PZT 圧電センサによる CFRP 積層板の衝撃荷重同定***(第 1 報, 衝撃荷重同定の定式化と数値シミュレーション)**田 島 賢 典^{*1}, 松 本 賢^{*1}, 福 永 久 雄^{*2}**Impact Force Identification of CFRP Laminated Plates****Using PZT Piezoelectric Sensors****(1st Report, Identification Method and Numerical Simulation)**Masanori TAJIMA, Satoshi MATSUMOTO and Hisao FUKUNAGA^{*3}^{*3} Department of Aeronautics and Space Engineering, Tohoku University,
6-6-1 Aramaki, Aoba-ku, Sendai-shi, Miyagi, 980-8579 Japan

The information of impact force acting on composite structures is useful in assessment of their integrity. In this paper, an identification method of impact force acting on CFRP plates is presented. First, a relationship between a force history and the induced strain responses is formulated based on the finite element method. For identifying force location, two methods are presented in this paper. The first method uses an optimization procedure with a reciprocal relationship of strain responses. In the second method, minimizing an error between measured strain responses and analytical ones gives a true force location. The force history identification can be achieved by solving an inverse problem where a penalty on the force history is imposed. Finally, the present method is verified through numerical simulations using CFRP laminated square plates with embedded PZT piezoelectric sensors. According to the results of impact force identification, the validity of the present method is verified.

Key Words: Impact Force Identification, CFRP Laminated Plate, PZT, Strain Response, Inverse Problem

1. 結 言

航空宇宙用複合材構造は飛来物の衝突による損傷を生じやすく, CAI 強度等の大幅な低下につながる。そのため, 運用中に損傷を実時間で検知し, 構造の健全性を監視するヘルスマニタリングが重要となる。特に, 構造物に作用する衝撃荷重の情報は構造物の健全性評価に有効である。しかし, 構造物に作用する衝撃荷重の直接計測は困難であり, 従来から衝撃荷重により発生した応答を逆解析することにより推定を行う手法が数多く行われている。荷重履歴の同定法として, 井上⁽¹⁾⁽²⁾は衝撃荷重とひずみ応答を実験的に求められた伝達関数により関係付け, 逆たみ込み法を適用した手法を提案している。Doyle⁽³⁾⁽⁴⁾は同様の伝達関数を解析的に導き, 時間領域あるいは周波数領域で荷重履歴の同定を行っている。また, Wu⁽⁵⁾はモード展開法を行い, 時間領域で衝撃荷重とひずみ応答を関係付け, ひずみ応答の計測値と解析値の残差を最小化することで荷重履歴を同定している。

これらの研究に対し, Yen⁽⁶⁾は, 文献(5)と同様の手法により導かれた伝達関数と等方性平板上の 2 点以上で計測されたひずみ応答によって定義された目的関数を最小化することで, 作用位置が不明な衝撃荷重の位置同定を行っている。また, 文献(5)と同様の手法により荷重履歴の同定も行っている。Choi⁽⁷⁾はセンサからの計測ひずみ応答とモデルから得られた理論ひずみ応答の誤差を最小化することで荷重位置ならびに履歴の同定を行っている。また, 実時間での衝撃荷重同定を目的として, 小野崎⁽⁸⁾はモード座標系を導入し, 加速度応答からモード変位を求め, 単点もしくは他点の衝撃荷重を同定する手法を提案している。以上のように, 衝撃荷重同定法は数多く提案されているが, 精度の良い同定手法の確立には至っていない。

本研究では, より信頼性の高い衝撃荷重同定システムの構築を目的として, 有限要素法に基づく面外衝撃荷重とひずみ応答の関係より衝撃荷重を同定する手法を提案する。本手法に基づき, PZT ひずみセンサが埋め込まれた CFRP 積層板を対象に, センサより得られるひずみ応答を用いた数値シミュレーションを実施し, 本手法の妥当性の検証を行う。その際, 計測誤差の影響について検討を行い, 本手法を用いた衝撃荷重同定システムの有用性について検証を行う。なお,

* 原稿受付 2004 年 3 月 19 日。

^{*1} 東北大学大学院工学研究科 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 01)。^{*2} 正員, 東北大学大学院工学研究科。

