誘導加熱・熱弾粘塑性損傷・相変態の連成を
考慮した 3 次元有限要素法による高周波焼入れ解析*高 垣 昌 和^{*1}, 都 井 裕^{*2}Analysis of Induction Hardening by 3-dimensional FEM Considering
Coupling of Induction Heating, Thermal Elasto-Viscoplasticity Damage
and Phase TransformationMasakazu TAKAGAKI and Yutaka TOI^{*3}^{*3} Institute of Industrial Science, The University of Tokyo,
4-6-1 Komaba, Meguro-ku, Tokyo, 153-8505 Japan

Induction hardening is one of the methods of heat treatment for steel members. It is difficult to determine the optimum heating conditions for steel members of complicated shape so that the computational tool is necessary for the simulation of the behaviors of those members in induction hardening. The present study is concerned with the development of the 3-dimensional finite element method considering induction heating, thermal elasto-viscoplasticity with damage and phase transformation. Numerical studies for the process of induction hardening of steel bars have been done to demonstrate the validity of the present method.

Key Words: Computational Mechanics, Damage Mechanics, Finite Element Method, Electromagnetic Field, Coupled Analysis, Phase Transformation, Thermal Stress

1. 序 論

高周波焼入れは、鋼材に施す熱処理のひとつであり、この手法は表面のみ硬化させ内部は素材の調質そのままの状態で保持できる特徴を有し、自動車部品、歯車等、機械部品の焼入れに採用されている。この熱処理手法は、誘導加熱により部材の表面を焼入れ温度まで昇温しオーステナイト相に変態させ、その後、急冷することによりマルテンサイト変態させ、表面に硬化層が生成される。高周波焼入れは、丸棒のように単純な形状のものであれば、実験や経験的に加熱条件を決定し焼入れを行うことができる。しかし、複雑な形状部材は、加熱時の誘導加熱等の諸条件を決定することが困難であり、解析により最適条件を求めることが要望されている。

これまでに誘導加熱、応力場、相変態が考慮された

解析手法は、商用コードでは SYSWELD があり、また宮近ら⁽¹⁾により研究がなされている。しかし、本解析手法のように損傷の影響を含め、高周波焼入れに関するすべての物理場について 3 次元解析を行い、また、それぞれの連成関係を考慮した解析手法はない。

本研究では有限要素法を用いた誘導加熱、相変態、熱伝導と熱弾粘塑性損傷の連成を考慮した解析手法について検討をおこなった。適用した要素は六面体アイソパラメトリック要素であり、3 次元の解析が可能となっている。解析例として基本的な形状モデルの高周波焼入れの計算を行い、計算手法の妥当性を検証した。

2. 有限要素法による連成解析法

2.1 誘導加熱 高周波加熱は、電磁誘導で発生させた渦電流を加熱対象に流すことによって発熱させる方法である。したがって電磁場解析により渦電流の密度分布を明らかにしなければならない。本研究では、磁気ベクトルポテンシャル法 (A-φ法) を用いて解析を

* 原稿受付 2004 年 6 月 10 日。

^{*1} 正員、東京大学生産技術研究所 (〒153-8505 東京都目黒区駒場 4-6-1)。^{*2} 正員、フェロー、東京大学生産技術研究所。

E-mail: toi@iis.u-tokyo.ac.jp

行った⁽²⁾。A- ϕ 法の支配方程式は、磁気ベクトルポテンシャルAと電気スカラーポテンシャル ϕ を用いて、(1)、(2)式のように求められる。

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) = \mathbf{J}_0 - \sigma_c \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \phi \right) \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \sigma_c \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \phi \right) = 0 \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{J}_0$ は強制電流、 μ は透磁率、 σ_c は導電率である。ただし、透磁率、導電率は温度依存性を考慮している⁽³⁾。また、上式の時間偏微分 $\partial/\partial t$ の項は交流問題に限ることにより、複素数表示 $j\omega$ で置き換えることができる。さらにクーロンゲージ $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ を代入することにより(1)式の解の一意性が保証できる。これらを考慮して(1)、(2)式を整理すると、(3)、(4)式を得る。

$$\frac{1}{\mu} \nabla^2 \mathbf{A} = -\mathbf{J}_0 + \sigma_c (j\omega \mathbf{A} + \nabla \phi) \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \sigma_c (j\omega \mathbf{A} + \nabla \phi) = 0 \quad (4)$$

