マルチスケール法による不均質体中のき裂先端における
マイクロ応力解析*高野 直 樹^{*1}, 奥 野 義 紘^{*2}Microscopic Stress Analysis at Crack Tip in Heterogeneous Media
by Multi-scale MethodNaoki TAKANO^{*3} and Yoshihiro OKUNO^{*3} Department of Manufacturing Science, Osaka University,
2-1 Yamada-oka, Suita-shi, Osaka, 565-0871 Japan

In the development of various advanced materials by controlling their heterogeneous microstructures, there is a growing need for the multi-scale analysis. There have been many studies on the correlation between the heterogeneous microstructure and the macroscopic properties mainly using the asymptotic homogenization method with the help of the finite element method. Although the consideration of fracture origin in components such as interface crack is important in the multi-scale stress analysis, it was impossible to calculate the microscopic stress under high gradient of macroscopic strain/stress field at the crack tip. Furthermore, the representative dimension of the fracture origin lies between the microscopic scale and the macroscopic one. Hence, this paper proposes a novel three-scale computational method that employs both the homogenization method and the enhanced mesh superposition method to study the correlation among microstructure, component and fracture origin simultaneously. An equation solver for large-scale 3D analysis by the mesh superposition method is also presented. A demonstrative 3D example of porous thin film with interface crack, whose finite element model has approximately 78 thousand solid elements, is shown.

Key Words: Computational Mechanics, Finite Element Method, Multi-scale Analysis, Stress Concentration, Heterogeneous Media, Mesh Superposition, Homogenization

1. 緒 言

近年, 開発が進められているシナジーセラミックス⁽¹⁾や繊維/粒子強化複合材料に代表される先端材料は, 不均質な微視構造を制御することにより比強度・比剛性などのすぐれた特性を達成している。これらの不均質材料を用いた部材を評価する際, 界面やき裂などの破壊因子を考える必要があるが, 破壊因子のスケールは部材と微視構造の中間に位置することが多い⁽¹⁾。破壊因子の一つであるき裂の進展は微視構造に依存するし, さらに破壊因子と微視構造は部材のマクロ挙動に影響を及ぼす。よって, 不均質体の評価においては, 部材, 微視構造, 破壊因子の3スケールを同時に考えることが重要である。

マルチスケール問題を考える上で, 漸近展開法に基づく均質化法⁽²⁾⁽³⁾は, 任意の微視構造を反映したマクロ特性の予測とマイクロ・マクロ挙動解析が可能であり, 理論的な厳密性と非線形問題への発展性⁽⁴⁾を備え

た代表的な手法である。工学分野で主に1990年以降に盛んに研究が行われ, 繊維強化複合材料⁽⁵⁾⁽⁶⁾やコンクリート⁽⁷⁾などに対してマイクロ・メゾ・マクロ構造の3スケールを考える階層的なモデリング手法が提案されてきた。また, 著者らは均質化法の精度検証⁽⁸⁾⁽⁹⁾に関する研究も行ってきた。一方, 実材料への適用において, いくつかの問題点も明らかになってきた。例えば, 界面や表面, 局所的なき裂・ボイド・介在物などの非周期的な箇所への均質化法の適用は不可能である⁽¹⁰⁾。さらに, 微視構造の寸法効果を考えるべき問題に対しても適用不可である⁽¹¹⁾。また, き裂や部材形状によって生じる応力集中部は破壊起因となるため, 評価・設計上において重要であるが, 応力こう配下のマイクロ応力解析には留意が必要である⁽¹²⁾⁽¹³⁾。

本論文では, 部材と微視構造, それらの中間のスケールに位置する破壊因子という3スケールを考慮した新しいマルチスケール応力解析の枠組みを構築し, 各スケール間に適した手法として, 均質化法と拡張した重合メッシュ法⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾を併用したマルチスケール応力解析手法を提案する。あわせて, 実用上必須となる三次元大規模解析への障壁であった三次元重合メッシュ法用ソルバについて検討し, 通常のパーソナルコンピュータで10万要素以上の解析を実現した。

