DEM によるぜい性材料板の衝撃貫通破壊現象
の解析と評価*尾田 十八^{*1}, 安田 浩人^{*2}, 坂野 憲一^{*2}On Impact Penetration Analysis and Evaluation of
Brittle Material Plate using DEMJuhachi ODA^{*3}, Hiroto YASUDA and Kenichi SAKANO^{*3} Department of Human and Mechanical Systems Engineering, Kanazawa University,
2-4-20 Kodatsuno, Kanazawa-shi, Ishikawa, 920-8667 Japan

It is important to know the dynamic fracture behavior for the safety design of the brittle material board. However, to analyze the dynamic fracture behavior of the brittle material board is difficult because it is discontinuous fracture behavior. In this research, the impact penetration fracture behavior when the impact body collides with the center of the brittle material board is analyzed by using the Distinct Element Method (DEM). DEM is suitable for the analysis of the fracture behavior from the continuous body to discontinuous body. In addition to the analysis, an experiment of the impact penetration fracture is performed by using the glass plate. The experimental results are compared with the analytical results. From the result, it has been understood that the penetration speed and the loss energy increase as the impact velocity of the impact body increases. Moreover, the influences of material constants as the young's modulus, tensile and compressive strength are clarified.

Key Words: Impact Strength, Fracture Mechanics, Penetration, Brittle Material, Plate, DEM

1. 緒 言

自動車のフロントガラスや建築物のコンクリート、板ガラスなどには、衝撃負荷に対して高い安全性が要求される。これらのぜい性材料板の安全設計を行う上で、その破壊挙動や特性を知ることが重要な意味を持つ。これまでも Kennedy がコンクリートに対し、実験的にその衝撃破壊現象を解明している⁽¹⁾。しかし、実験と解析の両方を用いての研究は、これまであまり行われていない。それは、ぜい性材料の破壊挙動がき裂の発生などにより、要素が連続体であったものが徐々に不連続なものへと複雑に変化していくこと。そしてこの破壊現象を解析による数値シミュレーションとして再現する場合、解析対象が連続体である有限要素法 (Finite Element Method) では、対応が難しいためである。一方、個別要素法⁽²⁾ (Distinct Element Method: 以下 DEM とする) は、解析対象を不連続な小要素の集合

体として解析を行うため連続体から不連続体へと変化するような解析に特に有効である⁽³⁾⁽⁴⁾。よって、この手法により著者および海津らは、合わせガラスやセラミックスに対してその衝撃破壊現象を解析している⁽⁵⁾⁽⁶⁾。

本研究では、破壊現象の中でもぜい性材料板 (ガラス板) の衝撃貫通破壊現象を、実験および DEM 解析を用いて理論的に解明することとする。これにより、衝撃子の衝突速度と貫通後の速度、貫通時の損失エネルギーの関係やその破壊状況を考察する。また、ぜい性材料板の材料定数が衝撃貫通破壊現象に及ぼす影響についての考察を行う。

2 ガラス板の衝撃貫通破壊実験

2.1 実験方法と実験装置

衝撃子の衝突速度が、ぜい性材料板の衝撃貫通破壊現象にどのような影響を与えるのかを調べるために、全周を固定したガラス板に衝撃子を衝突させる実験を行った。図 1 に実験装置を示す。圧縮空気を用いたエアガンから、図 2 に示すような質量 1.2903kg の鋼製衝撃子を発射させ、図 3 に示すようなガラス板に衝突さ

* 原稿受付 2003 年 11 月 20 日。

^{*1} 正員, フェロー, 金沢大学工学部 (☎ 920-8677 金沢市小立野 2-4-20)。^{*2} 学生員, 金沢大学大学院自然科学研究科。
E-mail: oda18@t.kanazawa-u.ac.jp

せる。衝撃子の貫通前後の速度を計測する際、貫通前の速度を速度センサによって計測する。貫通後については、ガラスの破片が飛散するため、速度センサによる計測は出来ず、高速度カメラを用いた画像分析によりそれを求めた。また、貫通時のガラスの破壊挙動を高速度カメラによって観察する。エアガンへの衝撃子の挿入距離を変化させることによって衝撃子の衝突速度を変化させることが可能となっており、表1に示すような3種類の衝突速度で実験を行った。ガラスの特性を表2⁽⁵⁾に示す。