E-mail: fukunaga@ssl.mech.tohoku.ac.jp

本数値シミュレーションに対応して、第2報において衝撃実験による検証を行う。

2. 順 問 題

2章では、まず、衝撃荷重同定問題の基礎となる順問題について定式化を行う。ここでの順問題は、衝撃荷重の情報から構造物の応答を求めることにあたる。本研究では衝撃荷重に対する応答としてひずみ応答を用いる。

2.1 衝撃荷重とひずみ応答 矩形平板に対し図1のように直交座標系 (x, y, z) を定義する。板は十分に薄く平面応力状態であり、Kirchhoff の仮定が成り立つとする。平板の非減衰強制振動は有限要素法により次式で表される。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{r_f\}f(t) \quad (1)$$

ここで、 $[K]$ は剛性マトリックス、 $[M]$ は質量マトリックス、 $\{u\}$ は節点変位ベクトルを表し、 $f(t)$ は荷重履歴を表す時間に関する連続関数、 $\{r_f\}$ は荷重の作用位置を表すベクトルであり、荷重が作用する自由度に対応した成分が1で残りの成分が零の単位ベクトルである。また、 $(\cdot)$ は時間 t についての微分を表す。式(1)において、節点変位を n 次までの固有振動モードの線形結合により近似すると節点変位ベクトルは次式で表される。

$$\{u\} = \sum_{i=1}^n \xi_i(t) \{\phi_i\} = [\Phi] \{\xi\} \quad (2)$$

ここで、 ξ_i と $\{\phi_i\}$ はそれぞれ i 次のモード変位、固有振動モードを表し、 $\{\xi\}$ 、 $[\Phi]$ はそれぞれ、 $\{\xi\} = [\xi_1 \ \xi_2 \ \dots \ \xi_n]^T$ 、 $[\Phi] = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_n]$ で定義されるモード変位ベクトルおよび固有モードマトリックスである。式(2)を式(1)に代入するとモード座標系における非減衰強制振動の支配方程式が得られる。

$$\ddot{\xi}_i(t) + \omega_i^2 \xi_i(t) = \{\phi_i\}^T \{r_f\} f(t) = p_i(t) \quad (3)$$

ここで、 ω_i は i 次の固有角振動数を表す。初期変位および初速度を零とし Duhamel 積分を用いて式(3)のモード変位に関する2階微分方程式を解くとモード変位が次式で得られる。

Fig. 1 Square plate under impact force

$$\xi_i(t) = \frac{1}{\omega_i} \int_0^t p_i(\tau) \sin \omega_i(t-\tau) d\tau \quad (4)$$

式(4)に対し、離散時間 $T = j\Delta t$ ($j=1, 2, \dots, k$) を導入し、各区間において荷重の線形近似を行うと、モード変位は各時刻での荷重値を要素に持つ荷重履歴ベクトル $\{\bar{f}\}$ および変換ベクトル $\{a_i\} = [a_{i,1} \ a_{i,2} \ \dots \ a_{i,k}]^T$ を用いて次式で表される。

$$\xi_i(k) = \{\phi_i\}^T \{r_f\} \{\bar{f}\} \quad (5)$$

$$\{\bar{f}\} = [f(\Delta t) \ f(2\Delta t) \ \dots \ f(k\Delta t)]^T \quad (6)$$

$$a_{i,j} = \begin{cases} \frac{2p_i(j\Delta t)}{\omega_i^2 \Delta t} \sin \{(k-j)\omega_i \Delta t\} \\ \quad \times [1 - \cos \{(k-j+1)\omega_i \Delta t\}] & (j < k) \\ \frac{1}{\omega_i^2} - \frac{1}{\omega_i^2 \Delta t} \sin(\omega_i \Delta t) & (j = k) \end{cases} \quad (7)$$

式(7)を各固有振動モードに関して書き下し、マトリックス表示すると、時刻 $T = k\Delta t$ におけるモード変位ベクトルを表す次式が得られる。

$$\{\xi\} = \begin{bmatrix} \{\phi_1\}^T \{r_f\} \{a_1\}^T \\ \{\phi_2\}^T \{r_f\} \{a_2\}^T \\ \vdots \\ \{\phi_n\}^T \{r_f\} \{a_n\}^T \end{bmatrix} \{\bar{f}\} = [A] \{\bar{f}\} \quad (8)$$