上式を座標成分ごとにガラーキン法を用いて離散化し、有限要素法により渦電流密度を求めている⁽²⁾。ここで、加熱対象における渦電流密度 $\mathbf{J}_c$ は電磁場解析により得られた磁気ベクトルポテンシャルAと電気スカラーポテンシャル ϕ を用いて(5)式のように示される。

$$\mathbf{J}_c = \sigma_c (j\omega \mathbf{A} + \nabla \phi) \quad (5)$$

発熱量 Q_c は得られた渦電流密度より(6)式のように定義される。これを加熱対象の境界条件として加熱時の熱伝導解析を行っている。

$$Q_c = \int_V \frac{1}{\sigma_c} |\mathbf{J}_c|^2 dV \quad (6)$$

2.2 熱伝導解析 熱伝導解析は、支配方程式にガラーキン法を適用し、時間積分の解法として中心差分法を適用した有限要素法とした。また、損傷を受けた部材では、損傷により生じた空間（ポイド、微小き裂等）のために熱の伝わり方が健全材と比べ小さくなる。これにより損傷部と非損傷部では温度分布が異なり、熱応力が発生する要因となると考えられる。そこで、本手法ではSkrzypekによって提案⁽⁴⁾されている損傷力学の概念を導入した損傷を考慮した熱伝導率を導入した。熱伝導率 λ^a は(7)式のように与えられている。

$$\lambda^a = \lambda_0 (1-D) + d\tilde{\lambda}^{rad} \quad (7)$$

ここで、 λ_0 は健全材における熱伝導率、 $d\tilde{\lambda}^{rad}$ は

(8)式のような熱輻射の影響項である。

$$d\tilde{\lambda}^{rad} = \sigma_B \epsilon_0 \left(4DT^3 + \frac{\partial D/\partial X}{\partial T/\partial X} T^4 \right) dX \quad (8)$$

ここで、 σ_B はボルツマン定数、 ϵ_0 は放射率、 T は温度である。本解析では(7)式の熱伝導率を熱伝導方程式に導入した。また、熱伝導率、密度は相変態により変化するため、これを考慮しなければならない。そこで、それぞれを(9)、(10)式のように表した。

$$\lambda_0 = \sum_{l=1}^L \xi_l \lambda_l \quad (9)$$

$$\rho = \sum_{l=1}^L \xi_l \rho_l \quad (10)$$

ただし、 λ_l 、 ρ_l は各相の熱伝導率および密度であり、 ξ_l は各相の体積分率である。なお、相変態による各相の体積分率の速度式等、詳細については後述している。

2.3 熱弾粘塑性損傷解析

本手法で適用している熱弾粘塑性損傷解析法は、Lemaitreによるスカラー損傷変数発展則ならびにクリープ塑性等方硬化理論の粘塑性損傷則を拡張したものである⁽⁵⁾⁽⁶⁾。さらにここでは相変態を考慮するために構成式を(11)式のように拡張している。

$$\epsilon_c = \frac{1+\nu}{E} \frac{\sigma}{1-D} - \frac{\nu}{E} \left(\text{tr} \frac{\sigma}{1-D} \right) I + \alpha \Delta T I + \sum_{l=1}^L \xi_l \beta_l I \quad (11)$$

$$\alpha = \sum_{l=1}^L \xi_l \alpha_l \quad (12)$$

ただし、 E は温度依存性を考慮したヤング率、 ν はポアソン比、 ΔT は温度増分である。また、 β_l は各相変態における体積膨張率である。 α は線膨張係数であり各相の体積分率と線膨張係数を用いて(12)式と定義される。また、粘塑性ひずみ ϵ_{vp} は、(13)式のような粘塑性ポテンシャル ψ_{vp}^* を用いて(14)式から求めている。

$$\psi_{vp}^* = \frac{K}{N+1} \left(\frac{\sigma_c/(1-D) - R - k}{K} \right)^{N+1} \quad (13)$$

$$\dot{\epsilon}_{vp} = \frac{\partial \psi_{vp}^*}{\partial \sigma} \quad (14)$$

