定数 $U_0 \equiv -T_f(0)$, $\alpha_0 \equiv h/\lambda$ を導入する⁽⁵⁾。このとき固有関数展開法により得られる解の一般形は式(5)として与えられる。

$$u(r, t) = T_f(t) + \sum_{n=1}^{\infty} R_n(r) \left\{ U_0 e^{-\kappa \rho_n^2 t} + \int_0^t e^{-\kappa \rho_n^2 (t-\tau)} f(\tau) d\tau \right\} \quad (5)$$

固有値 ρ_n は次の式の正根であり ($\rho_n \leq \rho_{n+1}$)、この固有値は Carslaw and Jaeger がステップ状温度変化の問題に対し逆ラプラス変換法により導いたもの⁽⁴⁾と当然のことながら一致する。

$$J_1(\rho_n r_o) [Y_0(\rho_n r_i) \alpha_0 + Y_1(\rho_n r_i) \rho_n] = Y_1(\rho_n r_o) [J_0(\rho_n r_i) \alpha_0 + J_1(\rho_n r_i) \rho_n] \quad (6)$$

そして所要の固有関数は $R_n(r)$ は $\beta_n = J_1(\rho_n r_o) Y_1(\rho_n r_o)$, J_0 , J_1 を各々0, 1 次の第1種ベッセル関数, Y_0 , Y_1 を各々0, 1 次の第2種ベッセル関数として、次のように求まった。

2) $\phi = 1/(R_m/W - 1/2)$ であるので, R_m/W と B を定めると x_n が求まり、固有関数が $R_n(\eta)$ (ここに $0 \leq \eta \leq 1$) として無次元表示できる

最後に時間項について考える。ここで基準周波数を $f \equiv \kappa r_i^2$, 無次元角周波数 $\Omega \equiv \omega(2\pi f)$, フーリエ数 $F_0 \equiv f t$ とすると,

$$\omega t = (2\pi f \cdot \Omega) \cdot (F_0 / f) \dots\dots\dots(11)$$

$$\frac{\kappa \rho_n^2}{\omega} = \frac{\kappa \rho_n^2}{2\pi f \cdot \Omega} = \frac{\kappa \rho_n^2}{2\pi(\kappa/r_i^2)\Omega} = \frac{(\rho_n r_i)^2}{2\pi\Omega} = \frac{x_n^2}{2\pi\Omega} \dots\dots(12)$$

$$\kappa \rho_n^2 t = \kappa \rho_n^2 \frac{F_0}{f} = \kappa \rho_n^2 \frac{F_0}{\kappa/r_i^2} = (\rho_n r_i)^2 F_0 = x_n^2 F_0 \dots\dots(13)$$

これらを代入することにより式(8)は次のように無次元表示できる。

$$\begin{aligned} \frac{u(\eta, F_0)}{\Delta T} &= \sin(2\pi\Omega F_0) \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R_n(\eta)}{1 + \{x_n^2/(2\pi\Omega)\}^2} \dots\dots\dots(14) \\ &\times \left\{ \frac{x_n^2}{2\pi\Omega} \left(e^{-x_n^2 F_0} - \cos(2\pi\Omega F_0) \right) - \sin(2\pi\Omega F_0) \right\} \end{aligned}$$

時間項に関連する無次元パラメータは F_0 と Ω である。

以上より構造, 熱伝達, 温度揺らぎの各無次元パラメータ R_m/W , B , Ω を定めると, 無次元時刻 F_0 , 無次元位置 η における温度変化 u が求まることになる。

2・3 固有値の特性 ところで固有値 x_n には試算の結果次のような特性があることがわかっている。

$$x_{n+1} - x_n \approx \frac{\pi}{\phi} = \pi \left(\frac{R_m}{W} - \frac{1}{2} \right) \dots\dots\dots(15)$$

