大規模トラス構造を対象とした逐次領域絞り込み法に 領域分割有限要素計算手法を併用した効率的損傷同定法*

青 木 太 助^{*1}, 関 根 英 樹^{*2}

An Effective Damage Identification Method for Large Truss Structures Using Successive Iteration Method of Bounding Domain and Domain Decomposition Finite Element Technique

Daisuke AOKI and Hideki SEKINE^{*3}

^{*3} Department of Aeronautics and Space Engineering, Tohoku University,
6-6-01 Aoba-yama, Aoba-ku, Sendai-shi, Miyagi, 980-8579 Japan

Damage identification methods using finite element methods have received much attention for health monitoring systems. However, the damage identification methods need a long computational time for large and complex structures. In this paper, we develop an effective damage identification method for large truss structures using a successive iteration method of bounding domain and a domain decomposition finite element technique. The subdomain of truss structures which contains a damaged truss member is first determined by a flexibility method. The subdomain is subdivided into smaller subdomains using a successive iteration method of bounding domain, and finally the damaged truss member is identified. In order to reduce computational time, the domain decomposition finite element technique is used to get frequencies and mode shapes of the whole structure by assembling subdomain frequencies and mode shapes. To examine the effectiveness of the present damage identification method, the damage identification for large two-dimensional and three-dimensional truss structures is conducted. As the results, it is found that the damaged truss member and its residual stiffness can be identified precisely and the present damage identification method can reduce the computational time when the measurement errors are relatively small.

Key Words: Computational Mechanics, Finite Element Method, Inverse Problem, Numerical Analysis, Damage Identification, Large Truss Structure, Successive Iteration Method of Bounding Domain, Domain Decomposition Finite Element Technique, Flexibility Method

1. 緒 言

宇宙構造物が大規模化・複雑化されるにつれ、構造物の健全性を監視するヘルスマニタリング技術の確立が重要視されている。ヘルスマニタリング技術の確立においては、構造物の損傷を自動的に検知する損傷同定法の開発が一つの課題とされており、現在まで様々な同定法が提案されている。なかでも、振動情報をもとに有限要素法を用いて損傷同定を行う同定法は汎用性も高く活発に研究されている。

有限要素法を用いた損傷同定法には、計測された固有角振動数および固有振動モードを用い、閉じた形の式で損傷前後の剛性マトリクスの変化分を求める方法⁽¹⁾⁽²⁾、制御理論を基礎として最適な固有ベクトルを

用いる方法⁽³⁾⁽⁴⁾、感度解析をもとにして損傷を同定する方法⁽⁵⁾⁽⁶⁾、計測された振動情報と有限要素解析より得られる振動情報との差を最小とする最適化問題を解く方法⁽⁷⁾⁽⁸⁾、動的残差力を最小とする最適化問題を解く方法⁽⁹⁾、最適化問題を解く際に LMI(linear matrix inequality)法を用いる方法⁽¹⁰⁾、さらには、計測情報として、固有角振動数に加え反共振周波数の情報を用いる方法⁽¹¹⁾などがある。しかしながら、これらの損傷同定法によると、大規模な宇宙構造物では有限要素の総自由度数が多大となり同定問題を解く際の計算量が非常に多くなるため、損傷同定に要する計算時間は一般にきわめて長くなる。

この問題に対し、著者ら⁽¹²⁾は、逐次領域絞り込み法に領域分割有限要素計算手法を併用したトラス構造を対象とする効率的損傷同定法を提案した。しかし、この損傷同定法ではトラス構造全体から出発し損傷トラス部材を含む領域の絞り込みを行い、また逐次領域絞