Fig.1 Experimental system

Fig.2 Impact body

Fig.3 Glass plate

Table 1 Collision speed

Insertion distance (m)	Collision speed (m/s)
0.5	13.2
1.0	18.2
1.5	22.0

Table 2 Material properties of glass

Name of constant	Glass
Density ρ (kg/m ³)	2.50×10^3
Young's modulus E (GPa)	74.1
Poisson's ratio ν	0.225
Tensile strength σ_t (MPa)	34.6
Compressive strength σ_c (MPa)	350

2.2 実験結果

図4(a), (b)には衝撃子の衝突速度が13.2m/sの場合と22.0m/sの場合での、衝突開始から2 μ s後の破壊の様子をそれぞれ示す。これより、貫通時に発生するき裂は衝突箇所から放射状に発生するものと、衝突箇所を中心とする円周方向に発生するものがある。放射状に発生するき裂については、衝突速度が低いほどその数が増える。円周方向に発生するき裂については、衝突速度が高い場合ではき裂は中心付近に集中し、低い場合では広範囲に分散する。さらに、図中の破線で示すように、衝突速度が高いほど衝撃子がガラスを打ち抜く領域が広くなることがわかる。衝撃子の衝突速度と貫通後の速度の関係を図5に示す。これより、衝突速度の増加に伴い貫通後の速度がほぼ線形に増加することがわかる。

(a) Collision speed: 13.2m/s

(b) Collision speed: 22.0m/s

Fig.4 Fracture behavior after 2 μ s collision

Fig. 5 Relationship between collision speed and Residual speed

3. DEM について

3.1 DEM の概要

DEM は解析対象物を離散的な剛体要素の集合体として表現し、それら個々の要素ごとに独立した 2 階常微分の運動方程式をたて、これを差分近似して前進解法で解くことによって解析対象物の動的挙動を求める方法である。要素間の力の伝達には、要素が互いに接触している時のみ行われ、ある要素とそれに接触している要素との間に図 6 に示すように、接線方向および法線方向にバネ（弾性係数 K_n 、 K_s ）とダッシュポット（減衰係数 η_n 、 η_s ）を配置し、引張、圧縮、せん断力を伝達させることによって材料の弾性的および非弾性的性質を表現している。ある一つの要素（半径 r 、質量 m 、慣性モーメント I ）に注目すると、外力 $f(t)$ と外力モーメント $g(t)$ が作用する場合、その並進（ u ）および回転（ ϕ ）に関する運動方程式は次式で表される。

$$m[\ddot{u}]_i + \eta[\dot{u}]_i + K[u]_i = f(t) \quad (1-a)$$

$$I[\ddot{\phi}]_i + \eta r^2[\dot{\phi}]_i + K r^2[\phi]_i = g(t) \quad (1-b)$$

ここで、上式の η および K は接触しているすべての要素のバネとダッシュポットを合成したものとなる。すべての要素についての運動方程式を連立させて解くことによって、解析対象物の挙動を解析することができる。しかし、実際には前進解法で解いていくため、各要素の運動方程式は連立させずにすむ。前進解法の流れは次のようになっている。解析の時間ステップを Δt とすると、まず、ニュートンの第二法則より現在要素に加わっている力から要素の加速度が更新される。

$$m[\ddot{u}]_{i+\Delta t} = f(t) \quad (2-a)$$

$$I[\ddot{\phi}]_{i+\Delta t} = g(t) \quad (2-b)$$

加速度を時間 t について数値積分することにより、速度は $[\dot{u}]_{i+\Delta t}$ 、 $[\dot{\phi}]_{i+\Delta t}$ 、要素座標は $[u]_{i+\Delta t}$ 、 $[\phi]_{i+\Delta t}$ に更