これは X が大きいときに適用可能な次のベッセル関数の近似式⁽⁶⁾

$$J_m(X) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi X}} \cos\left(X - \frac{(2m+1)\pi}{4}\right) \dots\dots\dots(16)$$

$$Y_m(X) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi X}} \sin\left(X - \frac{(2m+1)\pi}{4}\right) \dots\dots\dots(17)$$

に $X = x_n$ を代入の上式(9)に適用することにより得られる

$$\frac{2}{\pi\sqrt{1+\phi}} \left[-\frac{B}{x_n} \cos \phi x_n + \sin \phi x_n \right] \approx 0 \dots\dots\dots(18)$$

にてさらに $x_n \rightarrow \infty$ とすることにより得られる $\sin \phi x_n \approx 0$ から予想されるものであり, これまで検討した範囲で式(15)は $x_n > 5$ の範囲に対し数%の誤差で成り立つようである。

固有値 x_n を求めるには式(9)をニュートン法等により数値的に解くことになり, その際正しく n 番目の固有値に行き着くためには適切な試行値から始めることが必要となる。これまで試みた限りでは, 式(9)の最小正根である x_1 を求めるには $x_1 = \pi/(2\phi)$ を試行値として始めるのが良く, x_2 は正しく得られた x_1

を式(15)に適用して得られる x_2 から始めるのが良いようである。さらに以後同様の手順を繰り返して x_n を求めていくというのが効率的なようである。なお上述の x_1 の試行値は, 式(18)において $n=1$ として $x_1/B \ll 1$ であるとき $\cos \phi x_1 \approx 0$ でなければならないことから得たものであるが, $x_1/B \ll 1$ が満たされない場合であってもまず $\pi/(2\phi)$ を試行値として式(9)の解を求め, x_1 は最小正根であることを考慮に入れつつその解を出発点に式(15)の関係を活用して n の大小に対応する前後の解を求めるということを行って, 当該解が何番目の固有値であるか判定していくのが良いと考えられる。

3. 温度揺らぎ下円筒環状き裂の過渡K値無次元解

以下2・2で解析解式(14)を求めた温度揺らぎ問題に対し, 円筒端部が回転拘束され, き裂が円筒長さの中央に存在する場合の円筒環状き裂の過渡K値を先に導いた手法⁽²⁾⁽³⁾を用い計算した。この手法によれば $u(r, t)$ が定まると以下の計算式により時刻 t における当該き裂の過渡K値 K_{cyl} が計算できる。

$$K_{cyl}(t) = K_{free c}(t) + K_{fbr}(t) \dots\dots\dots(19)$$

$$K_{free c}(t) = \int_{r_i}^{r_o+a} \frac{r[-\sigma_M(r, t)]}{r_i + a} \cdot w(r - r_i; a) dr \dots\dots\dots(20)$$

$$K_{fbr}(t) = F_{fbr} \cdot \left\{ \frac{-6M_t(t)}{W^2} \sqrt{\pi a} \cdot F_M(a/W) \right\} \dots\dots\dots(21)$$

$$\sigma_M(r, t) = \frac{E\alpha}{1-\nu} (u(r, t) - u_{avg}(t)) \dots\dots\dots(22)$$

$$u_{avg}(t) = \left\{ \int_{r_i}^{r_o} 2\pi \cdot u(r, t) dr \right\} / \left\{ \pi(r_o^2 - r_i^2) \right\} \dots\dots\dots(23)$$

$$M_t(t) = \int_{r_i}^{r_o} \sigma_M \cdot (R_m - r) dr \dots\dots\dots(24)$$

ここに E , ν , α は各々材料のヤング率, ポアソン比, 線膨張係数である。 F_M は片側き裂はりの純曲げ下有限幅の補正係数, w , F_{fbr} は円筒環状き裂の構造パラメータの関数であり, その詳細については文献⁽²⁾⁽³⁾を参照されたい。