* 原稿受付 2003 年 8 月 22 日。

^{*1} 正員、東北大学大学院工学研究科(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-01)。

^{*2} 正員、フェロー、東北大学大学院工学研究科。
E-mail: sekine@plum.mech.tohoku.ac.jp

り込みにおける領域分割の方法も、領域分割の都度、領域分割パターンを人為的に与える方法を採用していたため、大規模トラス構造にそのまま適用することはできない。そこで、本研究では、この損傷同定法をもとに大規模トラス構造を対象とした、より効率的な損傷同定法を提案する。具体的には、フレキシビリティマトリクスを用いて、逐次領域絞り込みを開始する損傷トラス部材を含む初期領域を決定し、また逐次領域絞り込みにおける領域分割において自動的に最適分割を行う方法を考案する。これにより、文献(12)の損傷同定法に比べ、より合理的に損傷トラス部材を含む領域の絞り込みを行うことが可能となる。

損傷同定例では、1 トラス部材のみ損傷している2次元トラス構造および3次元トラス構造のそれぞれに対して、本損傷同定法を用いて損傷同定を行い、本損傷同定法の同定精度および計算効率、ならびに計測誤差が同定結果に与える影響を検討する。

2. 損傷同定法の基礎

2.1 フレキシビリティマトリクスを用いた損傷トラス部材を含む初期領域の決定 逐次領域絞り込み法による損傷同定では、トラス構造の振動試験において計測された加速度情報から得られる固有角振動数 $\bar{\omega}_j$ および固有振動モード $\bar{\phi}_j$ を用いる。固有振動モードは、トラス構造のすべての節点でのモード変位成分を用いる。ただし、加速度計測点数が限られている場合は、計測点でのモード変位成分を用いて拡張しすべての節点でのモード変位成分を得る。

ここでは、フレキシビリティマトリクスを用いた逐次領域絞り込みを開始する損傷トラス部材を含む初期領域の決定について述べる。

加速度計測情報から得られた j 次の固有角振動数 $\bar{\omega}_j$ および固有振動モード $\bar{\phi}_j$ を用いると、フレキシビリティマトリクス $\mathbf{F}$ は次式で表される。

$$\mathbf{F} = \sum_{j=1}^r \frac{1}{\bar{\omega}_j^2} \bar{\phi}_j \bar{\phi}_j^T \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 r は加速度計測情報から得られた固有振動モードの最高次数である。

次数が有限の場合のフレキシビリティマトリクスは剛性マトリクスの逆行列の近似となる。したがって、振動試験より得られた r 次までの固有振動モードから構築されたフレキシビリティマトリクス $\mathbf{F}$ を用いると、仮想荷重ベクトル $\mathbf{p}$ を作用させた場合の変位ベクトル $\mathbf{u}$ は次式で得られる。

$$\mathbf{u} = \mathbf{F} \mathbf{p} \dots\dots\dots (2)$$

文献(13)では、各トラス部材それぞれに対して仮想圧縮荷重を作用させているが、本研究では、全トラス部材に同程度のひずみを生じさせることを考え、全トラス部材に同時に仮想単位圧縮荷重を作用させる。この時の各トラス部材の軸方向のひずみは、式(2)より得られた変位 $\mathbf{u}$ から求めることができる。損傷同定では、1 トラス部材のみ損傷していると想定されている大規模トラス構造の場合には、すべての部材に対して損傷前および後における軸方向のひずみ ε_u および ε_d を算出し、ひずみ差の絶対値 $|\varepsilon_d - \varepsilon_u|$ がある閾値より大きいすべてのトラス部材を含む領域を逐次領域絞り込みを開始する初期領域として決定する。

2.2 逐次領域絞り込み法による損傷同定 損傷トラス部材を含む領域に対する逐次領域絞り込み法では、はじめに、フレキシビリティマトリクスを用いて決定された初期領域を二つの領域に分割する。次に、各領域において損傷トラス部材が含まれているかを判定し、損傷トラス部材が含まれていると判定された領域は、二つの領域に分割する。この操作を繰り返すことにより損傷トラス部材が含まれる領域の絞り込みを行う。また、逐次領域絞り込み過程において分割された領域のうち損傷トラス部材が含まれていないと判定された隣り合う領域は一つの領域として取り扱う。このようにして1 トラス部材のみで構成される領域になるまで領域の絞り込みを実行する。

