赤外線応力画像からの応力分離と実証試験による
材質と試験片厚さの影響*町 田 賢 司*¹Stress Separation from an Infrared Stress Image and Influence
of the Material and Thickness of the Specimen by Proof ExperimentKenji MACHIDA*²*² Department of Mechanical Engineering, Tokyo University of Science,
2641 Yamazaki, Noda-shi, Chiba, 278-8510 Japan

The new method of stress separation was proposed in order to evaluate individual stress components from the sum of the principal stresses obtained from an infrared stress image. This method is based on the inverse problem analysis which uses the least squares method and the intelligent hybrid method. In order to prove this method, the experiment by infrared thermography was carried out using three kinds of materials and four kinds of the thickness of the specimen. The specimen with the thin thickness of 1 mm was influenced greatly by heat conduction. The thickness effect on the stress intensity factor was not recognized in specimens thicker than 3 mm. The error of a stress intensity factor increases linearly along with the increase in the thermal conductivity. The infrared hybrid method can evaluate the stress intensity factor of a low thermal conductivity material by high accuracy.

Key Words: Infrared Thermography, Thickness Effect, Infrared Hybrid Method, Inverse Problem, Stress Separation, Stress intensity Factor, Thermal Conduction

1. 緒 言

赤外線応力解析システム(JEOL JTG-8010)は、物体の熱弾性効果による温度変化から、主応力とを非接触で定量的に得ることができる。このシステムでは、一定荷重振幅負荷を与え、約 50 回程度の温度場の重ね合わせによって温度画像を取得する。したがって、定常状態での温度画像が得られたものと考えられる。最近、熱伝導の影響が検討されるようになってきている。そこで、試験片の材質および厚さを変えた実験を行い、熱伝導の影響を調べた。板厚の薄い試験片では、自由表面と板厚中央部の応力の違いは非常に小さいが、厚さが増すにつれてその差は次第に大きくなることは、3 次元有限要素解析(FEM)により明らかにされている⁽¹⁾⁽²⁾。赤外線サーモグラフィによって測定することができるものは、応力テンソルの第 1 の不変量である主応力とだけであり、個々の応力成分を直接測定することができない。個々の応力成分の評価は、構造物の強度および安全性を評価するために不可欠であるので、主応力とから個々の応力成分を評価する応力分離法が研究さ

れている⁽³⁾⁻⁽¹⁰⁾。赤外線サーモグラフィによって測定された温度画像は、自由表面(特に穴やき裂縁など)では熱の流入出による温度変化があり、得られた主応力と和は真の値ではない。そこで、逆問題解析と西岡らによって提案された 2 次元インテリジェントハイブリッド法⁽¹¹⁾⁽¹²⁾を組み合わせた赤外線ハイブリッド法を開発し、応力分離を行った。更に、3 次元有限要素解析との比較より、赤外線ハイブリッド法の精度を検討した。

2. 赤外線ハイブリッド法

応力の第 1 不変量(J_1)は主応力($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$)の和として次式で表される。

$$J_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (1)$$

応力評価対象となる部分領域を有限要素モデル化し、領域内の点の数を M 、各点の J_i を J_{ji} ($i=1 \sim M$) とする。境界上の 1 点(点 j , $j=1 \sim N$)に x, y 方向にそれぞれ単位荷重 F_j をかける。この単位荷重による i 点の J_i を J_{ij} とすれば、次式が成り立つ。

$$J_{ji} = \sum_{j=1}^{2N} J_{ij}^* F_j, \quad i=1, M \quad j=1, 2N \quad (2)$$

* 原稿受付 2003 年 4 月 9 日。

*¹ 正員, 東京理科大学理工学部(〒278-8510 野田市山崎 2641)。

E-mail: mac@rs.noda.tus.ac.jp

x, y 方向の節点変位 u, v は次式で表される.

$$u_i = \sum_{j=1}^{2N} u_{ij}^* F_j, \quad i = 1, M \quad j = 1, 2N \quad (3)$$

$$v_i = \sum_{j=1}^{2N} v_{ij}^* F_j, \quad i = 1, M \quad j = 1, 2N \quad (4)$$

FEM により境界上に作用するすべての単位力について J_{ij}^* を求めておけば, 次式の連立方程式を解くことにより境界値 F_j が求まる.