* 原稿受付 2003年8月6日。

^{*1} 正員, 大阪大学大学院工学研究科(☎ 565-0871 吹田市山田丘 2-1)。^{*2} 大阪大学大学院工学研究科。

E-mail: takano@mapse.eng.osaka-u.ac.jp

2. 均質化法の適用限界

均質化法によるマイクロ応力解析上の問題点を、理論とモデリングの両面からまとめる。理論の詳細は多くの文献^{(2)~(4)}があるので省略する。以下、 $\mathbf{x}, \mathbf{y}$ はそれぞれマクロスケール、ミクロスケールであり、 Y はユニットセルの領域、 $\mathbf{u}^0$ はマクロ変位である。解析手順を簡単に示すと、まず、代表的な微視構造をモデル化したユニットセルを用いて、式(1)のミクロ方程式から特性変位 χ を計算する。

$$\int_Y E_{ijpq} \frac{\partial \chi_p^{kl}}{\partial y_q} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial y_j} dY = \int_Y E_{ijkl} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial y_j} dY \quad \cdots (1)$$

次に、特性変位 χ を式(2)に代入し、マクロな等価物性 E^H を計算する。

$$E_{ijkl}^H = \frac{1}{|Y|} \int_Y \left(E_{ijkl} - E_{ijpq} \frac{\partial \chi_p^{kl}}{\partial y_q} \right) dY \quad \cdots (2)$$

これを用いて式(3)のマクロ解析を行い、最後にミクロ挙動を式(4)、(5)より計算する。

$$\int_{\Omega} E_{ijkl}^H \frac{\partial u_i^0}{\partial x_l} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} d\Omega = \int_{\Gamma} t_i \bar{u}_i d\Gamma \quad \cdots (3)$$

$$u_i(\mathbf{y}) = \frac{\partial u_i^0}{\partial x_j} y_j - \chi_i^{kl} \frac{\partial u_k^0}{\partial x_l} \quad \cdots (4)$$

$$\sigma_{ij} = \left(E_{ijkl} - E_{ijpq} \frac{\partial \chi_p^{kl}}{\partial y_q} \right) \frac{\partial u_k^0}{\partial x_l} \quad \cdots (5)$$

式(4)はユニットセルの変形をミクロスケールで記述したものである⁽¹⁴⁾。式(4)、(5)において、マクロひずみ $\partial \mathbf{u}^0 / \partial \mathbf{x}$ は微視領域内において一定であり、また、ユニットセルの周期性の仮定から特性変位 χ は周期関数となる。つまり、均質化法によるミクロ解析において得られる変位場や応力場は周期的なものとなる。

ここで、実材のユニットセルは有限の大きさを持つことを考慮したモデリングという観点から、式(4)、(5)のマクロひずみ $\partial \mathbf{u}^0 / \partial \mathbf{x}$ について考える。マクロ

Fig. 1 Approximation of macroscopic strain field for calculation of microscopic stress

解析の結果として、マクロひずみは図1に示すように要素重心やガウス点といった離散点で得られる。離散点間のマクロひずみ場は適当な補間によりモデリングするわけだが、例えば、図1の離散点が要素のガウス点や重心点と考えてみれば、 $x=0$ のような表面上のひずみ値の取り方にはさまざまな手法がある。Model Aでは、離散点間を線形補間している。Model Bでは、離散点間が要素重心と想定し、要素内は一定ひずみと考える手法を表す。Model Cは、理論的ではないがModel AとModel Bの中間的な予測の可能性を示している。このような種々のマクロひずみ場の処理に基づき、均質化法のマイクロ応力解析をする際、さらにユニットセルが有限の大きさを持つことを考慮すると、以下のような問題点がある。すなわち、図2のようにユニットセルの大きさと位置を指定する場合には、図1のマクロひずみ場の取り方に対して、ユニットセル内で一定と考えるマクロひずみ値の決め方は図2中の○印で示すように何とおいても考えうる。ユニットセルの位置については、均質化法では限定することはできないともいえる。図2の状態は、例えば板やはりの曲げの問題において頻繁に発生する。さらに、マクロひずみのこう配が大きい場合、有限の大きさを持つユニットセル内でマクロひずみが一定と考えると、変位場や応力場が周期的であるという結果は正しくない。そこで、マクロひずみが非一様となる場合には、後述の拡張された重合メッシュ法⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾を併用する。