各領域に損傷トラス部材が含まれているかどうかの判定は、各領域におけるトラス部材の損傷前後の剛性比 d_β の値に基づいて行う。各領域の損傷前後の剛性比 d_β の値は、有限要素法の振動解析より得られる固有角振動数および固有振動モードと振動試験において計測された加速度計測情報から得られた固有角振動数および固有振動モードとの差を最小とする次の最適化問題を解いて決定される。

$$\begin{aligned} \text{Minimize: } & \sum_{j=1}^r \left[\frac{(\omega_j - \bar{\omega}_j)^2}{\bar{\omega}_j^2} + \frac{(\phi_j - \bar{\phi}_j)^T (\phi_j - \bar{\phi}_j)}{\bar{\phi}_j^T \bar{\phi}_j} \right] \\ \text{Subject to: } & 0 < d_\beta \leq 1 (\beta = 1, 2, \dots, N_n) \\ \text{Design variables: } & d_\beta (\beta = 1, 2, \dots, N_n) \\ & \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここで、 ω_j および ϕ_j は、有限要素法を用いた振動解析より得られる j 次の固有角振動数および固有振動モードである。設計変数は、損傷トラス部材を含む領域の絞り込み過程の各ステップにおいて、分割されたそれぞれの領域内のすべてのトラス部材に対して同一の損傷前後の剛性比 d_β ($\beta = 1, 2, \dots, N_n$) である。こ

Fig. 1 Subdomains and independent interface

に N_n はステップ n における分割された領域の数である。ただし、損傷トラス部材が無いと判定された領域については領域内のすべてのトラス部材の損傷前後の剛性比を 1 とし、設計変数から除外する。1 トラス部材のみ損傷していると想定されている場合、式 (3) の最適化問題を解いた結果、トラス部材の損傷前後の剛性比が最も小さい値となる領域に損傷トラス部材が含まれるものとする。その領域のトラス部材数が二つ以上の場合には領域分割をさらにを行い、式 (3) の最適化問題を解き損傷トラス部材が含まれる領域を絞り込む。また、絞り込まれた領域を構成するトラス部材数が一つの場合は、その領域の剛性比がトラス部材の損傷の程度を示す量となる。

逐次領域絞り込みにおける領域分割においては、複数の分割パターンが存在する。著者らは前報 (12) では、領域分割の都度、領域分割パターンを人為的に与える方法を採用していたが、大規模トラス構造を対象とした場合には、自動的に最適分割を行う方法が合理的である。そこで、本研究では、領域分割において、二つの領域に分割するすべてのパターンに対して式 (3) の最適化問題を解き、式 (3) の目的関数が最も小さくなる領域分割パターンの場合を採用する。

2.3 領域分割有限要素計算手法⁽¹²⁾ 式 (3) の最適化問題を非線形計画法によって解く場合、繰り返し計算ごとにトラス部材の剛性が変化するのは分割された領域内のトラス部材のみであり、最適化問題を解く繰り返し計算ごとに固有角振動数 ω_j および固有振動モード ϕ_j を構造全体の振動解析から得るのは合理的ではない。本研究では、著者らが前報 (12) において開発した、逐次領域絞り込みの過程において分割された個々の領域のトラス構造の振動解析を行うことにより大規模トラス構造全体の振動解析を可能とする領域分割有限要素計算手法を使用する。この手法によると、式 (3) の最適化問題を解く際の繰り返し計算では、分割された領域に含まれるトラス部材についてのみ再計算し、少ない演算回数でトラス構造全体の振動解析を行うことが可能となる。

