補強板座屈を考慮した航空機複合材翼の最適設計*

加藤 洋子^{*1}, 亀山 正樹^{*2}
胡 寧^{*1}, 福永 久雄^{*2}

Optimum Design of Composite Wing Considering Stiffened Panel Buckling

Yoko KATO, Masaki KAMEYAMA,
Ning HU and Hisao FUKUNAGA^{*3}^{*3} Department of Aeronautics and Space Engineering, Tohoku University,
01 Aramaki-Aza-Aoba, Aoba-ku, Sendai-shi, Miyagi, 980-8579 Japan

The present paper treats an optimum design of CFRP stiffened panels under compressive and shear loads. Buckling analysis of stiffened panels is performed by approximate buckling formula on global and local buckling, which is based on the classical lamination theory. First in the present paper, the validity of approximate buckling formula is studied by comparing with the finite element analysis based on the Mindlin plate theory. Next, this approximate analysis technique is applied to a minimum weight design of wing box structures considering stiffened panel buckling. The optimum dimensions of stiffeners and laminate configurations are obtained by using nonlinear optimization technique. The validity of the present optimization approach is examined through the numerical results.

Key Words: Optimum Design, Composite Material, Stiffened Panel, Buckling, Approximation

1. 緒 言

複合材料は金属材料に比べて軽量かつ高い比強度・比剛性を有することから、航空宇宙機の主要構造材料として利用されている。しかし、一般に複合材構造物では軽量化を目的とした構造要素の薄肉化が図られるため、構造の剛性低下に伴い、弾性不安定状態である座屈を生じやすくなる。特に航空機翼構造のように曲げとねじりを受ける構造では、翼構造の外板に圧縮力とせん断力が生じ座屈を起こす可能性があるため、外板には剛性を高くし座屈荷重を大きくするためにプレート型・J 型・Y 型・ハット型等の種々の断面形状を有する補強パネル⁽¹⁾が用いられる。従って、複合材翼構造の設計において、複合材補強パネルの座屈特性を十分に把握しておく必要があり、これまでに VIPASA⁽²⁾, BUCLAPS2⁽³⁾に代表される多くの解析プログラムが開発されているほか、圧縮強度試験結果との比較による数値解析法の有効性の検討も行われている⁽⁴⁾。

また、補強パネルを対象とした座屈特性最適化に関しては、例えば、非線形計画法に基づく最適設計プログラム PASCO⁽⁵⁾および PANDA2⁽⁶⁾が開発されている。さらに、外板がハット型補強板である箱型翼構造の最小重量設計に対して多段階最適化法を適用した例⁽⁷⁾、補強パネルの形状寸法を設計変数とした最小重量設計に対して遺伝的アルゴリズム (GA) を適用した例^{(8),(9)}についても示されている。

以上に示すように、補強パネルの座屈解析および座屈特性最適化に関して数多くの研究がなされている。しかし、翼構造全体を直接的に最適化する場合、あるいは最適化において GA 等の構造解析を多く必要とする最適化手法を適用する場合には、有限要素法による詳細な座屈解析を適用すると解析回数が膨大となり計算コストが増大するため、できるだけ効率的な座屈解析およびその最適化が必要となる。これまで、全体構造を多くの部分構造に分割し、段階を分けて最適化を行う多段階最適化法⁽⁷⁾や応答曲面法⁽⁹⁾等を適用することにより解析回数の減少を図ることが検討されている。

本研究では、複合材補強パネルの座屈解析に対し、古典積層理論に基づく座屈近似式の有効性を検討し、近似式を用いて翼構造の最適設計を行うことを目的と

* 原稿受付 2003 年 6 月 18 日。

^{*1} 東北大学大学院工学研究科(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 01)。^{*2} 正員、東北大学大学院工学研究科。

E-mail: fukunaga@ssl.mech.tohoku.ac.jp

する. 本論文においては, まず, 座屈近似計算と有限要素解析を比較することにより, 座屈近似式の有効性を検討する. 次に, 座屈近似式を用いて複合材補強パネル, および補強板座屈を考慮した箱型翼構造の簡易な最適設計を行い, 有限要素解析との比較によりその妥当性を検討する.