$$\{J\} = [J^*]\{F\} \quad (5)$$

もし, F_j が正しい値であれば, 次式で表される誤差 e_i は零となる.

$$e_i = J_{ii}^* - \sum_{j=1}^{2N} J_{ij}^* F_j, \quad i = 1, M \quad j = 1, 2N \quad (6)$$

そこで, S を誤差の二乗和とし次のように定義する.

$$S = \sum_{i=1}^M (e_i)^2 \quad (7)$$

正解に近い F_j は次式を満たすものと考えられる.

$$\partial S / \partial F_j = 0 \quad (8)$$

式(8)は $2N$ 元連立方程式となるから, これを解いて F_j を求める. ここでは, 未知量 F_j を決定するために最小二乗法を適用した. 得られた F_j から式(3), (4)により, 各節点の変位 u, v を求める.

実験から得られた変位データは測定誤差を含んでおり, それらから直接応力ひずみ場を評価することは難しい. そこで, 西岡らによって提案されたインテリジェントハイブリッド法⁽¹¹⁾⁽¹²⁾を適用した. この方法は変分原理に基づく有限要素法による 1 種の逆問題解析である.

正解の変位場を $\{Q\}$ とすれば, 次式の有限要素式が成り立つ.

$$\{F\} = [K]\{Q\} \quad (9)$$

実験の変位場を修正して正解の変位場が得られるとすれば,

$$\{Q\} = \{Q^{\text{mod}}\} + \{Q^{\text{exp}}\} \quad (10)$$

となり次式が成り立つ.

$$[K]\{Q^{\text{mod}}\} = \{F\} - [K]\{Q^{\text{exp}}\} \quad (11)$$

ここで, $\{Q^{\text{mod}}\}$ は修正場の全体節点変位ベクトル, $\{Q^{\text{exp}}\}$ は実験計測場の節点変位ベクトル, $[K]$ は全体剛性マトリックス, そして $\{F\}$ は節点力ベクトルである. 実験計測場は一般につり合い方程式を満足していないので, 式(11)の右辺は零ではない.

$$\{R\} = \{F\} - [K]\{Q^{\text{exp}}\} \neq 0 \quad (12)$$

ここで, $\{R\}$ は実験計測場の誤差を修復する修復力ベクトルである. 修正変位場は次式を解くことにより得られる.

$$[K]\{Q^{\text{mod}}\} = \{R\} \quad (13)$$

$\{Q^{\text{mod}}\}$ は, $\{R\}$ を節点力とし, 解析領域の外周境界を変位拘束することにより, 2 次元 FEM から得られる. ここで, 注意することは外周上の変位を拘束して計算するので, 解析精度は外周上の変位の平滑化の度合いによりかなり変化する. 本研究では, FFT と最小二乗法による平滑化を行った⁽¹³⁾. このように決定された変位場 $u_i (= u_i^{\text{exp}} + u_i^{\text{mod}})$ は, 仮想仕事の原理とつり合い方程式をも満足する. この方法により, 自由表面 (特に孔やき裂縁) での熱の流入出による温度変化で生じた赤外線応力画像の誤差を取り除くことができ, 妥当な変位場を評価することができる.

妥当な変位が得られれば, 次式より, 各節点の変位からひずみが, ひずみから応力が求まる.

$$\{\epsilon\} = [B]\{\delta\}^e \quad (14)$$

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon\} \quad (15)$$

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (\text{plane stress}) \quad (16)$$

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \nu/(1-\nu) & 0 \\ \nu/(1-\nu) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \quad (\text{plane strain}) \quad (17)$$

ここで, E はヤング率, ν はポアソン比, $\{\epsilon\}$ は要素内のひずみベクトル, $\{\sigma\}$ は応力ベクトル, $\{\delta\}^e$ は節点変位ベクトル, $[B]$ はひずみ・変位関係マトリックスである.