式(8)を式(2)に代入すると節点変位ベクトルが得られる。

$$\{u\} = [\Phi][A]\{\bar{f}\} \quad (9)$$

計測点 (x_0, y_0) でのひずみ $\{\varepsilon\} = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \gamma_{xy}]^T$ は曲率-節点変位関係マトリックス $[B]$ を用いて表される。

$$\{\varepsilon\} = z \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right]^T = [B][\Phi][A]\{\bar{f}\} \quad (10)$$

ここで、一つのひずみ成分 $\varepsilon_i(k)$ に着目して各時刻に関して書き下しマトリックス表示すると、荷重履歴とひずみ応答の時間履歴 $\{\bar{\varepsilon}_i\}$ は一つの変換行列 $[G^{(i)}]$ によって次式で関係付けられる。

$$\{\bar{\varepsilon}_i\} = [\varepsilon_i(1) \ \varepsilon_i(2) \ \dots \ \varepsilon_i(k)]^T = [G^{(i)}] \{\bar{f}\} \quad (11)$$

ここで ε は x , y および xy のいずれかを表す指標である。式(11)中の変換行列 $[G^{(i)}]$ は各時刻における Green 関数により構成され、たたみ込みを表す下三角行列となる。また、 $[G^{(i)}]$ は荷重の作用位置とひずみ応答の計測位置によって決定され、荷重履歴には依存しない性質を有する。

2.2 PZT 圧電センサによる動的ひずみ応答計測 PZT や PVDF 等の圧電素子は、小形で高感度であることからセンサとしてさまざまな分野で使用されている。特に、近年スタンフォード大学において開発された SMART Layer⁽⁹⁾ と呼ばれる PZT 圧電素子と回路

とが一体化されたフィルムは、複合材料内部へ積層することで一体成型が可能であり、構造ヘルスマニタリングに不可欠なセンサネットワークの構築において有望なセンサの一つとなっている。2・2節では、PZT 圧電素子をひずみセンサとして使用する場合について素子からの出力応答のモデル化を行う。

圧電素子の形状は図2に示すような半径 r の円盤状であり、厚さ h で十分に薄く ($h/r \ll 1$) 平面応力状態を仮定できる。素子の分極方向は同図中の3軸方向である。また、圧電体内部のひずみは1-2面内で一定とし、弾性および圧電性は1-2面内で等方であると仮定する。応力 $\{\sigma\} = [\sigma_1 \ \sigma_2 \ \tau_{12}]^T$ が圧電素子に対して作用すると、ひずみ $\{\varepsilon\} = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \gamma_{12}]^T$ の発生とともに、圧電効果により電束密度 $[D_1 \ D_2 \ D_3]^T$ を生ずる。このとき、応力とひずみ、および電束密度と応力の関係は次式で表される。

$$\{\sigma\} = \frac{E_1}{(1-\nu_{12}^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu_{12} & 0 \\ \nu_{12} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu_{12})/2 \end{bmatrix} \{\varepsilon\} \quad \cdots \cdots (12)$$

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & 0 \end{bmatrix} \{\sigma\} \quad \cdots \cdots (13)$$

ここで、 E_1 と ν_{12} はそれぞれ、圧電素子のヤング率、ポアソン比、また d は圧電ひずみ定数を表している。式(12)を式(13)に代入すると3軸方向の電束密度 D_3 は次式で表される。

$$D_3(t) = \frac{E_1 d_{31}}{1-\nu_{12}} \{\varepsilon_1(t) + \varepsilon_2(t)\} \quad \cdots \cdots (14)$$

したがって、PZT 圧電素子に蓄えられる電荷 $Q_{PZT}(t)$ は次式で与えられる。

$$Q_{PZT}(t) = \pi r^2 \frac{d_{31} E_1}{1-\nu_{12}} \{\varepsilon_1(t) + \varepsilon_2(t)\} \quad \cdots \cdots (15)$$

式(15)より、PZT 圧電素子からの出力は素子から生じた面内ひずみの和に比例した形で表され、出力電荷 $Q_{PZT}(t)$ を計測することでひずみ計測が可能となる。本論文では、PZT 圧電素子をひずみ計測に用いるとき、これを PZT ひずみセンサと呼ぶ。