2. 補強パネルの座屈特性

2.1 古典積層理論に基づく近似式 図1に示すような, スキン部分・補強材部分がともにCFRP 対称積層板からなるブレード型補強パネルについて考える. 図1(a)は補強パネルの全体図, 図1(b)は補強材1つ分を取り出した詳細図である. ここで, a は補強パネルの長さ, b は幅とし, N は補強材の個数, d_s は補強材1個あたりのスキンの幅, h は補強材の高さである. N_x は x 軸方向の荷重, N_y は y 軸方向の荷重, N_{xy} はせん断荷重とし, それぞれ単位長さ当たりの合力である. また, CFRP の材料定数を表1に示す.

補強パネルの全体座屈荷重は, 補強パネルを等価平板に近似することにより求める. 近似された平板の面外剛性は次式で表される⁽¹⁰⁾.

$$\begin{aligned} D_{11} &= (D_{11})_{skin} + \frac{E_{st} I_{st}}{d_s} \\ D_{12} &= (D_{12})_{skin} \\ D_{22} &= (D_{22})_{skin} \\ D_{66} &= (D_{66})_{skin} + \frac{G_{st} J_{st}}{2d_s} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで, D_{ij} ($i,j=1,2,6$) は平板に近似された補強パネルの面外剛性であり, $(D_{ij})_{skin}$ ($i,j=1,2,6$) は補強パネルのスキン部分の中立軸周りの面外剛性である. E_{st} , G_{st} は補強材部分のヤング率, およびせん断弾性係数であり, I_{st} は中立軸に対する補強材の断面2次モーメント, J_{st} は補強材の断面2次極モーメントである. ただし, 今回のように, 補強パネルが開断面であるときは, 補強材がねじりに与える影響は小さいので J_{st} は無視する. また, 直交異方性板であると仮定して $D_{16}=D_{26}=0$ とした. このように近似された平板に対して古典積層理論に基づく座屈解析を行う.

古典積層理論に基づく直交異方性平板の圧縮座屈に関する基礎式は次式で与えられる.

$$\begin{aligned} D_{11} w_{,xxxx} + 2(D_{12} + 2D_{66}) w_{,xxyy} + D_{22} w_{,yyyy} \\ + [N_x w_{,xx} + 2N_{xy} w_{,xy} + N_y w_{,yy}] = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

ここで, $w(x,y)$ は変位, D_{ij} ($i,j=1,2,6$) は面外剛性である. $N_x (=k_x P)$, $N_y (=k_y P)$ は軸圧縮合力, $N_{xy} (=k_{xy} P)$ はせん断

(a) Stiffened panel

(b) Typical section

Fig.1 Stiffened panel with blade sections

Table 1 Material properties of CFRP

E_L [GPa]	E_T [GPa]	G_{LT} [GPa]	ν_L
131	13.0	6.41	0.38
E_{Lcr}	E'_{Lcr}	E'_{Tcr}	γ'_{Lcr}
0.012	0.0090	0.0060	0.020
			0.028

合力を示し(ただし, 荷重比 k_x , k_y , k_{xy} は $\max(k_x, k_y, k_{xy})=1$ と規準化する), 図1(a)に示す方向を正とする.

境界条件は周辺単純支持の場合を考え, 式(3)の変位関数を用いる⁽¹¹⁾.

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (3)$$

式(3)を式(2)に代入し Galerkin 法を適用することにより, 式(4)の固有値問題に帰着する.

$$[K]\{\phi\} = \mu[M]\{\phi\} \quad (4)$$

この固有値問題を解いて得られた最小固有値 $\mu_{min} = P_{cr}^{global}$ が全体座屈荷重を与え, 対応する固有モードが全体座屈モードとなる. ここで, 作用している荷重を P とすると, 次式で示される λ_{global} が1以下のときに全体座屈が生じる.