3・1 温度揺らぎ下円筒環状き裂の過渡K値の無次元化 ここではまず, 材料・構造・伝熱・温度揺らぎ条件を変化させた場合に, 各無次元量をそろえるならば得られる無次元K値が等しくなることを数値例により確認する。比較の基準としたのが $R_m/W = 10.5$, $H = \pi/\beta$, $W = 10$ mm, $a/W = 0.5$, $E = 198$ GPa, $\alpha = 1.6 \times 10^{-5}$ K⁻¹, $\nu = 0.3$, $\lambda = 12.677$ W/mK, $\kappa = 3.6111$ mm²/s の円筒内表面の流体温度が $h = 11\ 630$ W/m²K ($B = 91.74$) の下 $\Delta T = 50$ °C, $f = 0.05$ Hz ($\Omega = 138.5$) でゆら

ぐ場合のK値である。ここに β は薄肉円筒を弾性支持梁に置き換えるときに用いられるパラメータで、ポアソン比を ν として $\beta = [3(1-\nu^2)(R_m W)^2]^{1/4}$ であり、円筒長さ H が $\pi\beta$ に等しいときに当該K値がほぼ最大になることが知られている⁽²⁾⁽³⁾。

このとき式(14)により得られた $u(r, t)$ を式(19)~(24)に適用することにより過渡K値 K_{cy} を $t = 999/f \sim 1000/f$ の間(1000サイクル中)について計算した結果、 K_{cy} は時刻 $t = 19985.5, 19995.5 \text{ sec}$ ($F_0 = 7.217, 7.221$)にて各々極小・極大値を示した。そこでこの極値(基準ケースの極値)に着目し、以下i)~iv)の条件にて B, Ω, F_0 を基準ケースの極値と等しくとるように h, f, t を選定し、各々の場合のK値を次式にて定義する $K_{\Delta T}$ により無次元化し比較した結果を表1に示す。

$$K_{\Delta T} = \frac{E\alpha\Delta T}{1-\nu} \sqrt{\pi W} \dots\dots\dots (25)$$

- i) 材料を同一とし、 $W = 100 \text{ mm}$ とした場合
- ii) 合金の中では κ, A が最小に近いTi-6Al-4V⁽⁷⁾で、 $W = 10 \text{ mm}$ の場合
- iii) 合金の中では κ, A が最大に近いCu(C16200)⁽⁷⁾で、 $W = 10 \text{ mm}$ の場合
- iv) 合金の中では κ, A が最小に近いTi-6Al-4Vで、 $W = 100 \text{ mm}$ とした場合

表1より無次元量 $R_m/W, H/W, a/W, B, \Omega$ をそろえると、無次元時刻 F_0 における無次元K値 $K_{cy}/K_{\Delta T}$ が同一となることが数値的に確認できた。

3・2 温度揺らぎ下円筒環状き裂の過渡無次元K値解 最後に当該K値解がParis則⁽⁸⁾との組み合わせにより疲労き裂進展解析に用いられることを念頭に、構造・伝熱・温度揺らぎ条件の無次元パラメータを変化させた場合に1サイクル目および定常状態到達後(表中 ∞ サイクルと表示)のサイクル中の当該き裂の無次元K値変化幅 $\Delta K_{cy}/K_{\Delta T}$ を数表の形でまとめた。 $R_m/W = 10, 5$ に対する結果を各々表2, 3に示す。表中 $B = 1000$ は $h = 10 \text{ kW/m}^2\text{K}$ 程度の値と $r_i =$

1 m程度の鋼製配管にて実現されると思われる大きさ目の値、 $B = 10000$ は実用的観点から $B = \infty$ に対応する値として位置づけてある。ここでも円筒長さは当該き裂のK値解が長さ変化に対しほぼ最大となることが知られているので $H = \pi\beta$ としている。また参考までに表2, 3の条件のうち H について長い円筒の仮定を満足するといわれている $5/\beta$ ⁽²⁾とした場合の結果を各々表4, 5に示す。いずれもポアソン比 $\nu = 0.3$ とした。