(a) Relatively large unit cell (b) Smaller unit cell

(c) Smaller unit cell at different position

Fig. 2 Determination of macroscopic strain value that is constant in microscopic region

3. 不均質体のマルチスケール 応力解析法

3.1 3スケール問題の枠組み 上述のとおり、不均質体の設計・評価において、微視的不均質構造、き裂などの破壊因子、部材の3スケールの相関が重要である。ここで、3スケールを具体的に定義する。種々の先端材料において、図3に示すように微視構造はナノからマイクロオーダー、部材のスケールはミリからメートルオーダーとなり、そのスケール差は $10^3 \sim 10^6$ となる。また、破壊因子のスケールは $10 \mu\text{m} \sim 1 \text{mm}$ 程度である場合が多く⁽¹⁾、その場合、微視構造と部材の中間のスケールに位置し、微視構造とスケール差はたかだか 10^2 程度である。

微視構造と部材間の大きなスケール差をつなぐには、均質化法により、微視構造を反映して予測したマクロな等価物性を用いたモデリングが有効である⁽⁵⁾⁽⁹⁾。しかし、破壊因子を考慮するには、2章で述べた問題点がある。また、 10^2 以下のスケール差といえども、三次元問題ではその3乗の解析規模となるため、直接的にモデリングすることは不可能である。そこで本論文では、拡張された重合メッシュ法⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾を用いて破壊因子と微視的不均質構造、および破壊因子とマクロ部材間の相関を解析することを提案する。すなわち、均質化法と拡張された重合メッシュ法を併用した3スケール法である。なお、1章で紹介したマイクロ・メゾ・マクロを考える階層的モデリング⁽⁵⁾⁽⁶⁾では破壊因子を考慮しておらず、またスケール間の寸法差も本論文とは異なる。すなわち、2章で述べた問題点に対する対策の一つとして、著者らが以前に示した階層的モデリング手法⁽⁵⁾⁽⁶⁾では、重合メッシュ法⁽¹⁵⁾を併用した要素細分割による精度改善を図ったが、微視的不均質構造との相関を考えたものではなく、マクロひずみこ

う配下のマイクロ解析としても不完全であった。本論文で提案する3スケールの枠組みと計算手法は、従来のものとは異なる新規のものである。

3.2 拡張された重合メッシュ法と大規模解析用ソルバ 重合メッシュ法は、Fishら⁽¹⁵⁾がアダプティブ有限要素法の一連の研究としてhp法を発展させたs法と名付けられた手法で、当初メッシュ細分割法として提案されたものである。その後、均質材中のき裂進展問題に対する有効性が示され⁽¹⁶⁾、さまざまな分野への適用が考えられている⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾。著者ら⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾は、材料の微視的かつ局所的な不均質性を考慮したマルチスケール法として拡張し、精度検証を行ってきた。その適用範囲は、図4に示すように、マイクロき裂⁽¹⁹⁾、損傷進展⁽²⁰⁾、ボイド、介在物⁽¹⁰⁾、界面⁽¹¹⁾のような微視領域の周期性がない局所的不均質部や、微視構造の寸法効果を考慮した解析⁽¹¹⁾、および本論文で扱うき裂などの応力集中部におけるマイクロ解析と多岐にわたり、かつ必要性が高い要因ばかりである。

拡張された重合メッシュ法の定式化は前報⁽¹¹⁾で詳しく述べたので以下に概要を記す。図5に示すように、三次元弾性体領域 Ω とその境界 Γ を考え、境界 Γ^p に表面力 p が作用しているとする。マクロ領域 Ω

Fig. 4 Various multi-scale problems with local and non-periodic heterogeneity analyzed by enhanced mesh superposition method

Fig. 3 Framework of three-scale stress analysis for heterogeneous media

Fig. 5 Definition of analyzed domain

内にある図4の注目すべき部位でマイクロ領域 $\Omega^L \subset \Omega$ を考える。 Ω^G を Ω/Ω^L と定義する。また、 Ω^L と Ω^G の境界を Γ^{GL} と定義する。図5のように、全体領域 Ω は不均質材料の微視的不均質性を等価物性で表現したマクロモデル、マイクロ領域 Ω^L では図4に示した局所的不均質性を生む要因と不均質材料の微視構造を直接表現した詳細なマイクロモデルを用い、マクロモデルに重ね合わせる。 Ω^L ではマクロモデルとマイクロモデルがともにあるが、両モデルの節点の整合性に関係なく重ねることができるため、両モデルともに容易に作成できるという利点がある。