$$\lambda_{global} = \frac{P_{cr}^{global}}{P} \quad (5)$$

補強パネルの座屈を考える場合、全体座屈に加えて補強材座屈と補強材間座屈(スキン座屈)の2種類の局所座屈を考慮する必要がある。補強材座屈とは補強材部分の局所座屈現象であり、スキン座屈とは補強材と補強材の間のスキン部分が局所座屈する現象である。これらの局所座屈荷重は以下のように求める。

まず、スキン部分と補強材部分の分担荷重を算出する。いま、補強材に垂直方向の荷重 N_y 、およびせん断荷重 N_{xy} はすべてスキン部分が受け持つものと仮定する。一方、補強材方向の圧縮荷重 N_x は、スキン部分と補強材部分のひずみが同じになる割合で分配して受け持つものと仮定する。スキン部分の受け持つ割合を r_{skin} 、補強材部分の受け持つ割合を r_{st} とすると、それぞれに作用する圧縮荷重 $(N_x)_{skin}$ 、 $(N_x)_{st}$ は式(6)のように表される。

$$\begin{aligned} (N_x)_{skin} &= r_{skin} N_x \\ (N_x)_{st} &= r_{st} N_x \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、

$$\begin{aligned} r_{skin} &= \frac{1}{1 + \frac{E_{st} A_{st}}{E_{skin} A_{skin}}} \\ r_{st} &= (1 - r_{skin}) \frac{d_s}{h} \end{aligned} \quad (7)$$

であり、 E_{skin} 、 E_{st} はそれぞれスキンおよび補強材のヤング率、 A_{skin} 、 A_{st} は x 軸に垂直な断面でのスキンおよび補強材の断面積である。

スキン座屈荷重については、補強材間の幅 d_s 、長さ a の周辺単純支持の平板に圧縮荷重 $(N_x)_{skin}$ 、 N_y とせん断荷重 N_{xy} が作用するものとする。この荷重を $\max(k_x^{skin}, k_y^{skin}, k_{xy}^{skin})=1$ のように規準化した荷重比を用い、 $(N_x)_{skin}=k_x^{skin} p^{skin}$ 、 $N_y=k_y^{skin} p^{skin}$ 、 $N_{xy}=k_{xy}^{skin} p^{skin}$ と表し、全体座屈荷重と同様に式(3)の変位関数を用いて Galerkin 法を適用すると、最小固有値 $\mu_{cr}=P_{cr}^{skin}$ がスキン座屈荷重を与える。ここで、全体座屈のときと同様に次式で示す λ_{skin} を導入する。 λ_{skin} が1以下のときにスキン座屈が生じる。

$$\lambda_{skin} = \frac{P_{cr}^{skin}}{p^{skin}} \quad (8)$$

補強材座屈については、幅 h 、長さ a の補強材に対し、スキン部分と接している辺、および荷重の作用する辺が単純支持、補強材の下辺が自由端であるものと考え、座屈荷重を式(9)で計算する。

$$(N_x)_{cr}^{st} = \frac{2\pi^2}{h^2} \left[\frac{6}{\pi^2} (D_{66})_{st} + \frac{1}{2} (D_{11})_{st} \left(\frac{h}{a} \right)^2 \right] \quad (9)$$

ここで、 $(D_{ij})_{st}$ ($i,j=1,2,6$) は補強材部分の面外剛性である。また、式(10)に示す λ_{st} を導入すると、圧縮荷重 $(N_x)_{st}$ が作用するとき、 λ_{st} が1以下のときに補強材座屈が生じる。