以上のように本研究で用いる PZT ひずみセンサの

Fig. 2 Shape of PZT sensors

計測ひずみ量は面内ひずみの和であり、得られるひずみ応答 $\{\varepsilon\}$ と荷重履歴 $\{\tilde{f}\}$ の関係は式(11)より次式で表される。

$$\begin{aligned} \{\varepsilon\} &= \{\varepsilon^{(x)}\} + \{\varepsilon^{(y)}\} \\ &= ([G^{(x)}] + [G^{(y)}])\{\tilde{f}\} \equiv [G]\{\tilde{f}\} \quad \cdots \cdots (16) \end{aligned}$$

3. 逆問題

3章では、平板に作用する単点衝撃荷重の同定問題を2章で示した順問題に対する逆問題として定式化する。衝撃荷重は荷重の作用位置と大きさの時刻履歴により記述されるため、衝撃荷重同定問題は衝撃荷重の作用位置および時刻履歴を同定する問題となる。

3・1 衝撃荷重履歴同定 CFRP 積層板上あるいは内部に実装された $m(\geq 3)$ 個の PZT ひずみセンサから、衝撃荷重 $\{\tilde{f}\}$ の作用により発生したひずみ応答 $\{\varepsilon_i\}(i=1, 2, \dots, m)$ が計測される場合の同定問題を考える。荷重の作用位置が既知の場合、センサ位置および荷重位置の両方が決定し、各センサ応答に対し式(16)が成立する。したがって、荷重履歴同定問題は次式の最小二乗問題に帰着される。

$$\min_{\{\tilde{f}\}} F = \sum_{i=1}^m \|\{\varepsilon_i\} - [G_i]\{\tilde{f}\}\|^2 \quad \cdots \cdots (17)$$

ここで、 $\|\cdot\|$ はベクトルのユークリッドノルムを表す。式(17)の最小二乗問題を直接解いた場合、センサ応答に含まれる計測誤差の影響により、大きく振動した荷重履歴が得られる。それゆえ、逆問題の性質を改善するために、荷重履歴に対して制約を付ける必要がある。本研究では、荷重履歴の振動を抑制し、滑らかな荷重履歴を得るため、荷重の導関数に制約を付けた次式による同定法を提案する。

$$\min_{\{\tilde{f}\}} F = \sum_{i=1}^m \|\{\varepsilon_i\} - [G_i]\{\tilde{f}\}\|^2 + \alpha \|\nabla\{\tilde{f}\}\|^2 \quad \cdots \cdots (18)$$

なお、 $\nabla\{\tilde{f}\}$ は荷重履歴 $\{\tilde{f}\}$ の時間微分の差分近似を表し、 α は荷重履歴の導関数ノルムに対する制約にかかる重み係数である。式(18)を荷重が平板に対して引張り(負)とならぬよう $\{\tilde{f}\} \geq 0$ の制約を加え、二次計画法を用いて解き、荷重履歴同定を行う。

3・2 衝撃荷重位置同定 3・1節で述べた手法により荷重履歴を同定するためには、まず荷重の作用位置を同定しなければならない。本論文では、二つの荷重位置同定法について検討を行う。

3・2・1 ひずみ応答の相反関係に基づく荷重位置同定法⁽⁶⁾ 荷重の作用位置を平板上の任意の位置 (x_e, y_e) に推定されたと仮定する。任意の2個のセンサから得られるひずみ履歴 $\{\varepsilon_i\}, \{\varepsilon_j\}$ に対して、式(16)より次式が成立する。

$$\{\varepsilon_i\} = [G_i]\{\tilde{f}\} \quad \dots\dots\dots (19\cdot a)$$

$$\{\varepsilon_j\} = [G_j]\{\tilde{f}\} \quad \dots\dots\dots (19\cdot b)$$

式(19・a)の左側から $[G_i]$ を、式(19・b)の左側から $[G_j]$ を掛けることにより、上式は、

$$[G_i]\{\varepsilon_i\} = [G_i][G_i]\{\tilde{f}\} \quad \dots\dots\dots (20\cdot a)$$

$$[G_j]\{\varepsilon_j\} = [G_j][G_j]\{\tilde{f}\} \quad \dots\dots\dots (20\cdot b)$$