Fig. 6 Distinct element model

Fig. 7 DEM model

新される。そして、式 (1) より要素に加わる力が $f(t+\Delta t)$ 、 $g(t+\Delta t)$ に更新される。解析が次のステップになると、また式 (2) からの一連の計算を繰り返し、これを解析終了時間まで逐次行うことによって運動方程式を解く。時間ステップ Δt は小さすぎると解析時間の増大や誤差の集積といった問題もあるため、計算が発散しない程度、もしくは 1 ステップにおける力の伝達距離が要素半径を超えない程度の大きさがあれば、有効な解を得ることができる。

3.2 要素間弾性係数

各要素を図 7 に示すような円柱要素とみなし、それらを六角形配置とすると、法線方向ばね係数 K_n 、接線方向ばね係数 K_s は次の式で近似的に求められる。

$$K_n = EA/2r \quad (3)$$

$$K_s = K_n/2(1+\nu) \quad (4)$$

ここに、 E は材料のヤング率、 $A = C \times d$ は円柱要素に対応する角柱間の接触面積で、図 7 に示すように C は各要素の接触幅、 d は円柱要素の長さ、 r は要素半径、 ν はポアソン比である。

3.3 要素間破壊条件

要素間の弾性ばねが、ある限界値に達した場合、その要素間で破壊が生ずると考えることができる。その破壊基準について次式が成立すれば引張破壊（式(5)）、圧縮破壊（式(6)）と考える。

$$[D_{ij}] \leq -\sigma_i \times 2r/E \quad (5)$$

$$[D_{ij}] \leq \sigma_c \times 2r/E \quad (6)$$

ここで、 $[D_{ij}]$ は要素 i, j 間の相対変位、 σ_t は引張強さ、 σ_c は圧縮強さである。引張破壊が発生したとき、要素間の弾性力をゼロとし、圧縮破壊が発生したとき、弾性力はそのままだと考える。

4. 破壊挙動解析

4.1 解析モデルと条件

図8に示すような長さ $L=802\text{mm}$ 、奥行き $d=6\text{mm}$ の両端固定された板の上方から中央に、鉄球をモデル化した直径 10mm 、質量 $M=405\text{g}$ の円柱剛性衝撃子を速度 V_{start} で衝突させた時の挙動を解析した。解析モデルは図8に示すような板厚の異なる三種類のモデルを用いた。各モデルの板厚および要素数は、1層モデルが板厚 231mm 、要素数 401 、3層モデルが板厚 5.77mm 、要素数 1202 、5層モデルが板厚 9.24mm 、要素数 2003 である。板を構成するすべての要素は接触判定に時間のかからない円柱剛性要素とし、要素半径を 1mm とした。板の材料は先の実験で用いたガラスとし、その材料定数は表2のものを使用した。ぜい性材料であるので、粘性係数をゼロとし、重力加速度については考慮しないこととした。本解析では以下に示す、三種類の異なる条件で解析を行った。

- ①1層モデル、3層モデル、5層モデルについて、衝突速度を $10\sim 80\text{m/s}$ の範囲で 10m/s ずつ変化させる。
- ②3層モデルについて衝突速度を 30m/s に固定し、材料定数のうち、ヤング率のみを $2\text{GPa}\sim 500\text{GPa}$ の範囲で変化させる。
- ③3層モデルについて衝突速度を 30m/s に固定し、材料定数のうち、強度（引張強さ σ_t 、圧縮強さ σ_c ）をガラスの 0.0001 倍 ~ 10 倍の範囲で変化させる。

DEMではモデルの要素分割数が解析結果に影響を及ぼすことがわかっている。そこで、その影響を少なくするために次式のように修正係数 α を導入した。

$$K_n' = \alpha K_n \quad (7)$$

$$K_s' = \alpha K_s \quad (8)$$

ここで K_n および K_s はそれぞれ修正後の法線方向弾性係数および接線方向弾性係数である。修正係数 α については別途行った理論解と比較可能な計算モデル⁽⁷⁾により 1.31 とした。

4.2 貫通および貫通エネルギーの定義

衝突開始時点から 1ms が経過した時点で衝撃子が初速度と逆向きの速度を持っていないことと同時に、破壊挙動から明らかな貫通破壊が確認された場合に貫通が成立しているとみなす。貫通した場合に衝突開始時