拡張された重合メッシュ法の要点は、微視的不均質性を考慮できるようにマクロモデルとマイクロモデルで異なる構成式(6)、(7)を使用する点にある。右上添字の G, L はそれぞれマクロモデル、マイクロモデルを意味する。また、 B は有限要素法におけるひずみ-変位マトリックスである。

$$\sigma^G = E^G (B^G u^G - \alpha^G \Delta T^G) \quad \text{on } \Omega^G \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\sigma^L = E^L \{ B^G u^G + B^L u^L - \alpha^L (\Delta T^G + \Delta T^L) \} \quad \text{on } \Omega^L \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、変位および温度変化を式(8)、(9)のように定義する。

$$u = \begin{cases} u^G & \text{on } \Omega^G, \Gamma^{GL} \\ u^G + u^L & \text{on } \Omega^L \end{cases} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\Delta T = \begin{cases} \Delta T^G & \text{on } \Omega^G, \Gamma^{GL} \\ \Delta T^G + \Delta T^L & \text{on } \Omega^L \end{cases} \quad \dots\dots\dots (9)$$

マクロモデルとマイクロモデルの境界 Γ^{GL} において

$$u^L = 0, \Delta T^L = 0 \quad \text{on } \Gamma^{GL} \quad \dots\dots\dots (10)$$

とすれば、変位、温度は連続である。しかし、拡張された重合メッシュ法では Γ^{GL} で材料モデルが不連続

であるため、ひずみ、応力は不連続となり、数値解析では Γ^{GL} 周辺では誤差が無視できない⁽¹¹⁾。もちろん Ω^L 内部で精度上の問題はないことを確認済みである。以上の式を仮想仕事の原理式に代入し、整理すると次式の剛性方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} K^G & K^{GL} \\ (K^{GL})^T & K^L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^G \\ u^L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F^G \\ F^L \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (11)$$

各項の計算式は前報⁽¹¹⁾に記載した(付録参照)。

最近では、実問題への適用を想定し、マクロモデル上に複数のマイクロモデルを重ねる研究がなされている⁽²¹⁾⁽²²⁾。複数のマイクロモデル ($L_1 \sim L_n$) を重ねた場合、剛性マトリックスは図6に示すようにブロック性を有するが、通常の有限要素法と比較してバンド幅が大きくなり、特に、三次元解析では莫大な記憶容量が必要となるという問題があった。一般的な大規模解析ソルバである前処理付反復法を用いる研究もなされているが⁽²³⁾、剛性マトリックスの積分精度に敏感との指摘⁽²³⁾があるほか、著者らの検討の範囲でも対象により収束性が十分に保証されていない。一方、RCM法(Reverse Cuthill-McKee法)⁽²⁴⁾によるリナンパリングを行うことにより、図6のブロック性を崩す代わりに通常の有限要素法と同等のバンド幅のマトリックスが得られることを確認した。これにより、大規模解析であればアウトコア・スカイライン法(ブロックスカイライン法)⁽²⁴⁾の適用が可能となる。複数のマイクロモデルを重ねるなどの種々の使用法に対しても、確実に解が得られる上記ソルバは大変有用である。著者らが確認した範囲では、通常のパーソナルコンピュータに例えば60GBの外付ハードディスクを備えれば約10万要素以上の三次元解析が可能である。

4. 界面き裂を有する薄膜基板の解析

4.1 問題設定とモデル化 本手法の適用例として、図7に示すように界面き裂を有する貫通孔薄膜基板のモデルを設定した。SiO₂の基板上に貫通孔が不規則に配列しているTiO₂薄膜(気孔率:30%、孔径:6.2 μ m)を考え、その界面にき裂を想定した。図7中のスケールが示すように、部材の代表寸法が2mm、き裂が0.25mm、微視構造である孔径が6.2 μ mであり、スケール差は3章で述べた枠組みに合致している。

提案手法による解析手順を図8に示す。薄膜のモデリングに関しては、気孔率が比較的低いことから、不均質に配列した貫通孔の一つをユニットセルとして取り出し、均質化法により等価モデルを計算する。薄膜部分を等価モデルに置き換え、基板を含めたマクロモ