となる。荷重の推定位置が実際の作用位置と一致している場合、 $[G_i]$ の可換性から二つのひずみ応答の間に次式の関係が成立する。

$$[G_i]\{\varepsilon_i\} = [G_i]\{\varepsilon_j\} \quad \dots\dots\dots (21)$$

式(21)は、荷重の推定位置 (x_e, y_e) が実際の作用位置 (x, y) と異なる場合には成立せず、両辺の差は荷重の推定位置と実際の作用位置とのずれを意味する。本研究では、式(21)の両辺の差を基準化したものを誤差ノルムとして定義し、誤差ノルムを最小にする荷重位置を真の荷重位置として決定する。すなわち、荷重位置同定問題は次式の最小化問題となる。

$$\min_{x_e, y_e} E = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \frac{\| [G_i]\{\varepsilon_i\} - [G_j]\{\varepsilon_j\} \|^2}{\| [G_j]\{\varepsilon_j\} \|^2} \quad \dots\dots (22)$$

式(22)の荷重位置同定法は、荷重履歴の推定を必要としないため、同定時間の点で効率的であり、本論文ではこの位置同定法を手法 1 と呼ぶ。

3・2・2 ひずみ応答の計測値と解析値の差に基づく荷重位置同定法 荷重の作用位置を平板上の任意の位置 (x_e, y_e) に推定し、式(18)に基づき荷重履歴同定

を行うことで荷重の推定履歴 $\{\tilde{f}_e(x_e, y_e)\}$ が得られる。したがって、式(16)から有限要素モデルに基づく各計測点でのひずみ応答の解析値 $\{\varepsilon_{ei}\}$ が次式のように求まる。

$$\{\varepsilon_{ei}\} = [G_i]\{\tilde{f}_e(x_e, y_e)\} \quad \dots\dots\dots (23)$$

式(23)のひずみの解析値とセンサから実際に計測される応答 $\{\varepsilon_i\}$ との差を用いて、荷重の推定位置 (x_e, y_e) と実際の作用位置 (x, y) とのずれを表す誤差ベクトルを次式で定義する。

$$\{\tilde{e}_i\} = [G_i]\{\tilde{f}_e(x_e, y_e)\} - \{\varepsilon_i\} \quad \dots\dots\dots (24)$$

式(24)の誤差ベクトルを $\|\{\tilde{e}_i\}\|^2$ で基準化したものを最小とする荷重位置を真の荷重位置と決定すると、荷重位置は次式の最小化問題の解となる。

$$\min_{x_e, y_e} E = \sum_{i=1}^m \frac{\| [G_i]\{\tilde{f}_e(x_e, y_e)\} - \{\varepsilon_i\} \|^2}{\| \{\varepsilon_i\} \|^2} \quad \dots\dots (25)$$

式(25)による荷重位置同定法は、式(18)により荷重履歴同定を荷重位置が更新されるたびに行う必要があり、手法 1 に比べ同定時間を要する。しかし、手法 1 に比べ、直接にひずみ応答の計測値をモデルから得られる解析値と比較する手法であり、精度の良い荷重同定結果が期待できる。本論文では式(25)の位置同定法を手法 2 と呼ぶ。

本研究では、荷重の作用位置 (x, y) を有限要素モデルの節点上に限定し、式(22)、(25)の最小化問題を各節点についてパラメトリックな計算により解き、荷重位置同定を行う。

4. 数値シミュレーション

3 章で定式化した衝撃荷重同定法の有効性を検証するために、4 章では数値シミュレーションによる衝撃荷重同定を行う。

4・1 CFRP 積層板 数値シミュレーションで対象とした CFRP 積層板の外形を図 3 に示し、寸法および積層構成を表 1 に示す。また、各層の材料定数は表 2 のとおりである。シミュレーションでは、バランスト積層と擬似等方性積層の積層構成について検討を行い、それぞれの積層板を CFRP 1 および CFRP 2 と呼ぶ(表 1 参照)。各積層板に対し PZT ひずみセンサが 4 個、板下面から 2 層めと 3 層めの間に埋め込まれ、ひずみ計測が可能となっている。センサ配置の概観は図 3 に示すとおりであり、詳細な位置を表 3 に示す。積層板の支持状態は $y=270\sim 300$ mm の部分を固定支持とし、衝撃を与える面は板上面(紙面と同じ面)とする。