3. 赤外線応力画像からの応力分離手順

1. き裂縁や自由表面での熱の流入出により赤外線温度画像には誤差が生ずる。また、ハイブリッド解析領域のサイズを板厚以上に取れば高精度の応力解析が可能⁽¹⁾である。そこで、図1に示すように、き裂線上下1要素分（薄墨部分）を除いたき裂先端を囲む10 mm [W]×10 mm [H]の領域を8節点アイソパラメトリック要素に分割し、ハイブリッド解析領域とする。
2. 赤外線応力画像より各節点の J_I の値を読み取り、式(8)より、外周上の節点力を求める。
3. 求めた節点力から、式(3)、(4)より各節点の変位を算出する。
4. 図1の薄墨部分も含むフルメッシュについて、インテリジェントハイブリッド法を適用する。ここで、薄墨部分の節点変位は未知であるので、ゼロとおいて計算する。
5. インテリジェントハイブリッド法より得られた修正変位場と式(3)、(4)で得られた変位場との和より、妥当な変位場が評価できる。
6. 式(14)からひずみ、式(15)から応力を算出し、その後仮想き裂進展法により破壊力学パラメータを評価する。

Fig.1 Mesh pattern used in infrared hybrid method.

Fig.2 Specimen configuration.

4. 赤外線サーモグラフィによる実験

図2に実験に用いた試験片形状を示す。板幅、高さ及び片側き裂長さは、それぞれ60mm、100mm、30mmである。材質は一般構造用圧延鋼材(SS400)、アルミニウム合金(A2017-T3)および銅(C1100)の3種類で、その材料定数を表1に示す。熱伝導率はSS400, A2017 および C1100 の順で大きくなっている。試験片の厚さ(T)は各材質について、1mm, 3mm, 6mm および 10mm の4種類である。放射率を一定にするために、試験片き裂近傍を紙ヤスリで軽く研磨し、耐熱黒色塗料スプレー（アサヒペン耐熱塗料つや消し）を濃度むらのないよう均一に塗布した。実験は室温で行い、左側の2つのピン穴を上下に引っ張ることにより、モードI 負荷を与えた。繰り返し周波数は15Hzである。表2に繰り返し負荷荷重を示す。各材料とも単位厚さあたりの荷重を一定とした。加振中の荷重から平面ひずみを仮定し塑性域寸法を概算すると、SS400, アルミニウム, 銅で、それぞれ、0.01 mm, 0.065 mm, 0.02 mm となり、弾性変形域内の負荷状態にある。

5. 解析モデル

Table 1 Material properties.

Material	Yield stress (MPa)	Young's modulus (GPa)	Poisson's ratio	Thermal conductivity (W/m·K)
SS400	400	208.4	0.300	145
A2017	88.0	70.6	0.330	190
C1100	220	122.6	0.343	390

Table 2 Cyclic load range.

T (mm)	P (N)		
	SS400	A2017	C1100
10	1720	983.5	1550
6	1038	590	930
3	516	295	465
1	172	98.5	154.5

図3は3次元有限要素解析に用いたモデルである。試験片の対称性より板厚中央部から表面までの片側1/2のモデルで、20節点アイソパラメトリック要素を用いた。層分割数は5層である。要素数2400、節点数11969、層分割数は5層であり、層分割比は表面か

ら 1:2:3:4:5 である。き裂先端を x , y 方向, き裂線延長線上右端を y 方向拘束条件で解析を行った。

ASTM E399-78 に基づき疲労予き裂を導入したが, 材質・板厚によりき裂前縁形状は大きく変化する。そこで, 厳密に実験との対応をつけるため, 実験より得られたき裂前縁形状を正確にモデル化した。図 4 に低倍率光学顕微鏡で測定した A2017 のき裂形状を示す。ここで, z は板厚中央部からの距離である。表面のき裂深さを基準にした場合, 板厚中央部が張り出した親指の爪状の形状をしており, 板厚 1, 3, 6, 10 mm と板厚が増加するにつれ, 約 0.2, 0.4, 0.6, 0.9 mm と表面と試験片中央部との差は増加する。き裂先端形状の張り出し量 (Δa) は, C1100, SS400, A2017 の順で大きくなっていた。

Fig.3 Mesh pattern for 3-D FEM.