得られた結果によると、

- 同一の構造、 $B = \text{一定}$ の下で Ω が1000~10000の間で1サイクル目の ΔK_{cy} が定常状態下の値以上となる。
- 各 B に対し ΔK_{cy} が最大となる Ω は R_m/W により異なり、計算した範囲内では $R_m/W = 10, 5$ に対しほとんどの場合各々 $\Omega = 100, 10$ となっている。
- 同一の $R_m/W, H/W, B, \Omega, \Delta T$ に対し各サイクルの ΔK_{cy} は a/W が大きくなるにつれ(途中で増加する場合もあるが、最終的には)減少する。この傾向は先に報告した当該き裂のステップ状温度変化の下で現れる過渡最大K値の特性と同様のものであり、この特性が材料・伝熱条件によらず構造パラメータにより定まること⁽⁹⁾、またDuhamelの定理により任意の $T(t)$ に対する円筒の過渡温度変化がステップ状温度変化に対する結果を重ね合わせるにより求まることを考えると当然のこととして理解できる。これは温度揺らぎ下当該き裂が疲労により進展する場合にはき裂進展速度が減少するという好ましい傾向を示唆している。
- 同一の $R_m/W, a/W, B, \Omega, \Delta T$ に対し $H = \pi\beta$ の場合の各サイクルの ΔK_{cy} は $H = 5/\beta$ の場合と比べ大きく、その差は $a/W = 0.05$ の場合に0.1%程度、 $a/W = 0.7$ で10%程度である。

Table 1 Normalized transient stress intensity factor $K_{cy}/K_{\Delta T}$ ($R_m/W = 10.5, H = \pi\beta, a/W = 0.5, B = 91.74, \Omega = 138.5, \nu = 0.3$)

F_0	r_i	W	Material	λ	κ	h	f	t	$K_{cy}/K_{\Delta T}$
	m	m		W/mK	mm ² /s	W/m ² K	Hz	s	
7.217	0.100	0.010	SUS	12.677	3.6111	11630	0.0500	19985.5	-0.276
	1.000	0.100	SUS	12.677	3.6111	1163	0.00050	1998550	-0.276
	0.100	0.010	Ti-6Al-4V	7.60	2.13	6972	0.0295	33882.6	-0.276
	0.100	0.010	Cu	360	106.60	330275	1.476	677.0	-0.276
	1.000	0.100	Ti-6Al-4V	7.60	2.13	697.2	0.000295	3388256	-0.276
7.221	0.100	0.010	SUS	12.677	3.6111	11630	0.0500	19995.5	0.276
	1.000	0.100	SUS	12.677	3.6111	1163	0.00050	1999550	0.276
	0.100	0.010	Ti-6Al-4V	7.60	2.13	6972	0.0295	33899.5	0.276
	0.100	0.010	Cu	360	106.60	330275	1.476	677.4	0.276
	1.000	0.100	Ti-6Al-4V	7.60	2.13	697.2	0.000295	3389952	0.276

さてここで得られたK値解は解析に用いた著者らの手法の性質上、円筒が薄肉 (R_m/W , H/W 大) となるにつれ精度が向上するが、 $R_m/W \geq 1$ の円筒に対し $a/W \leq 0.5$ の範囲で有限要素解との差が5%以下、また $a/W \leq 0.7$ と範囲を拡張した場合にはこの差が10%以下となることを別途確認してある⁽⁹⁾。