4・2 有限要素モデル 解析に用いる有限要素モデルを図 4 に示す。解析には x, y 軸方向にそれぞれ

Table 1 Size and stacking sequence of plates

CFRP1	CFRP2
Geometry (Rectangular)	
Length = 299.8 [mm]	Length = 300.2 [mm]
Width = 299.8 [mm]	Width = 299.8 [mm]
Stacking sequence	
$[45_2 / -45_2 / 45_2]_s$	$[0_2 / 45_2 / -45_2 / 90_2]_s$

Fig. 3 CFRP laminated plates and sensor arrangement

10 分割した 100 要素 121 節点で構成されるモデルを用いる。解析要素には 4 節点板曲げ要素を用いており、各節点の自由度は面外変位および x , y 軸周りの回転の計 3 自由度である。片持支持状態は 91~100 番要素を構成する節点の全自由度を拘束することでモデル化した。

解析で考慮する固有振動モードの次数を決定するために、考慮するモードの数を変化させた場合のひずみの理論応答を図 5 に示す。図 5(a) は CFRP 1 の 14 番節点 ($x=60.0\text{mm}$, $y=30.0\text{mm}$) に衝撃を与えた場合の 45 番要素中央上面でのひずみ応答および荷重履歴を表している(図 4 参照)。また、図 5(b) は図 5(a) に示すひずみ応答のうち、0.5~1.2 ms までの応答を拡大したものであり、灰色の破線は 1~30 次、灰色の実線は 1~50 次、黒色の実線は 1~100 次までの固有振動モードを考慮した際のひずみ応答を表している。図 5(a) より、30 次までのモードを考慮すれば収束した応答波形が得られることがわかる。また図 5(b) において、30 次モードまでを考慮した応答と 50

次モードまでを考慮した応答とを比較するとひずみ応答の立上りに誤差が見られる。一方、50 次モードまでを考慮した応答と 100 次モードまでを考慮した応答とは立上りのひずみ応答はほぼ一致している。したがって、本研究では 50 次の固有振動モードまでを考慮して解析を行う。ただし、正確なひずみ応答を再現するために考慮すべき最高モード次数は衝撃荷重の周波数に依存すると考えられ、今回入力に用いた荷重より高周波数成分を有する衝撃荷重を同定の対象とする場合には、より高次の固有振動モードまで考慮して解析を行う必要があると考えられる。

4.3 同定結果および考察

4.3 節では、各センサから正確なひずみ応答の情報が得られる場合とひずみ応答に誤差が含まれる場合の二つについて衝撃荷重同定の数値シミュレーション結果を示す。検討する荷重位置は板周辺およびセンサ上の節点を除く 68 の節点上とし、入力の荷重履歴に対し、式(16)より得られるひずみ履歴を計測値として用い、衝撃荷重同定を行う。なお、入力の荷重履歴には事前に行った衝撃実験において、各節点を打撃した際に得られた荷重履歴を用いる。データ長は 7 ms でありサンプリング時間は 0.1 ms である。

4.3.1 計測誤差を含まない場合 まず、手法 1 を用いた衝撃荷重位置同定の結果を図 6 に示す。正確

Table 2 Properties of lamina

Thickness	0.125 mm
E_L	142 GPa
E_T	10.8 GPa
G_{LT}	5.49 GPa
Poisson Ratio	0.30
Density	1600 kg/m ³

Table 3 Sensor locations [mm]

	CFRP1	CFRP2
Sensor 1	(85, 89)	(85, 91)
Sensor 2	(212, 89)	(213, 89)
Sensor 3	(86, 215)	(87, 217)
Sensor 4	(212, 217)	(212, 217)

Fig. 4 Finite element model of the cantilever plate

(b) Strain responses ($t=0.5\sim 1.2\text{ms}$)

Fig. 5 Calculated strain responses

なひずみ応答が計測できる場合には両試験片のいずれの節点に衝撃を加えた場合にも正しい荷重位置が同定された。また手法 2 を用いて行った衝撃荷重位置同定でも、同様に、すべての荷重位置で正しく荷重位置が行われた。