ただし、 D は損傷変数、 σ_c はMises型の相当応力、 R は等方硬化パラメータ、 k は初期降伏応力、 K 、 N は材料定数である。なお、 R 、 K 、 k 、 N については温度依存性を考慮している。これらのパラメータのうち、 k については相変態の影響を考慮し、(15)式のように与えている。

$$k = \sum_{l=1}^L \xi_l k_l \quad (15)$$

ここで、 k_l は各相の初期降伏応力である。また、本手

法で行っている損傷評価は、損傷力学の概念に基づいており、損傷変数の発展式は、(16)式のように定義された損傷ポテンシャル ψ_D を用いて(17)式のように表すことができる。

$$\psi_D = \frac{S}{s+1} \frac{1}{1-D} \left(-\frac{Y}{S} \right)^{s+1} \quad (16)$$

$$\dot{D} = \frac{\partial \psi_D}{\partial Y} \quad (17)$$

ただし、 Y はエネルギー解放率、 S 、 s は温度依存性を考慮した材料定数である。

2.4 相変態解析 本手法では鋼の組織としてオーステナイト、パーライト、マルテンサイトについて考慮している。はじめに、各相の体積分率を ξ_1 、 ξ_2 、 ξ_3 として相変態の速度式について示す。焼入れの際に生じる変態は、主にマルテンサイト変態とパーライト変態である。マルテンサイト変態の速度式は、Mageeの考え方⁽⁷⁾に従って、井上らによって(18)式のように考えられている⁽⁸⁾。

$$\dot{\xi}_3 = (1 - \xi_p)(1 - A_s) \{1 - \exp\{\phi(T)\}\} \quad (18)$$

ここで、温度に依存する関数 $\phi(T)$ は、S45C鋼の場合、

$$\phi(T) = \begin{cases} -0.544 \times 10^{-4} (M_s - T)^2 & \text{for } (M_s - T) \leq 77 \\ -0.231 \times 10^{-1} (317 - T) & \text{for } (M_s - T) > 77 \end{cases} \quad (19)$$

と求められている。ただし、 M_s ($\approx 380^\circ\text{C}$)はマルテンサイト変態開始温度である。また、 ξ_2 はマルテンサイト変態が始まるまでに生じたパーライトの体積分率、 A_s はマルテンサイト変態のみを起す残留オーステナイトの体積分率である。

次にパーライト変態の速度式であるが、これらはJohnson-Mehlの概念をもとに(20)式のように定式化されている。

$$\dot{\xi}_2 = 1 - \exp(-V_e) \quad (20)$$

ここで、 V_e は温度依存性を考慮した関数 $f(T)$ を用いて(21)式のように示されている。

$$V_e = \int_0^t \frac{4}{3} \pi G^3 (t - t_1) \dot{N} dt_1 = \int_0^t f(T) t (-t_1)^3 dt_1 \quad (21)$$

ただし、 G は核成長速度、 $\dot{N}$ は核生成速度である。なお、 $f(T)$ は実験的に決定されるものでS45C鋼では、

$$f(T) = -0.071 \left(\frac{T - 380}{145} \right)^{6.91} \left(\frac{720 - T}{195} \right)^{9.31} \quad (22)$$

と同定されている。最後にオーステナイト体積分率は、

$$\xi_1 = 1 - (\xi_2 + \xi_3) \quad (23)$$

とする。

2.5 連成関係と計算アルゴリズム 本手法において適用した電磁場、相変態、熱伝導、損傷応力場のそれぞれの解析法を連成させるため、図1のような計算アルゴリズムで逐次連成解析（あるいは疎連成解析）を行っている。

高周波焼入れの解析においては、加熱過程では電磁場、熱伝導、損傷応力解析をそれぞれ実行し、加熱対象が焼入れ温度に達するまで繰り返し計算を行う。また、冷却過程では相変態、熱伝導、損傷応力解析をそれぞれ順番に行い、これを繰り返し計算することによりを行っている。