図 1 に、逐次領域絞り込み過程において分割された領域 D_1 , D_2 のトラス構造と独立なインタフェースの代表例を示す。各領域間のトラス部材の変位の連続条件は、領域のトラス構造間に導入された独立なインタフェースを介してペナルティ法により確保する。ただし、独立なインタフェースは同一箇所については一つのみ存在するものとする。独立なインタフェースを含めた大規模トラス構造全体のポテンシャルエネルギー Π は、次式のように表される。

$$\Pi = \sum_{\beta=1}^{N_n} \left[\Pi_{D\beta} + \frac{1}{2} k \sum_{m=1}^{N_l} (\mathbf{u}_{\beta m} - \mathbf{v}_m)^T (\mathbf{u}_{\beta m} - \mathbf{v}_m) \right] \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $\Pi_{D\beta}$ は領域 $D\beta$ 内のトラス構造のポテンシャルエネルギーであり、 $\mathbf{u}_{\beta m}$ は、領域 $D\beta$ のトラス構造における m 番目の独立なインタフェースに連結される節点の変位ベクトル、 $\mathbf{v}_m$ は、 m 番目の独立なインタフェースの変位ベクトル、 N_l は独立なインタフェースの数、 k はペナルティ係数である。式 (4) から次式の振動解析における基礎方程式が得られる。

$$\mathbf{K}\phi_j = \omega_j^2 \mathbf{M}\phi_j \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 $\mathbf{K}$ および $\mathbf{M}$ はそれぞれ剛性マトリクスおよび質量マトリクスである。剛性マトリクス $\mathbf{K}$ 、質量マトリクス $\mathbf{M}$ および j 次の固有振動モード ϕ_j は、次式の形となる⁽¹²⁾。

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{P1} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{P}_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{P2} & \dots & \mathbf{P}_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{P}_1^T & \mathbf{P}_2^T & \dots & \sum_{\beta=1}^{N_n} \mathbf{K}_{I\beta} \end{bmatrix} \quad \dots\dots (6)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_2 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\phi_j^T = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1^T & \mathbf{q}_2^T & \dots & \mathbf{q}_l^T \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 $\mathbf{K}_{p\beta}$ および $\mathbf{M}_{\beta}$ は、それぞれ領域 D_{β} のトラス構造の剛性マトリクスおよび質量マトリクス、 $\mathbf{K}_{I\beta}$ は独立なインタフェースに関するマトリクス、 $\mathbf{P}_{\beta}$ はペナルティに関するマトリクス、 $\mathbf{q}_{\beta}$ および $\mathbf{q}_I$ は、それぞれ領域 D_{β} のトラス構造のすべての節点におけるモードベクトルおよびすべての独立なインタフェースのモードベクトルである。

さらに、部分構成合成法⁽¹⁴⁾に基づき誘導した次式を用いて、領域 D_{β} のトラス構造のモードベクトル $\mathbf{q}_{\beta}$ をモード座標および独立なインタフェースのモードへ縮小する。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{q}_{\beta} \\ \mathbf{q}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{N\beta} & \Phi_{C\beta} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{\beta} \\ \mathbf{q}_I \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $\Phi_{N\beta}$ は、剛性マトリクスとして $\mathbf{K}_{p\beta}$ を用いた場合の領域 D_{β} のトラス構造の固有振動モード、 $\mathbf{p}_{\beta}$ は領域 D_{β} のトラス構造のモード座標である。また、ギャンの静縮小⁽¹⁵⁾で用いられる $\Phi_{C\beta}$ は次式で与えられる。

$$\Phi_{C\beta} = -\mathbf{K}_{p\beta}^{-1} \mathbf{P}_{\beta} \quad \dots\dots\dots (10)$$

式 (9) を式 (5) へ代入することにより、領域分割されたトラス構造の振動解析における基礎方程式は次式となる。

$$\mathbf{K}_R \phi_{Rj} = \omega_{Rj}^2 \mathbf{M}_R \phi_{Rj} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 $\mathbf{K}_R$ は、各領域内のすべてのトラス部材の剛性比 d_{β} を用いて次式で与えられる。