$$\lambda_{st} = \frac{(N_x)_{cr}^{st}}{(N_x)_{st}} \quad (10)$$

2.2 近似式と有限要素解析との比較 図1に示す複合材補強パネルについて、荷重比 $k_x:k_y$ ($k_y=0$) を変化させたときの座屈荷重を古典積層理論に基づく近似式、および Mindlin の板理論に基づく有限要素解析⁽¹²⁾ より求め、Stroud らによる有限要素解析の結果⁽¹³⁾ と比較する。なお、スキンおよび補強材の積層構成はそれぞれ $[\pm 45/\mp 45/0/90]_s$ 、 $[\pm 45/\mp 45/0]_s$ とする。また、補強材の個数 N は6とし、補強パネルの各寸法は、 $a=b=0.762\text{m}$ 、 $h=3.43 \times 10^{-2}\text{m}$ 、 $d_s=0.127\text{m}$ 、 $t_0^{skin}=2.79 \times 10^{-4}\text{m}$ 、 $t_{\pm 45}^{skin}=1.12 \times 10^{-3}\text{m}$ 、 $t_{90}^{skin}=2.51 \times 10^{-3}\text{m}$ 、 $t_0^{st}=5.59 \times 10^{-4}\text{m}$ 、 $t_{\pm 45}^{st}=1.12 \times 10^{-3}\text{m}$ とする。ここで、 t は各繊維角の層厚を足し合わせたものを表しており、上の添字は $skin$ 、 st がそれぞれスキン部分と補強材を、下の添字は繊維角を表している。FEM 解析要素には8節点アイソパラメトリック平面要素を用い、補強材と平行な方向に24分割、垂直方向に18分割、補強材の高さ方向に3分割し、全部で756要素とした。

N_x と N_y の組み合わせ荷重条件での座屈荷重の値を図2に示す。ここでは、荷重比 $k_x:k_y$ が0:1, 0.2:1, 0.5:1, 1:1, 1:0.5, 1:0 の場合の座屈荷重値を示している。この図より、本研究で用いた古典積層理論に基づく近似式によって、Stroud らのFEM解析解と非常に近い結果が得られ、この近似式がブレード型補強パネルの座屈解析に有効であることが確認できる。また、Mindlin の板理論に基づくFEM解析ではせん断荷重の割合が大きくなるほど Stroud らの計算値に比べ座屈荷重が小さくなっている。

2.3 補強板寸法が座屈モードに与える影響 2.1節で述べたように補強パネルには3種類の座屈モードが存在し、どの座屈モードが実際に現れるかは補強板の形状寸法に関係している。そこで、補強パネルのスキン厚を変化させたときの各座屈荷重を計算し、座屈モードの変化と補強板寸法の関係を検討する。また、Mindlin の板理論に基づくFEM解析による結果との比較を行い、近似式によって座屈モードの変化が正しく求められているかを検討する。ここでは、図1に示す

Fig.2 Approximate buckling load of stiffened panel

補強パネルに対して一軸圧縮の場合を考える。

補強パネルの他の寸法を固定したままスキン厚のみを変化させたときの座屈荷重を図3に示す。このとき、補強パネルの寸法は、 $a=b=0.762\text{m}$, $h=3.00\times 10^{-2}\text{m}$, $d_s=0.127\text{m}$, $t_0^{st}=1.20\times 10^{-3}\text{m}$, $t_{\pm 45}^{st}=2.40\times 10^{-3}\text{m}$ とした。スキン部分の各層の層厚の比を一定 ($t_0^{skin}: t_{\pm 45}^{skin}: t_{90}^{skin}=1:4:9$) としたまま厚さを変化させた場合について、近似式より得られる全体座屈荷重 P_{cr}^{global} , 補強材座屈荷重 $(N_x)_{cr}^{st}/r_{st}$, スキン座屈荷重 P_{cr}^{skin}/r_{skin} および FEM 解析より得られた座屈荷重の値を示している。ここで、補強材座屈とスキン座屈においては、 $(N_x)_{cr}^{st}$ および P_{cr}^{skin} は圧縮荷重を補強材とスキンに分配した荷重であるので、全体に与える荷重に変換するため、それぞれの座屈荷重を r_{st} , r_{skin} で割っている。これら3つの座屈モードのうち最小の荷重が実際の座屈荷重となる。図3より、スキン厚の増加に伴いスキン座屈→全体座屈→補強材座屈の順に座屈モードが変化することがわかる。これは、スキン厚が薄い場合には補強材間のスキン座屈を生じ、逆にスキン厚が厚くなると全体座屈を生じ、さらにスキン厚が増加することにより補強材座屈が生じやすくなるためである。なお、スキン厚が増加したときに補強材座屈荷重が増加するのは、 $(N_x)_{cr}^{st}$ は変化しない一方 r_{st} が減少し、補強材の受け持つ荷重が少なくなるためである。また、FEM 解析と近似式による座屈荷重は、すべてのスキン厚に対して良く一致していることから、本研究で用いた近似式が局所座屈にも有効であることがわかる。