次に衝撃荷重履歴同定について同定結果を図 7 に示す。図 7(a)ならびに(b)はおのこの、供試体に CFRP 1 および CFRP 2 を用いた場合の、14 番節点での履歴同局結果を表している。また、各図において、履歴の同定精度を比較するため、正解の荷重履歴、式 (18) の重み係数 α の値を 0.0 として荷重の導関数ノルムに制約を加えなかった場合 [すなわち、式 (17) による荷重履歴同定法を用いた場合] に同定された荷重履歴、および $\alpha = 0.7 \times 10^{-12}$ として制約を加えた場合に同定された荷重履歴が示されている。ひずみ応答に計測誤差が含まれない場合でも、荷重履歴に対する制約を付与しない場合、正解の履歴の周りで振動した荷重履歴が同定されている。これは、ひずみ応答の計算に際して生じた丸め誤差などが逆問題の性質をいくぶん悪化させたためと考えられる。これに対し、荷重履歴の導関数に制約を加えた場合には、制約項が荷重履歴の振動を抑制するため、正解の荷重履歴と良く一致した履歴が同定される。

以上の結果から、正確なひずみ応答が計測できる場合には積層構成、衝撃の加わる位置、同定手法に関係なく正しい荷重位置の同定が可能である。荷重履歴同定については、制約を加えない場合でも比較的良好な同定が行えるが、制約を加えることで精度良く荷重履歴同定が可能であるといえる。

4.3.2 計測誤差を含む場合 次に、計測されるひずみ応答に計測誤差が含まれる場合について検討を行う。計測誤差 $\varepsilon_{\text{noise}}$ は次式により発生させる。

$$\varepsilon_{\text{noise}}(t) = R \times \varepsilon_{\text{max}} \times \text{random}(t) \quad (26)$$

ここで、 ε_{max} は各センサ応答の最大絶対値であり、

$\text{random}(t)$ は $-1.0 \sim 1.0$ の一様乱数を表す。 R はノイズの最大値と ε_{max} との比であり、次式で定義する。

$$R = \text{Max}(\varepsilon_{\text{noise}}) / \varepsilon_{\text{max}} \quad (27)$$

ひずみ応答の解析値に式 (26) の計測誤差成分 $\varepsilon_{\text{noise}}$ を加え、ひずみ応答に計測誤差が含まれる場合の衝撃荷重同定について検討を行う。まず、 R と荷重位置同定の成功率の関係を図 8 に示す。なお、荷重位置同定の成功率は荷重位置の全検討数 (= 68) に対する位置同定の正しく行われた位置数の比を表している。図 8 より、荷重履歴の情報を必要としない手法 1 の位置同定法では誤差の増大に伴い、位置同定成功率の低下が見られる。一方、荷重履歴を評価し、ひずみ応答の解析値と計測値の直接比較を行う手法 2 による位置同定法では、 $R = 0.10$ の場合にもすべての荷重位置に対して正しい荷重位置を同定されていることがわかる。

$R = 0.10$ の場合について、手法 1 による荷重位置同定結果を図 9 に示す。図 9 には、荷重位置同定に成功した場合を○印で、失敗した場合を△印を示す。また、図 10 に、図 9 において正しく荷重位置が同定されなかった節点について、同定された荷重位置を示す。図 10 より正しく荷重位置が同定されなかった節点は、固

(a) CFRP 1

(b) CFRP 2

Fig. 6 Results of force location identification for both CFRP 1 and CFRP 2

Fig. 7 Results of force history identification at No. 14 node

定支持部付近に集中しており、正しい荷重位置の近隣節点が同定されていることがわかる。これは、支持部近くに衝撃荷重が作用した場合、荷重によって生じるひずみ応答の感度が他の打撃点に比べ小さいため、ひずみ応答誤差の寄与が増大するためと考えられる。次に、荷重位置同定に成功した 14 番節点 ($x=60.0$ mm, $y=30.0$ mm, 図 4 参照) に衝撃を加えた場合の荷重履歴同定結果を図 11 に示す。荷重履歴の導関数ノルムに対して制約を加えずに同定を行った場合 ($\alpha=0.0$) の履歴は、両供試体とも計測誤差の影響で大きく振動してしまっているが、制約 ($\alpha=0.7 \times 10^{-12}$) を加えることにより正解の荷重履歴と良く一致した滑らかな履歴が同定されている。