$$\mathbf{K}_R = \begin{bmatrix} d_1 \Omega_1^u & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & d_2 \Omega_2^u & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \sum_{\beta=1}^{N_n} d_{\beta} (\mathbf{K}_{I\beta} - \Phi_{C\beta}^u \mathbf{K}_{p\beta} \Phi_{C\beta}^u) \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 Ω_{β}^u は、対角項に剛性マトリクスとして $\mathbf{K}_{p\beta}$ を用いた場合の領域 D_{β} のトラス構造の固有角振動数の二乗が入ったマトリクスであり、また、上添字 u は、トラス部材に損傷が無い状態を示している。また、 $\mathbf{M}_R$ および ϕ_{Rj} は、次式で与えられる。

$$\mathbf{M}_R = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \dots & \Phi_{N1}^T \mathbf{M}_1 \Phi_{C1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \dots & \Phi_{N2}^T \mathbf{M}_2 \Phi_{C2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_{C1}^T \mathbf{M}_1 \Phi_{N1} & \Phi_{C2}^T \mathbf{M}_2 \Phi_{N2} & \dots & \sum_{\beta=1}^{N_n} \Phi_{C\beta}^T \mathbf{M}_{\beta} \Phi_{C\beta} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\phi_{Rj}^T = [\mathbf{p}_1^T \quad \mathbf{p}_2^T \quad \dots \quad \mathbf{q}_I^T] \quad \dots\dots\dots (14)$$

マトリクス $\mathbf{K}_R$ および $\mathbf{M}_R$ は、各領域のトラス構造の固有角振動数および固有振動モードで構成されているため、逐次領域絞り込み過程での繰り返し計算では領域内のトラス部材の剛性比に変化のあった領域のトラス構造に関するマトリクスを更新し、その他の領域のトラス構造については事前の振動解析結果を用いて式 (11) を計算することにより、トラス構造全体の振動解析が可能となる。すなわち、損傷トラス部材が含まれる領域の絞り込みにより振動解析を行う際の有限要素の総自由度数を減少させることができ、さらには、式 (11) の剛性マトリクス、質量マトリクスの大きさが縮小されるため、従来の方法で有限要素法を用いてトラス構造全体に対して振動解析を行う場合に比べ計算時間を大幅に短縮することが可能となる。

3. 損 傷 同 定 例

本研究で提案した、逐次領域絞り込み法に領域分割有限要素計算手法を併用した大規模トラス構造を対象とした損傷同定法の同定精度および計算効率、ならびに計測誤差が同定結果に与える影響を2次元トラス構造および3次元トラス構造に対する損傷同定を通して検討する。トラス部材としては、炭素繊維/エポキシ樹脂複合材を用い、縦弾性係数は $E = 150 \text{ GPa}$ 、密度は $\rho = 1.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、断面積は $A = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ とした。

3.1 2次元トラス構造に対する損傷同定 図2(a)

に、損傷同定において用いる2次元トラス構造を示す。この2次元トラス構造は長さの等しい縦横トラス部材とその節点をつなぐ斜めトラス部材からなる。大規模トラス構造に対してトラス部材を単位として領域分割を行った場合、その領域分割パターン数は膨大なものとなる。そこで、本研究では、領域分割パターン数を削減するために、複数トラス部材をまとめた図2(b)に示される4種類のユニットを導入する^{*3}。フレキシビリティマトリクスを用いて、逐次領域絞り込みを開始する損傷トラス部材を含む初期領域を決定する際には、このユニットを単位として領域を構成する。さらに、逐次領域絞り込みでは、はじめにこのユニットを単位とした領域分割を行い、損傷トラス部材を含む領域がユニット一つまで絞り込まれた後に、トラス部材を単位とした領域分割を行う。

計測情報としては有限要素法による順解析の結果の1次から5次までの固有角振動数およびトラス構造の

^{*3}ユニットの選択は一意ではない。また、他の形状のトラス構造でも、接続した複数のトラス部材で構成されるユニットを導入することにより、領域分割パターン数の削減が可能である。

Fig. 2 Two-dimensional truss structure with a damaged truss member and its units

Fig. 3 Total modal strain energy of 1st to 5th modes of truss member of two-dimensional truss structure