3. 補強パネルの最適設計

3.1 最適化問題の定式化 図1に示すブレード型補強パネルを対象に、 N_x と N_{xy} の組み合わせ荷重条件において全体座屈と局所座屈を考慮した複合材補強パネルの最小重量設計を行う。スキンおよび補強材の積層構成はそれぞれ $[\pm 45/\mp 45/0/90]_s$, $[\pm 45/\mp 45/0]_r$ とし、スキン部分・補強材部分それぞれ

Fig.3 Buckling load of stiffened panel

れの層厚と、補強材の高さを設計変数とし、全体座屈および補強材座屈、スキン座屈の2種類の局所座屈を制約条件とする。この最適化問題を次式のように定式化する。

$$\begin{aligned} \text{minimize } W &= a \left(t_0^{skin} + t_{\pm 45}^{skin} + t_{90}^{skin} \right) b \\ &\quad + \left(t_0^{st} + t_{\pm 45}^{st} \right) N h \\ \text{subject to } g_{global} &= 1 - \lambda_{global} \leq 0 \\ g_{skin} &= 1 - \lambda_{skin} \leq 0 \\ g_{stiffener} &= 1 - \lambda_{st} \leq 0 \\ t_i^L &\leq t_i \leq t_i^U, \quad h^L \leq h \leq h^U \\ \text{design variables: } &t_0^{skin}, t_{\pm 45}^{skin}, t_{90}^{skin}, t_0^{st}, t_{\pm 45}^{st}, h \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、 λ_{global} , λ_{skin} , λ_{st} は式(5), (8), (10)により定義した値であり、古典積層理論に基づく近似式から求める。また、 t^L , t^U , h^L , h^U はそれぞれ層厚と補強材高さの下限值と上限値であり、すべての要素で $t^L=1.00\times 10^{-6}\text{m}$, $t^U=0.100\text{m}$, $h^L=1.00\times 10^{-2}\text{m}$, $h^U=1.00\text{m}$ を用いる。本研究では、最適化手法として、ADS プログラム⁽¹⁴⁾における許容方向法(1次元探索は黄金分割法)を適用した。

3.2 計算結果および考察

3.2.1 補強材の個数の影響 初めに、ブレード型補強パネルの補強材の個数と最適化後の重量の関係を検討した。対象とする補強パネルの寸法は $a=1.75\text{m}$, $b=3.50\text{m}$ でアスペクト比 $a/b=0.5$ とし、荷重条件は荷重比が $k_x:k_{xy}=1:0$ ($N_x=2000\text{kN/m}$, $N_y=N_{xy}=0$) の一軸圧縮とした。また、各設計変数の初期値として、 $t_0^{skin}=t_{\pm 45}^{skin}=t_{90}^{skin}=t_0^{st}=t_{\pm 45}^{st}=1.00\times 10^{-3}\text{m}$, $h=3.00\times 10^{-2}\text{m}$ を用い、補強材の個数 N を 1~30 に変化させ最適化計算を行った。

最適計算結果を図4に示す。図4(a)は補強材の個数と最適化後の補強パネルの重量の関係を示しており、図中縦軸は式(11)における目的関数の収束値 W である。図4(a)より、最適化後のパネル重量は補強材の個数の増加に伴いほぼ単調に減少しているものの、補強材が

Fig.4 Optimum results for stiffened panel
($a/b=0.5$, $k_x:k_y=1:0$)

Fig.5 Optimum results for stiffened panel
($a/b=0.5$, $k_x:k_y=1:1$)