Fig.8 Analytical models

点と衝突開始から 1ms が経過した時点における衝撃子の運動エネルギーの差を次式から求め、貫通エネルギーとする。

$$\text{貫通エネルギー} = 1/2 \times M (V_{start}^2 - V_{end}^2) \quad (9)$$

ここで、 M は衝撃子質量、 V_{start} は衝突開始時点の衝撃子速度、 V_{end} は衝突開始から 1ms 時点の衝撃子速度である。

4.3 解析結果と考察

4.3.1 板厚および衝突速度を変化させる解析

ここでは4.1節に述べた条件①の場合について述べる。図9に、3層モデルについて、衝突速度が 10m/s と 70m/s の場合における破壊状態（いずれも解析開始から 1ms 経過時のもの）を示す。各モデルでの衝撃子の衝突速度と貫通後の速度を図10(a)に、衝撃子の衝突速度と貫通エネルギーの関係を図10(b)に示す。また3層モデルで衝撃子衝突速度 $10, 30, 50, 70\text{m/s}$ である場合について、解析開始から $100\mu\text{s}$ 経過時までの衝撃子速度の時間変化を図11に、解析開始から $10\mu\text{s}$ 経過時までの衝撃子に発生する反力の変化を図12に示す。まず図9から 10m/s と 70m/s での破壊挙動を比較する。これより、衝突速度が高いほど衝撃子がガラスを打ち抜く領域が広くなることがわかる。これは2章で述べた実験結果と類似した傾向となっている。次に図10(a)より、衝撃子の衝突速度の増加に伴い貫通後の速度が線形に増加することがわかる。これも先の実験結果の図5と類似した傾向を示している。また、この図より厚さが増すほど貫通前後の速度差が大きくなること

Fig.9 Fracture behavior of three layers model

もわかる。一方、図 10(b)からは、貫通エネルギーは衝突速度の増加に伴い非線形に増加することがわかる。これより、同じ材料で同じ板厚のものを破壊する場合でも、貫通破壊に必要なエネルギーは衝突速度によって変化することがわかる。

図 11 より、各衝突速度において、衝撃子の速度は、解析開始直後に最も減少し、その後はわずかな変化しか示さないことがわかる。速度の減少は貫通エネルギーの増加と等価であるから、貫通エネルギーの大きさは衝突直後にほぼ決定されるといえる。このことは図 12 より、衝突直後に最も大きな反力が発生し、衝突速度が高くなるほど、その反力が高くなることからわかる。つまり、衝撃子が板と接触し、エネルギーが伝達することで、衝撃子に反力が発生する。衝撃子の反力の発生が、衝突直後に集中していることより、エネルギーの伝達の大部分が衝突直後に行われていると考えられる。したがって、貫通速度、貫通エネルギーは、衝突直後に発生する衝撃力によって、ほぼ決定されるといえる。衝突速度の増加に伴い、貫通エネルギーが増加する理由として次のことが考えられる。貫通エネルギーは、衝撃子が衝突直後に受ける反力によって、ほぼ決定され、衝突速度が高いほど、衝撃子が衝突直後に受ける反力は高くなるため、貫通エネルギーが増加するのである。これより、衝突速度が高くなるほど対象材料のみかけの強度（耐貫通性）が高くなると言える。

4.3.2 ヤング率を変化させる解析

ここでは 4.1 節に述べた条件②の場合について述べる。ヤング率 E と貫通エネルギーの関係を図 13 に示す。これよりヤング率の小さい領域で若干バラつきが見られるものの、貫通エネルギーはヤング率の変化に関わらず、ほぼ一定の値をとっていることがわかる。この理由を考察する。DEM では式(3)、(4)より、ヤング率が

(a) Residual speed

(b) Penetration energy

Fig.10 Relationship with collision speed

Fig.11 Time variance of impact body speed

Fig.12 Time variance of reaction force

大きくなるほど要素間弾性係数が増加し、材料が剛くなる。また、式(5)、(6)より、ヤング率が大きくなるほど要素間のバネは破壊しやすくなる。

以上のことから、材料に一定の衝撃が加わる場合、ヤング率が大きくなるほど、材料は変形しにくくなるが、小さな変形で破壊してしまう。反対に、ヤング率が小さくなると、材料は変形しやすくなるが、大きな