Fig. 8 Relationship between R and success rate of location identification

(a) CFRP 1

(b) CFRP 2

Fig. 9 Identification results of force location with strain responses with measurement noise (Method 1)

履歴が同定されている。

以上の結果より、ひずみ応答の計測値に計測誤差が含まれる場合にも衝撃荷重位置同定が可能である。特に、計測されたひずみ応答と解析に求められたひずみ応答の直接比較による荷重位置同定法(手法 2)はひずみ応答のみを用いた同定法(手法 1)に比べて高精度な同定が可能である。荷重履歴同定については、荷重履歴に対する制約を考慮しない場合、計測誤差の影響により大きく振動した履歴が同定され精度良く同定は行えない。しかし、荷重履歴の導関数ノルムに制約を加えることにより、振動を抑制し、十分に滑らかな荷重履歴を同定することが可能になる。

5. 結 言

本論文では、CFRP 積層板に作用する衝撃荷重とひずみ応答を有限要素法に基づき、変換行列によって関係付け、同関係式を利用した衝撃荷重同定法を提案した。また、本手法の有効性を数値シミュレーションにより検証し、以下の知見を得た。

(1) 荷重位置同定法では、ひずみ応答と変換行列のみで定義された目的関数を最小化する手法とひずみの計測応答と解析応答との残差最小化基準に基づく手法の二とおりの同定法を検討した。その結果、ひずみ

(a) CFRP 1

(b) CFRP 2

Fig. 10 Identified locations in case of failed identification (Method 1)

(a) CFRP 1

(b) CFRP 2

Fig. 11 Identification Results of the force history with strain responses including measurement noise (impacted on No. 14 node)

応答誤差が10%程度るとき、前者の手法では約90%程度の精度で荷重位置を同定可能であるのに対し、後者の手法では完全に正確な荷重位置同定が可能であることを示した。

(2) 荷重履歴同定法では、荷重履歴の導関数ノルムに対する制約を加えた最小二乗問題により定式化し

た。シミュレーションより、荷重履歴に対する制約項が逆問題の性質の改善に有効であり、精度の良い履歴同定につながることを示した。

本論文では、一様乱数によって表される誤差が同定精度に与える影響について検討し、その有効性を示したが、定常的な誤差(零点ドリフト)やモデル化誤差については検討を行っていない。特にモデル化誤差は、本手法の実用化を考える上で重要な課題であり、第2報において実験により検証する。

文 献

- (1) 井上裕嗣・渡辺隆一・渋谷寿一・小泉堯, 逆たたみ込み法による衝撃力の測定, 非破壊検査, 37-4 (1988), 337-342.
- (2) 井上裕嗣・渋谷寿一・小泉堯・福地淳一, 逆たたみ込み法による平板の衝撃力測定, 非破壊検査, 37-11 (1988), 874-878.
- (3) Doyle, J. F., An Experimental Method for Determining the Dynamic Contact Law, *Exp. Mech.*, 24-1 (1984), 10-16.
- (4) Doyle, J. F., Experimentally Determining the Contact Force During the Transverse Impact of an Orthotropic Plate, *J. Sound Vib.*, 118-3 (1987), 441-448.
- (5) Wu, E., Yeh, J. C. and Yen, C. S., Identification of Impact Forces at Multiple Locations on Laminated Plates, *AIAA J.*, 32-12 (1994), 2433-2439.
- (6) Yen, C. S. and Wu, E., On Inverse Problem of Rectangular Plates Subjected to Elastic Impact, Part I: Method Development and Numerical Verification, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 62 (1995), 699-705.
- (7) Choi, K. and Chang, F. K., Identification of Impact Force and Location Using Distributed Sensors, *AIAA J.*, 34-1 (1996), 136-142.
- (8) 小野崎徹, 航空機構造複合材積層板に作用する点衝撃の同定に関する研究, 東北大学博士論文, (2002).
- (9) Lin, M. and Chang, F. K., *The 13th Annual ASC Technical Conference on Composite Materials*, Baltimore, MD, (1998), 89-101.