ある個数に達すると、その後は補強材個数を増加させてもパネル重量はほとんど変化していないことがわかる。なお、補強パネルの製造上の観点からは、補強パネルを構成する補強材の個数はできるだけ少ないことが望ましいことから、この寸法の補強パネルにおいて補強材個数は15個程度あれば十分であることがわかる。また、図4(b)は、補強材の個数と最適化後の補強パネルの座屈モードの関係を示しており、図中縦軸は式(11)における座屈制約条件式の収束値 g である。図4(b)より、最適化後の補強パネルは、ある程度補強材個数が増加すると全体座屈制約・補強材座屈制約・スキン座屈制約がすべてほぼ0となっており、全体座屈および2つの局所座屈モードがほぼ同時に生じるような座屈特性を有することがわかる。

3.2.2 荷重比の影響 次に、荷重比が $k_x:k_y=1:1$ ($N_x=N_y=2000\text{kN/m}$, $N_y=0$) の組み合わせ荷重条件において補強パネルの最適化を行うとともに、最適計算結果に対する荷重比の影響について検討を行う。

最適計算結果を図5に示す。図5(a)は、補強材の個数と最適化後の補強パネルの重量の関係を示している。この図より、一軸圧縮の場合(図4(a))と同様に補強材の個数が15個程度において最適化後のパネル重量が収束していることが確認できる。また、図5(b)は、

補強材の個数と最適化後の補強パネルの座屈モードの関係を示している。この図より、最適化後の補強パネルは、一軸圧縮の場合(図4(b))と同様に全体座屈および2つの局所座屈モードがほぼ同時に生じるような座屈特性を有することがわかる。

3.3 FEM 解析との比較 次に、座屈近似式を用いて得られた最適構造に対し Mindlin の板理論に基づく FEM 解析を行い、近似式の有効性を検討する。ここでは、補強材個数が10個の場合について、近似解と FEM 解析の比較を行う。なお、荷重比として、 $k_x:k_y=1:0$ ($N_x=2000\text{kN/m}$, $N_y=N_{xy}=0$), $k_x:k_y=1:0.5$ ($N_x=2000\text{kN/m}$, $N_y=0$, $N_{xy}=1000\text{kN/m}$) の2種類を考える。

近似式を用いた最適設計により得られた形状寸法の補強パネルの座屈荷重について、FEM 解と近似解の比較を表2に示す。ここで、近似式による座屈荷重については、3種類の座屈モードのうち最小の荷重を座屈荷重とした。この表より、圧縮座屈の場合は両者の座屈荷重が良く一致していることがわかる。一方、せん断荷重の割合が大きくなると近似解は FEM 解より高い値を示す。

また、それぞれの荷重比において FEM 解析により得られた座屈モード形状を図6に示す。図6(a)は荷重比が1:0、図6(b)は1:0.5の場合の座屈モード形状を示

Table 2 Buckling load of optimum structures
($a/b=0.5$, number of stiffeners=10)

$k_x : k_{xy}$	1:0	1:0.5
FEM [kN/m]	2060	1770
Approximation [kN/m]	1992	1992
Difference [%]	3.3	12.5

Fig.6 Buckling mode of stiffened panel (FEM)

す。近似式に基づく最適結果では、すべての座屈モードがほぼ同時に生じるような座屈特性を有するが、この図より、荷重比が 1:0 のときは主にスキン座屈を生じているのに対し、1:0.5 の場合は主に全体座屈を生じていることがわかる。

4. 箱型翼構造の最適設計

4.1 箱型翼構造モデルと最適化問題の定式化

4.1.1 箱型翼構造モデル 図 7 に示す箱型翼構造の上下外板が複合材積層パネルおよび複合材補強パネルである場合の最小重量設計を行う。ここで、箱型翼構造は、上下外板が面内力を受ける膜要素、桁ウェブおよびリブがせん断力のみを受けるシア要素、太い線で示されている部分が軸力のみを受ける軸要素を用いて有限要素法によりモデル化する。なお、この構造には図 8 に示す曲げ荷重およびねじり荷重が同時に作用する場合を考え、制約条件として最大ひずみ説に基づくひずみ条件（上下外板および補強材）および座屈条件を考える。