Fig. 6 Stiffness matrix by enhanced mesh superposition method

デルを作成する。一方、界面き裂先端近傍の詳細挙動を解析するためのマイクロモデルを図9に示す。ここで、均質化法はマクロモデルで用いる等価モデルの導出にのみに用い、部材の全体挙動と界面き裂先端の詳細挙動の解析は、均質化法を用いずに、拡張された重合メッシュ法を用いる。SiO₂、TiO₂の材料定数は表1の値を仮定した。

図9には解析条件も併せて示す。マクロモデルは、対称性から全体の1/2領域を取り出し、規則的に要素分割した。マイクロモデルを重合する正確な位置を図

Fig. 7 Porous thin film with interface crack

Fig. 8 Multi-scale analysis strategy for proposed method

10に示す。図11はマクロモデルのみによる界面き裂近傍の応力解析結果であるが、マイクロモデルはマクロ応力こう配が急な微小領域Ω^Lに重ねられている。なお、解析規模は総要素数78080、総節点数88156である。その内、マイクロモデルの要素数は46080、節点数は52385である。

4・2 解析結果と考察

マイクロモデル内の応力σ_zの分布を図12に示す。図12ではマイクロモデルの周辺部が省略されているが、Γ^{GL}における材料モデルの不連続性からマイクロモデルの境界近傍に生じる誤差に配慮したためである。図13には、図中の線上(x=1.965, z=0.4125)のマイクロ応力σ_zの分布を示す。図12, 13からマイクロモデル内の応力場は非周期的であることがわかる。このような結果は均質化法では得られない。また、マイクロ解析の必要性は、マクロモデルのみの解析結果よりも平均的に約1.5倍高い応力値を示しつつ、局所的には非常に高い値となっていることか

Table 1 Material properties

	Young's modulus (GPa)	Poisson's ratio
SiO ₂	68	0.19
TiO ₂	228	0.27

(a) Modeling strategy and boundary condition

(b) Finite element mesh for microscopic model

Fig. 9 Multi-scale modeling and boundary condition

らもわかる。き裂先端であることに加え、貫通孔の不規則配置も高応力発生要因であることがわかる。

5. 結 言

本論文では、種々の不均質体の微視構造と破壊因子、部材それぞれの相関を考慮した新しい3スケール解析の枠組みを示し、均質化法と拡張された重合メッシュ法を併用したマルチスケール手法を提案した。重合メッシュ法の実用化への課題であった大規模解析ソルバについて、RCM法によるリナンバリングとアウトコア・スカイライン法(ブロックスカイライン法)を用いることにより、通常のパーソナルコンピュータで10

万要素以上の三次元解析を可能とした。また、均質化法単独では不可能であったき裂先端におけるマクロ応力こう配下のマイクロ応力解析を行った。提案手法は種々の不均質体の設計・評価に有用であると考えられる。

なお、本研究は経済産業省産業技術環境局が推進する「シナジーセラミックス」プロジェクトの一環として行われたものである。また、成果の一部は科学研究費基礎研究(B)(課題番号 14350058)の補助を受けて実施したものである。

Fig. 10 Superposition of microscopic model onto macroscopic model

Fig. 11 Macroscopic stress field near interface crack

Fig. 12 Analyzed microscopic stress

(b) Comparison between micro- and macroscopic stresses

Fig. 13 Microscopic stress under high gradient of macroscopic stress at crack tip

付録 拡張された重合メッシュ法の 定式化

熱弾性問題に対し、拡張された重合メッシュ法により最終的に得られる剛性方程式(11)の各項の計算式⁽¹¹⁾を以下に示す。

$$\mathbf{K}^G = \int_{\Omega^G} (\mathbf{B}^G)^T \mathbf{E}^G \mathbf{B}^G d\Omega^G + \int_{\Omega^L} (\mathbf{B}^G)^T \mathbf{E}^L \mathbf{B}^G d\Omega^L \dots\dots\dots (12)$$

$$\mathbf{K}^{GL} = \int_{\Omega^L} (\mathbf{B}^G)^T \mathbf{E}^L \mathbf{B}^L d\Omega^L \dots\dots\dots (13)$$