6. 結果と考察

6.1 赤外線応力画像と変形図 図 5 は, A2017 厚さ 3mm 試験片の赤外線応力画像装置と 3 次元 FEM で得られた表面層 (深さ 0.17 mm) の主応力 and の分布図である。描画領域は, き裂先端を囲む 18.75 mm [W] × 17.27 mm [H] である。図 5 (a) 中のき裂先端を囲む矩形領域 (10 mm [W] × 10 mm [H]) は, 赤外線ハイブリッド法に用いた解析領域である。応力 40MPa の形状を比較すると, FEM では円形に近いが, 赤外線では x 方向に比べ y 方向に引き伸ばされた形状をしている。き裂先端近傍の高応力域の形状は両者ともやや縦長となっておりかなり類似しているが, き裂先端から離れた 20MPa の低応力の形状を比べると, FEM では x 方向に広がりが見られるが, 赤外線では縦長の形状をし

ておりかなりの相違が見られる。

赤外線ハイブリッド法の前半のアルゴリズムでは, 主応力 and のデータから最小二乗法により境界上の未知の節点力を求め, それから領域内の各節点の変位を求

Fig.4 Configuration of crack front. (A2017)

(a) Infrared

(b) 3-D FEM

Fig.5 Distribution of sum of the principal stresses. (A2017, $T=3$ mm)

Fig.6 Deformation diagrams. (T=10mm)

める。ハイブリッド解析領域のサイズを板厚以上を取れば高精度の応力解析が可能⁽¹⁾であるので、き裂先端を囲む 10mm [W]×10mm [H]の領域を解析領域とした。このようにして得られた変形図と 3 次元有限要素解析で得られた表面の変形図を図 6 に示す。弾性変形量は各材質により異なる。そこで、定性的評価のため左側の y 方向変位の最大値がほぼ同じになるように基準化して描画した。3 次元有限要素解析の変形図は材質により変形量に違いはあるが、形状は 3 種類の材質とも図 6 (a)とほとんど同じである。き裂より左側では、赤外線データから評価された外境界の y 方向変位は、3 次元有限要素解析の結果とかなり似ているが、き裂より右側では、有限要素法のような連続した変化は見られず 3 種類の材質とも y 方向にはほとんど変形していない。x 方向変位は、有限要素法より大きく、熱伝導率が大きい場合ほど増加している。このように、赤外線応力画像から求めた変形図は、3 次元有限要素解析結果とかなりの違いが見られた。これは、図 5 に見られるように、低応力側での主応力 and の相違によるも

のである。き裂先端近傍の変形を見ると、3 種類の材質とも有限要素解析と類似の変形をしている。

図 7 は、SS400、A2017 および C1100 の y 方向垂直応力(σ_y)の等応力線図である。描画領域サイズはき裂先端を囲む 7.2mm [W]×7.2mm [H]である。3 次元有限要素解析の等応力線図は、表面より深さ 0.833mm におけるものである。有限要素解析の等応力線図は、応力レベルは異なるが同様の分布形状をしている。有限要素解析の結果と比較すると、赤外線サーモグラフィの分布形状は丸味を帯びている。y 方向の分布形状の差はそれほど大きくはないが、き裂前方の x 方向の分布形状に大きな差が見られる。低応力側の等応力線の形状はかなり異なっているが、き裂先端近傍の高応力域では類似の形状をしている。モード I 荷荷状態であり、図 5 (b)に示すようにき裂先端の主応力 and は正の値をしている。これは、き裂先端の温度分布は室温や試験片の初期温度よりも低いことを意味し、周囲からの熱の流入が考えられる。周囲からき裂先端に向けて放射状に熱伝導が起こっているとすると、高応力場

Fig.7 Contour map of σ_y . (T=10mm)

よりも周囲の低応力場に大きな影響が出、赤外線温度分布から求めた主応力とは真の主応力より低くなっているものと考えられる。主応力から境界上の節点を求め、それから変位を求めたのであるが、図6に見られるように有限要素解析とかなりの差がある。赤外線ハイブリッド法の後半のアルゴリズムでは、この変位データに基づき解析領域の外周境界を変位拘束することにより修正変位場を求めるが、外周の変位場に熱伝導の影響が出ており、それにより応力解析に誤差が生じたものと考えられる。