上下外板が図 1 で示す補強パネルであるとき、膜要素の面内剛性 A_{ij} は次式のように近似する。

$$\begin{aligned} A_{11} &= (A_{11})_{skin} + (A_{11})_{st} \frac{h}{d_s} \\ A_{12} &= (A_{12})_{skin} \end{aligned} \quad (12)$$

Fig.7 Wing box structures
($L=15.75\text{m}$, $a=1.75\text{m}$, $b=3.50\text{m}$, $c=0.50\text{m}$)

Fig.8 Spanwise load distribution

$$\begin{aligned} A_{22} &= (A_{22})_{skin} \\ A_{66} &= (A_{66})_{skin} \end{aligned}$$

ここで、 $(A_{ij})_{skin}$ は補強パネルのスキン部分の面内剛性、 $(A_{ij})_{st}$ は補強材部分の面内剛性である。

4.1.2 最適化問題の定式化 上下外板が図 1 で示すブレード型補強パネルである場合の最小重量設計問題の定式化を行う。スキンおよび補強材の積層構成はそれぞれ $[\pm 45/\mp 45/0/90]_s$, $[\pm 45/\mp 45/0]_s$ とし、CFRP の材料定数を表 1 に示す。ここで、 ϵ_{Lcr} , ϵ_{Lcr} , ϵ_{Lcr} , ϵ_{Lcr} , η_{Lcr} はそれぞれ繊維方向の引張り許容ひずみ、圧縮許容ひずみ、繊維に垂直方向の引張り許容ひずみ、圧縮許容ひずみ、せん断許容ひずみである。なお、対象とする補強パネルにおいて補強材の個数 N は 15 とした。このとき、最適化問題は次式のように定式化される。

$$\begin{aligned} \text{minimize } W &= 2 \sum_{i=1}^9 \left\{ \left((t_0^{skin})_i + (t_{\pm 45}^{skin})_i + (t_{90}^{skin})_i \right) b \right. \\ &\quad \left. + \left((t_0^{st})_i + (t_{\pm 45}^{st})_i \right) N h_i \right\} a \\ \text{subject to } g_\epsilon &= \frac{\epsilon}{\epsilon_{cr}} - 1 \leq 0 \\ g_{global} &= 1 - \lambda_{global} \leq 0 \\ g_{skin} &= 1 - \lambda_{skin} \leq 0 \\ g_{stiffner} &= 1 - \lambda_{st} \leq 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Table 3 Optimization cases investigated

	Upper/lower panel	Constraints
Case A	Laminated panel	Strain
Case B		
Case C	Stiffened panel	Strain and Buckling
* Case D		

*: Applied load is 15 times of the other cases

Fig. 9 Comparison of objective function values

$$t_i^L \leq t_i \leq t_i^U, \quad h_i^L \leq h_i \leq h_i^U$$

design variables: $(t_0^{skin})_b, (t_{\pm 45}^{skin})_b, (t_{90}^{skin})_b, (t_0^{st})_b, (t_{\pm 45}^{st})_b, h_i$

ここで、 g_e はひずみ条件である。また、座屈条件に含まれる $\lambda_{global}, \lambda_{skin}, \lambda_{st}$ は座屈近似式より求める。さらに、 $t_i^L, t_i^U, h_i^L, h_i^U$ はそれぞれ層厚と補強材高さの下限值と上限値であり、すべての要素において $t_i^L=1.00 \times 10^{-5} \text{m}$, $t_i^U=0.100 \text{m}$, $h_i^L=1.00 \times 10^{-2} \text{m}$, $h_i^U=1.00 \text{m}$ を用いた。最適化手法として、ADS プログラムにおける許容方向法（1次元探索は黄金分割法）を適用した。