また $R_m/W \geq 1$ の範囲で $H \geq 5/\beta$ とすると無限円筒の仮定が適用できる⁽²⁾⁽³⁾。一方圧力容器のノズルと

配管エルボ間の短管等については今回のモデルのように端部が回転拘束された有限円筒として取り扱うことになる。熱衝撃下当該き裂のK値がほぼ $H = \pi/\beta$ に対し最大となることが知られており⁽²⁾⁽³⁾、また今回の温度揺らぎに対する検討結果からも同様の傾向が得られており、長い円筒および短い円筒ともに今回の数表のうち $H = \pi/\beta$ に対する検討結果を用いて安全側の評価を行うことが可能であると考えられる。

Table 2 Normalized transient stress intensity factor range $\Delta K_{cy}/K_{II}$ at 1^{st} and ∞ cycle ($R_m/W = 10$, $H = \pi/\beta$, $\nu=0.3$)

B	Ω	cycle	a/W							
			0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
10 000	10 000	1	0.277	0.226	0.137	0.119	0.121	0.123	0.121	0.126
		∞	0.270	0.213	0.126	0.114	0.115	0.116	0.114	0.119
	1 000	1	0.382	0.447	0.445	0.410	0.384	0.366	0.344	0.342
		∞	0.382	0.443	0.432	0.390	0.359	0.339	0.319	0.321
	100	1	0.344	0.447	0.541	0.590	0.626	0.640	0.613	0.569
		∞	0.369	0.479	0.581	0.634	0.673	0.688	0.659	0.612
	10	1	0.101	0.131	0.161	0.177	0.189	0.195	0.188	0.174
		∞	0.110	0.144	0.176	0.194	0.207	0.213	0.205	0.190
	1 000	1	0.239	0.195	0.118	0.103	0.104	0.105	0.104	0.108
		∞	0.231	0.182	0.108	0.097	0.098	0.099	0.098	0.102
1 000	10 000	1	0.364	0.426	0.424	0.391	0.366	0.349	0.328	0.326
		∞	0.363	0.421	0.411	0.370	0.341	0.322	0.303	0.305
	1 000	1	0.339	0.439	0.533	0.580	0.616	0.630	0.603	0.560
		∞	0.363	0.471	0.571	0.623	0.661	0.676	0.647	0.601
	100	1	0.100	0.131	0.161	0.177	0.189	0.194	0.187	0.174
		∞	0.110	0.143	0.176	0.194	0.207	0.213	0.204	0.190
	10 000	1	0.090	0.073	0.043	0.037	0.038	0.039	0.038	0.040
		∞	0.083	0.066	0.039	0.035	0.035	0.036	0.035	0.037
	1 000	1	0.237	0.278	0.277	0.256	0.239	0.228	0.214	0.212
		∞	0.231	0.268	0.261	0.236	0.217	0.205	0.193	0.194
100	100	1	0.289	0.375	0.455	0.496	0.526	0.539	0.516	0.479
		∞	0.306	0.397	0.482	0.526	0.558	0.571	0.546	0.508
	10	1	0.098	0.127	0.156	0.172	0.184	0.189	0.182	0.169
		∞	0.108	0.141	0.173	0.191	0.204	0.209	0.201	0.187
10	10 000	1	0.011	0.009	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005
		∞	0.011	0.008	0.005	0.004	0.005	0.005	0.005	0.005
	1 000	1	0.047	0.055	0.055	0.050	0.047	0.044	0.042	0.041
		∞	0.044	0.051	0.050	0.045	0.041	0.039	0.037	0.037
	100	1	0.107	0.138	0.168	0.183	0.194	0.199	0.190	0.177
		∞	0.107	0.139	0.169	0.184	0.196	0.200	0.191	0.178
	10	1	0.072	0.094	0.115	0.126	0.135	0.139	0.134	0.124
		∞	0.083	0.108	0.133	0.146	0.156	0.161	0.154	0.143

4. 結 言

本研究では外面を断熱された円筒内を流れる流体温度が一定の温度変化幅 ΔT で周期的に変動する場合につき円筒の過渡温度変化の解析解を求め、その後この解を用いて端部を回転拘束された円筒内表面環状き裂（円筒環状き裂）のK値解を求めた。そして構造、熱伝達、温度揺らぎの各無次元パラメータ