3. 高周波焼入れに関する連成解析事例

3.1 丸棒の高周波焼入れの解析 これまでに述べた手法により高周波焼入れに関するシミュレーションを行った。解析モデルは、図2のような解析モデルとし、材質が炭素鋼で半径10mm、長さ20mmの丸棒とした。加熱コイルは銅製の中空角管とした。メッシュモデルは、対称性を考慮して軸方向1/2として、周方向は1/72の扇形（図2中の薄ずみ部）の領域をモデル化している。使用した要素は8節点六面体アイソパラメトリック要素である。図3にメッシュモデルを示した。図中では省略しているが、軸とコイルの周囲に対して半径方向、軸方向、それぞれ3倍の距離の空気領域要素を設定している。また、要素数および節点数は、それぞれ1188、1938である。

Fig. 1 Calculation algorithm for induction heating

Fig. 2 Analysis model

Fig. 3 Mesh model

Table 1 Material constants

	Austenite	Parfite	Martensite
Heat Conductivity W/m°C	29.1	35.2	39.9
Density kg/m ³	8150.0	7850.0	7800.0
Coefficient of thermal expansion 1/°C	2083×10^{-5}	1521×10^{-5}	0.688×10^{-5}
Young's Modulus	206.0 GPa (at 100 °C)		
Poisson's Ratio	0.3		
Heat Transfer Rate	5814.0 W/(m ² ·K)		
Thermal Emissivity	0.79		

解析条件は、丸棒を室温(20°C)から焼入れ温度(930°C)まで加熱し、その後、20°Cの水により急冷させるものとして解析を行った。また、高周波コイルの周波数および加熱電力は200kHz、50kWとした。計算に必要な材料定数、および各相の熱伝導率、密度、線膨張係数は数値を表1にまとめた。なお、熱弾粘塑性損傷解析に関わる材料定数は温度依存性を有しており、本解析で使用した定数は、これを考慮している。詳細は文献(6)を参照されたい。

本手法による解析結果としては、はじめに電磁場解析により得られた渦電流密度分布を図4に示す。図中矢印は、電流の方向および電流密度の大きさを表す。これより丸棒のぐく表面近傍に大きな渦電流が流れることがわかる。なお、分布図は丸棒のモデルのみを示している。次に、図5は各部の温度時間履歴を示した。このグラフには電磁場、熱伝導解析の妥当性を示すために、本解析のモデルとなった宮近らの解析の結果⁽¹⁾と比較を行い、定性的に十分な一致が確認できた。dは丸

Fig. 4 Distribution of eddy current density

Fig. 5 Time history of temperature

Fig. 6 Time history of axial stress

棒表面からの半径方向への距離である。また、図6には各点の軸応力時間履歴を示す。これより誘導加熱時は表面付近に大きな圧縮応力が発生しているが、冷却過程に進むにつれ逆に引張応力に転じている。さらに焼入れ終了時には表面付近に大きな残留応力が生じる結果となった。

次に、図7-9は、メッシュモデル(図3)のA部の各成分の応力-ひずみ線図を示した。図10には解析モデルの周方向断面におけるMisesの相当応力のコンター図を

示した。この図は、焼入れを行い温度が平衡に達した時点のものである。これより表面付近に大きな残留応力が生じているのがわかる。また、図11には、硬化層であるマルテンサイト相の体積分率の分布を示した。これも、相当応力のコンター図と同様に温度が平衡に達した時点でのものである。このコンター図より焼入れによる硬化層の解析結果として定性的に妥当なものが得られていることがわかる。

3.2 ノッチ付き丸棒の高周波焼入れおよび損傷解析

2番目の解析事例として損傷解析を含めたシミュレーションを行った。先の解析モデルに対して図12の黒

丸部のように周方向に幅1mm、深さ2mmのノッチを施したモデルを使用している。また、要素数および節点数は、それぞれ1188、1938である。なお、材料定数は、3.1節の解析と同様である。

まず、電磁場解析における渦電流密度の分布を図13に示す。図4と比較すると、ノッチを入れたことによりこの周辺部の電流密度が高くなっている。なお、図中には丸棒のモデル部のみ示されている。図14は、温度の時間履歴であるが、中心から半径方向に向かって

Fig. 7 Radial stress-strain curve

Fig. 8 Circumferential stress-strain curve

Fig. 9 Axial stress-strain curve

Fig. 10 Equivalent stress contour

Fig. 11 Distribution of martensite phase

Fig. 12 Mesh model

Fig. 13 Distribution of eddy current density

Fig. 14 Time history of temperature

Fig. 15 Distribution of martensite phase

表面までの各点について示した ($r=10.0\text{mm}$ が表面)。この図より表面付近のみ焼入れ温度に達していることがわかる。次に、図 15 には解析終了時点で生成されたマルテンサイト相の体積分率の分布を示した。これを見ると、先の解析結果同様、表面付近にのみマルテンサイト化した領域が存在する結果を得た。