また、上下外板が積層パネルである場合についても、式(13)と同様に定式化される⁽¹⁵⁾。

4.2 計算結果および考察 本研究では、表3に示す4つのケースについて最適化計算を行う。目的関数の収束値 W を図9に示す。ケースA,Bの値の比較より、積層パネルで座屈を考慮すると構造重量が大幅に増加していることがわかる。そこで、積層パネルの代わりに補強パネルを用いた結果をケースCに示す。ケースB,Cの値の比較より、補強パネルでは積層パネルの場合に比べて構造重量が70%以上減少しており、補強パネルが座屈に対し非常に有効であることが確認できる。この最適化された補強パネルにおけるスキンと補強材の積層構成および補強材高さを図10に示す。翼根に近づくにつれ、スキン・補強材の層厚および補強材高さのすべてが増加していることがわかる。また、補強材部分では 0° 層が、スキン部分では $\pm 45^\circ$ 層が増加することにより、耐座屈能力に優れた積層構成となっ

(a) Layer thickness distribution

(b) Stiffener height distribution

Fig. 10 Optimum results for case C

ている。

ケースCの制約条件では、ひずみ条件に比べ座屈条件が非常にクリティカルになる。そこで翼構造に作用する荷重を15倍にした結果をケースDに示す。荷重の増大により、ひずみ条件と座屈条件がほぼ同程度にクリティカルになり、強度破壊と座屈がほぼ同時に生じることが確認された⁽¹⁵⁾。また、荷重の増大により、補強パネルの重量も大幅に増加している。

5. 結 言

本研究では、ブレード型補強パネルの全体座屈および局所座屈の解析において古典積層理論に基づく近似式を適用し、座屈近似式を用いて補強パネルおよび補強パネル翼構造の最適設計を行った。初めに、ブレード型補強パネルの全体座屈および局所座屈の解析において古典積層理論に基づく近似式が有効であることをFEM解析と比較することにより示した。次に、座屈近似式を用いて補強パネルの形状寸法最適化を行い、補強材個数および組み合わせ荷重条件が最適形状寸法におよぼす影響を検討するとともにその有効性を示した。また、箱型翼構造の上下外板に補強パネルを用いることにより座屈特性を大幅に改善できることから、構造重量が大幅に削減されることを確認した。

以上より、本研究で用いた座屈近似式は、全体座屈および局所座屈の解析に有効であり、補強パネルを含む構造の最適設計において利用価値が大きいことを示した。

本研究の一部は、文部科学省科学研究費補助金（若手研究(B) 14750153）の助成を受けて行われたことを記し、感謝の意を表する。

文 献

- (1) Niu, M. C. Y, *Airframe Structural Design*, Conmilit Press Ltd., 1988.
- (2) Whittrick, W. H. and Williams, F. W., *Int. J. Mech. Sci.*, **16**(1974), 209-239.
- (3) Viswanathan, A. V., Tamekun, M. and Tripp, L. L., *AIAA J.*, **11**(1973), 1553-1559
- (4) 三本木茂夫・戸田勲・中井暎一, 日本航空宇宙学会誌, **30**(1982), 127-133.
- (5) Anderson, M. S. and Stroud, W. J., *AIAA J.*, **17**(1979), 892-897.
- (6) Bushnell, D., *Comp. Struct.*, **25**(1987), 469-605.
- (7) Schmit, L. A. and Mehrinfar, M., *AIAA J.*, **20**(1982), 138-147.
- (8) Nagendra, S., Jestin, D., Gürdal, Z., Haftka, R. T. and Watson, L.T., *Comp. Struct.*, **58**(1996), 543-555.
- (9) Harrison, P. N., Le Riche, R. and Haftka, R. T., *AIAA 95-1163-CP*(1995), 58-68.
- (10) Kassapoglou, C., *Comp. Part A*, **28A**(1997), 419-435.
- (11) Fukunaga, H., Sekine, H., Sato, M., and Iino, A., *Comp. Struct.*, **57**(1995), 643-649.
- (12) Hu, N., Fukunaga, H., Sekine, H., Kouchakzadeh, M. A., *Comp. Sci. Tech.*, **59**(1999), 1247-1260.
- (13) Stroud, W. J., Greene, W. H., and Anderson, M. S., *NASA TP-2215*(1984).
- (14) Vanderplaats, G. N. and Sugimoto, H., *Comp. Struct.*, **24**(1986), 13-21.
- (15) 加藤洋子, 東北大学修士学位論文, (2002-2).