R_m/W , B , Ω を定めると、無次元時刻 F_0 の無次元K値 K_{cy}/K_{∞} は一意に定まることを示した。最後に当該K値解が Paris 則との組み合わせにより疲労き裂進展解析に用いられることを念頭に、これらの無次元パラメータを変化させた場合に1サイクル目および定常状態到達後のサイクル中の当該き裂の無次元K値変化幅 $\Delta K_{cy}/K_{\infty}$ を数表の形でまとめた。

Table 3 Normalized transient stress intensity factor range $\Delta K_{cy}/K_{\infty}$ at 1^{st} and ∞ cycle ($R_m/W=5$, $H=\pi/\beta$, $\nu=0.3$)

B	Ω	cycle	a/W							
			0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
10 000	10 000	1	0.155	0.090	0.060	0.052	0.049	0.046	0.042	0.041
		∞	0.146	0.083	0.058	0.049	0.046	0.043	0.039	0.039
	1 000	1	0.331	0.317	0.218	0.162	0.146	0.138	0.125	0.122
		∞	0.326	0.305	0.201	0.149	0.138	0.131	0.119	0.116
	100	1	0.389	0.477	0.513	0.496	0.467	0.426	0.364	0.313
		∞	0.392	0.478	0.509	0.486	0.452	0.408	0.346	0.299
	10	1	0.277	0.358	0.426	0.449	0.454	0.437	0.387	0.326
		∞	0.316	0.409	0.487	0.513	0.519	0.499	0.442	0.371
1 000	10 000	1	0.134	0.077	0.052	0.045	0.042	0.039	0.036	0.035
		∞	0.125	0.071	0.049	0.042	0.039	0.037	0.034	0.033
	1 000	1	0.315	0.302	0.207	0.154	0.139	0.131	0.119	0.116
		∞	0.309	0.290	0.191	0.141	0.131	0.125	0.113	0.110
	100	1	0.383	0.469	0.506	0.488	0.460	0.419	0.359	0.309
		∞	0.386	0.470	0.500	0.478	0.445	0.401	0.341	0.294
	10	1	0.276	0.356	0.424	0.446	0.452	0.435	0.385	0.324
		∞	0.314	0.406	0.484	0.510	0.516	0.497	0.439	0.369
100	10 000	1	0.050	0.028	0.019	0.016	0.015	0.014	0.013	0.013
		∞	0.045	0.026	0.018	0.015	0.014	0.013	0.012	0.012
	1 000	1	0.205	0.197	0.135	0.100	0.090	0.085	0.077	0.075
		∞	0.197	0.185	0.122	0.090	0.083	0.079	0.072	0.070
	100	1	0.329	0.403	0.435	0.420	0.396	0.361	0.309	0.266
		∞	0.329	0.400	0.426	0.407	0.379	0.342	0.290	0.250
	10	1	0.262	0.338	0.402	0.424	0.429	0.413	0.366	0.308
		∞	0.297	0.384	0.457	0.481	0.487	0.469	0.415	0.349
10	10 000	1	0.006	0.003	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002
		∞	0.006	0.003	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002
	1 000	1	0.040	0.039	0.026	0.019	0.017	0.016	0.015	0.014
		∞	0.038	0.035	0.023	0.017	0.016	0.015	0.014	0.013
	100	1	0.123	0.152	0.164	0.159	0.150	0.137	0.117	0.100
		∞	0.118	0.144	0.153	0.146	0.136	0.123	0.104	0.090
	10	1	0.165	0.213	0.253	0.267	0.270	0.260	0.230	0.193
		∞	0.178	0.229	0.273	0.288	0.291	0.280	0.248	0.209