$$\mathbf{K}^L = \int_{\Omega^L} (\mathbf{B}^L)^T \mathbf{E}^L \mathbf{B}^L d\Omega^L \dots\dots\dots (14)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_P^G + \mathbf{F}_T^G \dots\dots\dots (15)$$

$$\mathbf{F}_P^G = \int_{\Gamma_P} (\mathbf{N}^G)^T \mathbf{p} d\Gamma_P \dots\dots\dots (16)$$

$$\mathbf{F}_T^G = \int_{\Omega^G} (\mathbf{B}^G)^T \mathbf{E}^G \alpha^G \Delta T^G d\Omega^G + \int_{\Omega^L} (\mathbf{B}^G)^T \mathbf{E}^L \alpha^L (\Delta T^G + \Delta T^L) d\Omega^L \dots\dots (17)$$

$$\mathbf{F}^L = \int_{\Omega^L} (\mathbf{B}^L)^T \mathbf{E}^L \alpha^L (\Delta T^G + \Delta T^L) d\Omega^L \dots\dots (18)$$

文 献

- (1) シナジーセラミックス研究体編, “シナジーセラミックス”, (2000), 2, 技報堂出版.
- (2) Lions, J. L., *Some methods in the mathematical analysis of systems and their control*, (1981), 1, Science Press.
- (3) Guedes, J. M. and Kikuchi, N., *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, **83**-2 (1990), 143-198.
- (4) Terada, K. and Kikuchi, N., *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, **190**-40, 41 (2001), 5427-5464.
- (5) 高野直樹・柏木有希雄・大西慶弘・座古勝, 機論, **65**-631, A (1999), 498-505.

- (6) Takano, N., Uetsuji, Y., Kashiwagi, Y. and Zako, M., *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.*, **7**-2 (1999), 207-231.
- (7) 永井学志・山田貴博・和田章, 日本建築学会構造系論文集, **509** (1998), 77-82.
- (8) 高野直樹・大西慶弘・西藪和明・座古勝, 材料, **50**-5 (2001), 461-467.
- (9) 高野直樹・木村圭一・座古勝・久保太, 機論, **68**-672, A (2002), 1163-1169.
- (10) 高野直樹・座古勝・石岡学, 機論, **66**-642, A (2000), 220-226.
- (11) 高野直樹・座古勝・奥野義紘, 材料, **52**-8 (2003), 952-957.
- (12) Fish, J., Shek, K., Pandheeradi, M. and Shephard, M. S., *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, **148**-1, 2 (1997), 53-73.
- (13) Lee, K., Moorthy, S. and Ghosh, S., *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, **172**-1-4 (1999), 175-201.
- (14) Takano, N., Ohnisi, Y., Zako, M. and Nishiyabu, K., *Int. J. Solids Struct.*, **37**-44 (2000), 6517-6535.
- (15) Fish, J., *Comput. Struct.*, **43**-3 (1992), 539-547.
- (16) Rashid, M. M., *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, **154**-1, 2 (1998), 133-150.
- (17) 鈴木克幸・大坪英臣・関勝哉・白石卓士郎, 日本計算工学会論文集, **1** (1999), 155-160.
- (18) 岡田裕・遠藤明香・菊池正紀, 計算工学講演会論文集, **7**-2 (2002-5), 517-520.
- (19) Takano, N., Zako, M. and Okazaki, T., *JSME Int. J.*, Ser. A, **44**-4 (2001), 602-609.
- (20) Takano, N., Zako, M. and Okazaki, T., *Proc. 7th Jpn. Int. SAMPE Symp.*, (2001-11), 725-728.
- (21) 榛村太亮・鈴木克幸・大坪英臣・中住昭吾, 計算工学講演会論文集, **8**-1 (2003-5), 227-230.
- (22) 岡田裕・二ノ宮崇・逆瀬川陽介・福井泰好・熊澤典良, 計算工学講演会論文集, **8**-1 (2003-5), 243-246.
- (23) 榛村太亮・鈴木克幸・中住昭吾・大坪英臣, 計算工学講演会論文集, **7**-2 (2002-5), 529-532.
- (24) 村田健郎・小国力・唐木幸比古, “スーパーコンピュータ”, (1985), 116-119, 133-135, 丸善.