変形が生じないと破壊しなくなる。これらの相反する変化により、ヤング率を変化させても貫通エネルギーが大きく変化しないと考えられる。

4.3.3 強度を変化させる解析

4.1 節に述べた条件③の場合の解析結果を示す。ガラスの強度を変化させた倍率 β ($=\sigma_t'/\sigma_t, \alpha\sigma_c'/\sigma_c$ ここで σ_t' : 変化後の引張強さ, σ_c' : 変化後の圧縮強さ) と、1ms 経過時における衝撃子の損失エネルギーの関係を図 14 に示す。また、 β が 1.00, 3.50, 5.00 において、衝突開始から 20 μ s 経過するまでの衝撃子に発生する反力の変化を図 15 に示す。

図 14 より、強度の変化に対し、貫通エネルギーが段階的な変化を示すことがわかる。強度を増加させていくと、 β が 5.09 まではほぼ一定の貫通エネルギーを示し、5.09 で若干上昇した後、5.92 以上の強度では貫通しなくなる。これより、ガラスの貫通破壊では、貫通する場合には、どの強度においても貫通エネルギーはほぼ一

Fig.13 Relationship between Young's modulus and penetration energy

Fig.14 Relationship between β and energy loss for 1ms

Fig.15 Time variance of reaction force

定の値を示し、ある強度を境に貫通が起こらなくなることがわかる。図 15 より、強度に関わらず、衝撃子に発生する反力の大きさが、ほぼ等しくなっていることがわかる。これは、強度が変化しても、要素間弾性係数は変化しないためと考えられる。4.2 節において述べたように、貫通エネルギーは、衝突直後に発生する衝撃力によって、ほぼ決定する。強度が変化しても、衝撃力が変化しないために、貫通エネルギーが変化しないものと考えられる。

5. 結 言

本研究では、ぜい性材料板の衝撃貫通破壊現象についての実験と DEM 解析の結果より、ぜい性材料板の衝撃貫通破壊現象について以下の結論を得た。

- (1) 貫通後の衝撃子の速度やエネルギーは衝突時の衝撃力によってほぼ決定される。衝突時の衝撃力は衝突速度に依存するために、衝突速度の増加に伴い貫通速度は線形に増加し、貫通エネルギーは非線形に増加する。
- (2) 貫通エネルギーはヤング率、強度をそれぞれ単独で変化させてもほぼ一定の値をとる。
- (3) 衝撃子の衝突速度が高いほど、貫通時に打ち抜かれる領域は大きくなる。
- (4) 破壊挙動の示す傾向および衝撃子の衝突速度と貫通後の関係において、実験結果と類似した解析結果が得られたことから、DEM の衝撃貫通破壊への有効性が明らかとなった。

文献

- (1) R.P.Kennedy : A Review of Procedures for the Analysis and Design of Concrete Structures to Resist Missil Impact Effects, Nuclear Engineering and Design 37 (1976), 183-203.
- (2) 伯野元彦, 破壊のシミュレーション, 森北出版株式会社, 1997, 10-55.
- (3) Cundall, P.A. : A Computer model for Simulating Progressive, Large Scale Movement in a Blocky Rocksystem, Symp. ISRM, Nancy, France, Proc. Vol.2, (1971), 129-136.
- (4) 尾田十八, 坂野憲一, 鈴木健文, 機論, 69-684, A(2003-8), 1272-1277.
- (5) 尾田十八, 臧孟炎, 遠山清文, 機論, 36-607, A(1997-3), 630-635.
- (6) 海津浩一, 佐伯敏郎, 富永修治, 池田清彦, 材料, Vol.51(2002), No.7, 821-825.
- (7) 尾田十八, 鶴崎明, 木田外明, 山崎光悦, 材料力学<基礎編>, 森北出版株式会社, 1999, 52-62.