文 献

- (1) Hoshino, T., Aoki, T., Ueno, T. and Kutomi, Y., Leakage from CVS Pipe of Regenerative Heat Exchanger Induced by High-Cycle Thermal Fatigue at Tsuruga Nuclear Power Station unit 2, *Proc. ICONE 8*, (2000).
- (2) 飯井俊行・渡邊勝彦, 有限円筒内表面環状き裂の過渡一次元温度分布下最大応力拡大係数評価, 機論, **64**-624, A(1998), 2164-2170.
- (3) Meshii, T. and Watanabe, K., Maximum Stress Intensity Factor for a Circumferential Crack in a Finite-Length Thin-Walled Cylinder under Transient Radial Temperature Distribution, *Engineering Fracture Mechanics*, **63**-1 (1999), pp. 23-38.
- (4) Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C., *Conduction of Heat in Solids*, (1946), 2nd eds, Oxford University Press.

Table 4 Normalized transient stress intensity factor range $\Delta K_{cy}/K_{Ir}$ at 1^{st} and ∞ cycle ($R_m/W = 10, H = 5/\beta, \nu = 0.3$)

B	Ω	cycle	a/W							
			0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
10 000	10 000	1	0.277	0.225	0.133	0.114	0.114	0.114	0.111	0.114
		∞	0.270	0.211	0.122	0.108	0.108	0.108	0.105	0.108
	1 000	1	0.382	0.445	0.438	0.397	0.366	0.343	0.318	0.308
		∞	0.382	0.441	0.425	0.377	0.341	0.316	0.293	0.289
	100	1	0.344	0.445	0.536	0.579	0.607	0.613	0.578	0.522
		∞	0.369	0.478	0.576	0.622	0.653	0.659	0.622	0.561
	10	1	0.101	0.131	0.160	0.174	0.184	0.187	0.177	0.160
		∞	0.110	0.143	0.175	0.190	0.201	0.204	0.193	0.174
1 000	10 000	1	0.239	0.194	0.115	0.098	0.098	0.098	0.096	0.098
		∞	0.230	0.181	0.105	0.093	0.092	0.092	0.090	0.092
	1 000	1	0.364	0.424	0.418	0.379	0.349	0.327	0.303	0.294
		∞	0.363	0.419	0.404	0.359	0.324	0.301	0.279	0.274
	100	1	0.339	0.438	0.528	0.569	0.597	0.604	0.569	0.514
		∞	0.363	0.469	0.566	0.611	0.642	0.648	0.611	0.551
	10	1	0.100	0.131	0.159	0.174	0.183	0.186	0.177	0.159
		∞	0.110	0.143	0.174	0.190	0.201	0.204	0.193	0.174
100	10 000	1	0.090	0.072	0.042	0.036	0.036	0.036	0.035	0.036
		∞	0.083	0.065	0.038	0.034	0.033	0.033	0.033	0.033
	1 000	1	0.237	0.277	0.273	0.248	0.228	0.213	0.197	0.192
		∞	0.231	0.267	0.257	0.228	0.206	0.191	0.178	0.175
	100	1	0.289	0.374	0.451	0.487	0.511	0.516	0.487	0.439
		∞	0.306	0.396	0.478	0.516	0.541	0.547	0.516	0.465
	10	1	0.098	0.127	0.155	0.169	0.178	0.181	0.172	0.155
		∞	0.108	0.141	0.172	0.187	0.198	0.201	0.190	0.171
10	10 000	1	0.011	0.009	0.005	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004
		∞	0.011	0.008	0.005	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004
	1 000	1	0.047	0.055	0.054	0.049	0.045	0.042	0.038	0.037
		∞	0.044	0.051	0.049	0.044	0.039	0.037	0.034	0.033
	100	1	0.106	0.138	0.166	0.180	0.188	0.190	0.180	0.162
		∞	0.107	0.139	0.167	0.181	0.190	0.192	0.181	0.163
	10	1	0.072	0.093	0.114	0.124	0.131	0.133	0.126	0.114
		∞	0.083	0.108	0.132	0.144	0.152	0.154	0.146	0.131