全節点における固有振動モードを用いた。各領域のトラス構造の固有振動モードの最高次数は、各領域のトラス構造の有限要素の総自由度数からその領域のトラス構造に連結された独立なインタフェースの自由度数を差し引いた数の6分の1以下の整数を与え、10を超える場合は最高次数を10とした。最適化手法としては、最適化汎用プログラムであるADSプログラム⁽¹⁶⁾におけるBFGS可変計量法を用い、一次元探索には黄金分割法を用いた。また、計算機には、HP 9000J 282/2240ワークステーションを用いた。

図3に、2次元トラス構造に損傷が無い場合の各トラス部材の1次から5次までのモードひずみエネルギー和を示す。ここで、 s 番トラス部材の j 次のモードひずみエネルギー e_{sj} は次式で与えられる。

$$e_{sj} = \frac{\bar{\phi}_j^T \mathbf{K}_{Es} \bar{\phi}_j}{\bar{\omega}_j^2} \dots \dots \dots (15)$$

ここで、 $\mathbf{K}_{Es}$ は s 番トラス部材の要素剛性マトリクスであり、固有振動モード $\bar{\phi}_j$ は質量マトリクスに関して正規化している。図3より、1次から5次までの固有振動モードを用いた場合、横トラス部材のモードひずみエネルギー和は大きい、縦・斜めトラス部材のモードひずみエネルギー和は小さいことがわかる。本損傷同定例では、モードひずみエネルギー和の大きさ

が全体の中間程度の番号120のトラス部材を損傷トラス部材とした。また、その際、損傷程度としては50%の剛性低下とした。一般に、モードひずみエネルギー和が大きいトラス部材は同定し易いが、小さいトラス部材は同定が困難となる。ただし、固有振動モードのモードひずみエネルギー和が小さいトラス部材においても、より高次の固有振動モードを計測情報として導入でき、モードひずみエネルギー和を大きくできれば同定できることになることは注意を要する。

図4(a)に、逐次領域絞り込み過程の各ステップにおいて絞り込まれた領域のトラス構造を示す。ここで、損傷トラス部材が含まれていると判定された領域の領域名は太字で描かれている。ステップ0において、フレキシビリティマトリクスを用いて損傷トラス部材を含む初期領域のトラス構造が決定されている。このとき、ひずみ差の絶対値 $|\epsilon_d - \epsilon_u|$ の閾値を 2.80×10^{-9} と設定した。この閾値を超えたトラス部材については、そのトラス部材番号を図中に記した。ステップ1以降、この初期領域から損傷トラス部材を含む領域の絞り込みを行う。最後のステップ4において、番号120の1トラス部材のみを含む領域 D_{1111} が絞り込まれており、損傷トラス部材が正しく同定できていることがわかる。また、図4(b)には、逐次領域絞り込み過程の各ステップで得られた領域内のすべてのトラス部材の

Fig. 4 Identification results for two-dimensional truss structure

損傷前後の剛性比の値を示す。ステップ4において、領域 D_{1111} の番号120のトラス部材の損傷前後の剛性比の値が0.50と得られ、損傷程度も精度良く同定できていることがわかる。

図5に、逐次領域絞り込み過程の各ステップでの計算時間を、従来の方法で有限要素法を用いてトラス構造全体に対して解析した場合の計算時間で無次元化したものを棒グラフで示す。いずれのステップにおいても、計算時間が約15~20%程度にまで減らすことが可能となっている。ステップ1~3において、計算時間を徐々に短縮できているのは、損傷トラス部材を含む領域が絞り込まれ、独立なインターフェースの数が減るためである。

計測誤差が同定結果に与える影響の検討として、計測された加速度情報から得られる固有角振動数および固有振動モードの各成分に平均0、標準偏差0.001の正規分布をなす計測誤差が含まれている場合について損傷同定を行った。その結果、損傷トラス部材および損傷程度は精度良く同定できた。さらに、標準偏差が0.005と大きい場合は、フレキシビリティマトリクスを用いて決定された損傷トラス部材を含む初期領域が非常に大きくなってしまったため合理的な損傷トラス部