図 16-18 にはノッチ部近傍 (コンター図右下部) の積分点における各応力成分を示した。これより支配的

な成分は、周方向、軸方向成分であることがわかる。また、A 点付近で挙動が僅かながら変化していることが読み取れる。これは相変態による材料特性の変化したことを表しているものと考えられる。図 19 には Mises の相当応力のコンター図を示した。先の解析と同様表面付近に大きな残留応力が生じており、特にノッチ付近が顕著である。図 20 にはノッチ部近傍の積分点における損傷変数 D の時間履歴を示した。これを見ると 0.6sec 付近で急激に損傷変数が増加している。つまり、き裂が発生したことを意味する。また、解析により得られた損傷の分布 (ノッチ部詳細) を図 21 に示した。

Fig. 16 Radial stress-strain curve

Fig. 17 Circumferential stress-strain curve

Fig. 18 Axial stress-strain curve

Fig. 19 Equivalent stress contour

Fig. 20 Time history of damage

Fig. 21 Distribution of damage

これによりノッチ先端部に損傷が発生するという評価ができる。

3・3 角柱の高周波焼入れ解析 3番目の解析事例として、角柱の焼入れの解析を行った。解析モデルは図22のような角柱および加熱コイルの1/4モデルを用いている。要素数および節点数は、それぞれ1740、2184である。また、解析条件、材料定数等は事例1と同様のものを適用している。解析結果としてははじめに、図

23の渦電流密度分布を示す。角柱に対して、円形コイルにより誘導加熱しているためか、角柱の角部の渦電流が小さくなっている。次に、図24には焼入れの冷却過程中的温度分布を示した。また、図25には、マルテンサイト相の体積分率のコンター図を示した。この2図より表面付近において部材がマルテンサイト変態開始温度より低い温度になっている領域ほど体積分率が高くなっていることがわかる。

Fig. 22 Mesh model

Fig. 23 Distribution of eddy current density

Fig. 24 Distribution of temperature

Fig. 25 Distribution of martensite phase

4. 結論

本解析法では、電磁場、相変態、熱伝導解析ならびに熱弾粘塑性損傷の連成を考慮した手法について検討し、これらの解析プログラムを作成した。さらに本解析手法の妥当性を評価するため、丸棒、ノッチ付の丸棒、および角柱の高周波焼入れに関する試解析を実施した。その結果、それぞれの現象について妥当な解が得られたと考える。本解析手法は、硬化層の評価を含めた高周波焼入れのシミュレーションを3次元で解析することができる上、損傷を考慮していることから焼割れの評価についても可能であると考ええる。

参考文献

- 1) 宮近幸逸ら, “平滑軸の高周波焼入れ過程の温度・応力”, 日本機械学会論文集 (C編), 64, 625, (1998), 3623-3629.
- 2) 坪井始, 内藤督, “実践数値電磁界解析法”, 養賢堂, (1995).
- 3) 近角聰信, “強磁性体の物理(上)”, 裳華房, (1991).
- 4) Skrzypek, J., Ganczarski, A., “Modeling of Damage Effect on Heat Transfer in Time-Dependent Non-Homogeneous Solids”, J. of Thermal Stresses, 21, 3, (1998), 205-231.
- 5) 都井裕, 李帝明, “溶融亜鉛めっき時の構造部材の三次元損傷解析”, 日本機械学会論文集 (A編), 66, 643, (2000), 618-625.
- 6) Toi, Y. and Lee, J.-M., “Thermal Elasto-Viscoplastic Damage Behavior of Structural Members in Hot-Dip Galvanization”, Int. J. of Damage Mechanics, 11, 2, (2002), 171-185.
- 7) Magee, C.L., “Phase Transformation”, Chap. 3, ASM., (1968), 115
- 8) 岸野孝信, 長岐滋, 井上達雄, “鋼の焼入れにおける相変態, 熱伝導および弾塑性応力”, 材料, 28, 312, (1979), 861-867.