- (5) Farlow, S. J., Partial Differential Equations for Scientists and Engineers, (1982), John Wiley & Sons.
 (6) Abramowitz, M, and Stegun, I. A., Handbook of Mathematical Functions, (1972), 9th printing, Dover Publications.
 (7) 日本機械学会編, 伝熱工学資料, 第4版, (1986), 35-36.
 (8) Paris, P. C. and Erdogan, F., A Critical Analysis of Crack Propagation Laws, *Trans. ASME, Ser.D*, **85** (1963), 528-534.
 (9) 飯井俊行・細田誠・渡邊勝彦, 繰り返し熱衝撃下円筒内表面環状き裂の停留深さ, 機論, **67-661**, A(2001), 1535-1541.

Table 5 Normalized transient stress intensity factor range $\Delta K_{cy}/K_{Ir}$ at 1^{st} and ∞ cycle ($R_m/W = 5, H = 5/\beta, \nu = 0.3$)

B	Ω cycle		a/W							
			0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
10 000	10 000	1	0.155	0.088	0.058	0.049	0.045	0.042	0.038	0.037
		∞	0.145	0.082	0.055	0.046	0.043	0.040	0.036	0.035
	1 000	1	0.330	0.314	0.211	0.152	0.135	0.126	0.114	0.109
		∞	0.325	0.303	0.195	0.140	0.127	0.120	0.108	0.104
	100	1	0.388	0.474	0.504	0.480	0.445	0.400	0.337	0.282
		∞	0.391	0.475	0.499	0.469	0.430	0.382	0.320	0.268
	10	1	0.277	0.357	0.421	0.438	0.437	0.416	0.363	0.297
		∞	0.316	0.407	0.480	0.500	0.500	0.475	0.415	0.338
	1 000	10 000	1	0.134	0.076	0.050	0.042	0.039	0.036	0.032
			∞	0.124	0.070	0.047	0.039	0.036	0.034	0.030
		1 000	1	0.314	0.300	0.201	0.145	0.128	0.120	0.104
			∞	0.309	0.288	0.185	0.133	0.121	0.114	0.098
		100	1	0.382	0.467	0.497	0.473	0.438	0.394	0.332
			∞	0.385	0.468	0.491	0.462	0.423	0.376	0.315
		10	1	0.275	0.355	0.419	0.436	0.435	0.414	0.362
			∞	0.314	0.405	0.478	0.497	0.497	0.472	0.412
100	10 000	1	0.050	0.028	0.018	0.015	0.014	0.013	0.012	0.012
		∞	0.045	0.025	0.017	0.014	0.013	0.012	0.011	0.011
		1 000	1	0.205	0.195	0.131	0.094	0.083	0.077	0.067
			∞	0.196	0.183	0.118	0.084	0.077	0.073	0.063
	100	1	0.328	0.401	0.427	0.407	0.378	0.339	0.286	0.239
		∞	0.328	0.398	0.419	0.393	0.360	0.320	0.268	0.224
		10	1	0.261	0.337	0.397	0.413	0.413	0.393	0.343
			∞	0.297	0.382	0.451	0.470	0.469	0.446	0.389
	10	10 000	1	0.006	0.003	0.002	0.002	0.002	0.002	0.001
			∞	0.006	0.003	0.002	0.002	0.002	0.002	0.001
		1 000	1	0.040	0.038	0.025	0.018	0.015	0.015	0.013
			∞	0.038	0.035	0.022	0.016	0.015	0.014	0.012
		100	1	0.123	0.151	0.161	0.154	0.143	0.128	0.108
			∞	0.118	0.143	0.150	0.141	0.129	0.115	0.096
		10	1	0.164	0.212	0.250	0.260	0.260	0.247	0.216
			∞	0.177	0.229	0.270	0.281	0.281	0.267	0.233