6.2 応力拡大係数 比較を簡単にするため以下の無次元応力拡大係数 (f_I) を用いる。

$$f_I = \frac{K_I}{\frac{P}{WT} \sqrt{\pi a}} \quad (18)$$

ここで、Pは荷重、Wは板幅、Tは板厚である。

図8は、試験片の厚さに伴う無次元応力拡大係数の変化である。平面応力状態を仮定し、3次元有限要素解析の表面の応力拡大係数は変位外挿法⁽¹⁴⁾により、

赤外線ハイブリッド法の応力拡大係数は仮想き裂進展法⁽¹⁴⁾により評価した。SS400の応力拡大係数は、±3%以内の誤差で有限要素解析とよく一致している。試験片の厚さにかかわらずほぼ一定であり、試験片厚さ依存性は見られない。A2017では、試験片の厚さが増すにつれて応力拡大係数は徐々に増加している。C1100の応力拡大係数は板厚1mmで他より13%程度低い、それ以外ではほとんど一定である。

図9は赤外線ハイブリッド法と3次元有限要素解析の応力拡大係数と熱伝導率の関係である。各板厚共に、熱伝導率の増加と共に誤差はほぼ直線的に増加している。板厚1mmが最も大きく変化しているが、SS400、A2017、C1100と熱伝導率が増加するにつれ、誤差の絶対値はそれぞれ約1.3%、5.7%および19.4%と増加している。3mm以上の板厚では、約2%、7%、12%とほぼ同様の変化をしており板厚依存性は認められない。熱伝導率の最も低いSS400の場合、最大誤差は3%以下であり、赤外線ハイブリッド法により応力拡大係数が高精度で評価できた。したがって、熱伝導率の低い

鉄鋼材料では、本研究で用いた手法により応力拡大係数が高精度で評価可能である。しかし、アルミニウム、銅と熱伝導率が増加するにつれ誤差が増加することより、赤外線ハイブリッド解析領域の外境界近傍の温度場が、負荷により生じた真の温度場とは相違しているため、赤外線サーモグラフィの温度場から熱伝導の影響を除去する逆問題解析が必要と考えられる。

(a) SS400

(b) A2017

(c) C1100

Fig.8 Variation of non-dimensional stress intensity factor with the thickness of the specimen.

Fig. 9 Variation of error of stress intensity factor between infrared hybrid method and 3-D FEM with thermal conductivity.

7. 結 論

1. 赤外線サーモグラフィより得られた主応力分布は、き裂先端から離れた低応力側では誤差が大きいが、き裂先端近傍の高応力域では誤差は小さい。
2. SS400, A2017 および C1100 の応力拡大係数の最大誤差は、それぞれ約 2.6, 7.5 および 19.4%であり、熱伝導率の増加と共に増加する。
3. 板厚 1mm と薄い試験片では熱伝導の影響は大きい。
4. 板厚 3mm 以上では、応力拡大係数の誤差は熱伝導率に対してほぼ同様の変化をしており、板厚依存性は認められない。
5. 赤外線ハイブリッド法は、鉄鋼材料のような低熱伝導率材料の応力場を高精度で評価することができる。

文 献

- (1) 町田・碓井, 機論, **68-A** (2002), 1794-1800.
- (2) Machida, K., Ed. F.W. Brust, PVP-438 (2002), 221-228.
- (3) Waldman, W.・ほか 2 名, Comput. Struct., **36** (1990), 553-557.
- (4) Feng, Z.・ほか 3 名, Exp. Mech., **32** (1992), 89-95.
- (5) 村上, 吉村, 機論, **61-A** (1995), 2482-2488.
- (6) 岸本・ほか 3 名, 機論, **62-A** (1996), 1204-1211.
- (7) Murakami, Y. and Yoshimura, M., Int. J. Solids Struct., **34** (1997), 4449-4461.
- (8) Kishimoto, K.・ほか 3 名, JSME Int. J., **40-A** (1997), 108-116.
- (9) 早房・ほか 3 名, 境界要素法論文集, **15** (1998), 23-28.
- (10) Hayabusa, K.・ほか 3 名, J S M E Int. J., **42-A** (1999), 618-623.
- (11) Nishioka, T.・ほか 2 名, Comp. Mech., **20** (1997), 101-108.
- (12) Nishioka, T.・ほか 2 名, Exp. Mech., **40** (2000), 170-179.
- (13) 町田・平野, 機論, **66-A** (2000), 137-143.
- (14) 町田・平野, 機論, **63-A** (1997), 308-313.