Fig. 5 Comparison of the normalized computational time for two-dimensional truss structure

材を含む領域の絞り込みが不可能であった。この点については、今後さらなる検討が必要である。なお、トラス構造の損傷同定の研究においては、主に計測値の0.5%から5%が実際の計測誤差として想定されている。本損傷同定法で同定可能であった標準偏差0.001の計測誤差は約0.3%の計測誤差に対応し、本損傷同定法を実際に適用する場合には精度の高い計測を必要とする。また、計測誤差の大きさと同定可能な損傷程度の大きさは関連するため、実トラス構造への適用では、事前に各トラス部材に対して、計測誤差の大きさに対応する同定可能な最小の損傷程度の大きさを調べてお

Fig. 6 Three-dimensional truss structure with a damaged truss member and its units

Fig. 7 Total modal strain energy of 1st to 8th modes of truss member of three-dimensional truss structure

く必要がある。

3.2 3次元トラス構造に対する損傷同定 図6(a)に、損傷同定例において用いる3次元トラス構造を示す。この3次元トラス構造は、長さの等しい縦横トラス部材とその節点をつなぐ斜めトラス部材からなる。ユニットとしては、図6(b)に示される3種類のユニットを導入する。フレキシビリティマトリクスを用いて、逐次領域絞り込みを開始する損傷トラス部材を含む領域の決定方法および逐次領域絞り込み過程での領域分割方法は、3.1節の2次元トラス構造の場合と同様である。

計測情報としては有限要素法による順解析の結果の1次から8次までの固有角振動数およびトラス構造の全節点における固有振動モードを用いた。各領域のトラス構造の固有振動モードの最高次数は、各領域のトラス構造の有限要素の総自由度数からその領域のトラス構造に連結された独立なインタフェースの自由度数を差し引いた数の6分の1以下の整数を与え、18を超える場合は最高次数を18とした。最適化手法および計算機も、3.1節と同様のものを用いた。

図7に、3次元トラス構造に損傷が無い場合の各トラス部材の1次から8次までのモードひずみエネル

ギー和を示す。図より長手方向のトラス部材のモードひずみエネルギー和は大きい、それ以外のトラス部材のモードひずみエネルギー和は小さいことがわかる。本損傷同定例においても、モードひずみエネルギー和の大きさが全体の間程度程度の番号48のトラス部材を損傷トラス部材とした。また、その際、損傷程度としては50%の剛性低下とした。

図8(a)に、逐次領域絞り込み過程の各ステップにおいて絞り込まれた領域のトラス構造を示す。ここでも3.1節と同様に、損傷トラス部材が含まれると判定された領域の領域名は太字で描かれている。ステップ0における、フレキシビリティマトリクスを用いた損傷トラス部材を含む初期領域のトラス構造の決定においては $|e_d - e_u|$ の閾値を 3.00×10^{-9} と設定した。3.1節と同様に、閾値を超えたトラス部材番号を図中に記した。ステップ1以降、損傷トラス部材を含む領域の絞り込みを行い、最後のステップ4において、番号48の1トラス部材のみを含む領域 D_{1111} が絞り込まれており、損傷トラス部材が正しく同定できていることがわかる。また、図8(b)には、逐次領域絞り込み過程の各ステップで得られた領域内のすべてのトラス部材の損傷前後の剛性比の値を示す。ステップ4において、

Fig. 8 Identification results for three-dimensional truss structure

領域 D_{1111} の番号 48 のトラス部材の損傷前後の剛性比の値が 0.50 と得られ、損傷程度も同定できていることがわかる。

図 9 に、逐次領域絞り込み過程の各ステップでの計算時間を、従来の方法で有限要素法を用いてトラス構造全体に対して解析した場合の計算時間で無次元化したものを棒グラフで示す。ステップ 1 では、計算時間を約 40% まで減らすことができ、さらに、ステップが進むにつれ計算時間が徐々に減り、ステップ 4 では、計算時間を約 25% にまで減らすことが可能となっている。

計測誤差が同定結果に与える影響の検討として、計測された加速度情報から得られる固有角振動数および固有振動モードの各成分に平均 0、標準偏差 0.001 の正規分布をなす計測誤差が含まれている場合、損傷トラス部材および損傷程度について良好な同定結果が得られた。しかし、標準偏差が 0.005 と大きい時は、3.1 節の 2 次元トラス構造に対する損傷同定例の場合と同様に、フレキシビリティマトリクスを用いて決定された損傷トラス部材を含む初期領域が非常に大きくなってしまったため合理的な損傷トラス部材を含む領域の絞り込みが不可能であった。

4. 結 言

本研究では、加速度計測情報から得られた固有角振動数および固有振動モードを用い、逐次領域絞り込み法に領域分割有限要素計算手法を併用した大規模トラス構造を対象とした効率的損傷同定法を提案した。具

Fig. 9 Comparison of the normalized computational time of three-dimensional truss structure

体的には、大規模トラス構造を対象とした損傷同定を合理的に行うため、フレキシビリティマトリクスを用いて、逐次領域絞り込みを開始する損傷トラス部材を含む初期領域を決定する方法および逐次領域絞り込みにおける領域分割において自動的に最適分割を行う方法を考案した。損傷同定例では、1 トラス部材のみ損傷している 2 次元トラス構造および 3 次元トラス構造それぞれを対象に損傷同定を行い、本損傷同定法の同定精度および計算効率、ならびに計測誤差が同定結果に与える影響の検討を行った。その結果、本損傷同定法を用いれば、大規模トラス構造の損傷トラス部材および損傷程度を精度良く、かつ効率的に同定できることを確認した。また、計測誤差が損傷同定結果に与える影響に関しては、固有角振動数および固有振動モードの各成分が標準偏差 0.001 程度の正規分布の計測誤差を有する場合であれば、損傷同定が可能であることがわかった。

文 献

- (1) Chen, J. -C. and Garba, J. A., *AIAA J.*, **26**-9(1988), 1119-1126.
- (2) Doebling, S. W., *AIAA J.*, **34**-12(1996), 2615-2621.
- (3) Zimmerman, D. C. and Kaouk, M., *AIAA J.*, **30**-7(1992), 1848-1855.
- (4) Lim, T. W. and Kashangaki, T. A. L., *AIAA J.*, **32**-5(1994), 1049-1057.
- (5) Farhat, C. and Hemez, F. M., *AIAA J.*, **31**-9(1993), 1702-1711.
- (6) Doebling, S. W., Hemez, F. M., Peterson, L. D. and Farhat, C., *AIAA J.*, **35**-4(1997), 693-699.
- (7) Cobb, R. G., Canfield, R. A. and Liebst, B. S., *AIAA J.*, **34**-2(1996), 392-399.
- (8) Cobb, R. G. and Liebst, B. S., *AIAA J.*, **35**-1(1997), 152-158.
- (9) 荻芳郎・福永久雄・亀山正樹, 日本複合材料学会, **26**-6(2000), 236-242.
- (10) Abdalla, M. O., Grigoriadis, K. M. and Zimmerman, D. C., *Trans. ASME J. Vibr. Acoust.*, **122**-4(2000), 448-455.
- (11) Jones, K. and Turcotte, J. J. *Sound Vib.* **252**-4(2002), 717-727.
- (12) 青木太助・関根英樹, 機論, **70**-689, A(2004), 1-8.
- (13) 福永久雄・関根英樹・笹島圭輔・胡寧, 機論, **65**-635, C(1999), 2617-2622.
- (14) Farhat, C. and Geradin, M., *Comput. Struct.*, **51**-5(1994), 459-473.
- (15) Gyan, R. J., *AIAA J.*, **3**-2(1965), 380.
- (16) Vanderplaats, G. N. and Sugimoto, H., *Comput. Struct.*, **24**-1(1986), 13-21.