面内曲げを受ける板の V ノッチ先端の一般化応力拡大係数の ひずみゲージによる決定*

近 藤 俊 美^{*1}, 小 林 雅 隆^{*1}
石 月 和 幸^{*2}, 杉 澤 元 次 郎^{*3}

Determination of Generalized Stress Intensity Factors of V-Notched Plates under In-Plane Bending by Using Strain Gages

Toshimi KONDO^{*4}, Masataka KOBAYASHI,
Kazuyuki ISHIZUKI and Motojiro SUGISAWA

^{*4} Department of Mechanical Engineering, Nagaoka National College of Technology,
888 Nishikata-kai-machi, Nagaoka-shi, Niigata, 940-8532 Japan

Strain gage method for determining generalized stress intensity factors of V-notched plates under mixed-mode conditions is proposed. The plates with V-shaped edge notches are subjected to in-plane bending. First, a theory of determining the stress intensity factors using strain gages is presented on the basis of two dimensional elasticity theory. Two strain gages are positioned along the two lines θ_1 and θ_2 extending from the bisector of the notch. The type of strain gages is a strip strain gage with five measuring grids. Second, experiments on the specimens with various notch angles are carried out to compare with the analytical results. Experimental results are consistently smaller than the analytical results, with differences within 10 percent for the specimens with various notch angles and shapes.

Key Words: Stress Intensity Factor, V-Notched Plate, Strain Gage Method, In-Plane Bending, Fracture Mechanics

1. 緒 言

V ノッチは機械構造物部材や接合部材の接合部端点などにしばしば見受けられる。V ノッチ底は応力の特異性を有し、き裂の場合と同様に一般化された応力拡大係数が定義できる。この一般化された応力拡大係数(以後単に応力拡大係数と呼ぶ)はノッチ底からのき裂初生⁽¹⁾⁽²⁾のみならず疲労破壊への応用⁽³⁾⁽⁴⁾も期待されている。したがって、これまでに各種数値的・理論解析的方法⁽⁵⁾⁽⁶⁾、実験的方法⁽⁷⁾⁽⁸⁾によりノッチ先端の応力拡大係数の決定やそれに及ぼす影響因子に関する研究が行われた。実験的研究の中でひずみゲージによる方法は取り扱いが容易であり、また実験室外の機械・構造物に対して直接測定が可能である利点があるが、これまでにひずみゲージによるV ノッチ先端の応力拡大係数の決定に関する研究が行われていなかった。そこで著者らは前報⁽⁴⁾において、V ノッチを有する帯板が引張り荷重を受ける場合、ノッチ先端の応力拡大係数のひずみゲージによる決定法を提案し、その有効性を示した。

本報告は、V ノッチを有する帯板が面内曲げを受ける場合を取り扱う。この場合、ノッチ先端の特異歪場の非特異項が引張りの場合とは異なり、ノッチ先端からの距離 r の一次関数となるため前報の方法がそのまま適用できない。そこで、特異ひずみ場を距離 r で微分する方法により解決した。提案した方法にもとづき、混合モード状態となるいくつかの V ノッチ板が面内曲げ荷重を受ける場合について実験を行い、理論解析値⁽⁹⁾と比較し、実験値が理論解析値に対して 10% 以内の精度で一致した。

2. V ノッチ先端の特異歪場

図 1 に 4 点面内曲げを受けるノッチ板と座標系を示す。ノッチ角 2β の 2 等分線を x 軸として、ノッチ先端

Fig.1 V-notched plate under in-plane bending

* 原稿受付 2004 年 10 月 19 日。

^{*1} 正員, 長岡工業高等専門学校機械工学科 (〒940-8532 長岡市西片貝町 888)。

^{*2} クリーンテクノロジー(株) (〒940-0006 長岡市東高見 1-4-4)。

^{*3} 長岡工業高等専門学校機械工学科。

E-mail: tkondo@nagaoka-ct.ac.jp

を原点とする (x, y) 座標および極座標 (r, θ) を設定する。板縁の法線方向と x 軸とのなす角を ω とする。また、 α は x 軸から両ノッチ縁までの角度である。面内曲げを受けるノッチ先端の特異ひずみ成分の極座標表示 $\varepsilon_{rr}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{r\theta}$ は複素ポテンシャル $\varphi(z), \psi(z)$ により次のように書ける⁽¹⁴⁾。

$$\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{2(1-\nu)}{E} [\varphi'(z) + \overline{\varphi'(z)}] \quad (1)$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} - \varepsilon_{rr} + i\varepsilon_{r\theta} = \frac{2(1+\nu)}{E} [z\varphi''(z) + \psi'(z)]e^{2i\theta} \quad (2)$$

ここで、 E と ν はそれぞれ縦弾性定数とポアソン比であり、 $z = re^{i\theta}$ である。ノッチ先端近傍の特異歪場の複素ポテンシャルは固有関数展開法⁽¹⁵⁾を用いて次のように書ける⁽¹⁴⁾。

$$\varphi(z) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n z^{\lambda_n} + ib_n z^{\gamma_n}) \quad (3)$$

$$\psi(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ -a_n (\cos 2\lambda_n \alpha + \lambda_n \cos 2\alpha) z^{\lambda_n} + ib_n (\cos 2\gamma_n \alpha - \gamma_n \cos 2\alpha) z^{\gamma_n} \right\} \quad (4)$$

ここで、 a_n と b_n は実数であり、 λ_n と γ_n はそれぞれモード I とモード II に対応する固有値であり、次式を満たす。

$$(\sin 2\lambda_n \alpha + \lambda_n \sin 2\alpha)(\sin 2\gamma_n \alpha - \gamma_n \sin 2\alpha) = 0 \quad (5)$$

式(3)、(4)を式(1)、(2)に代入し、非特異項を考慮すると、特異ひずみ場は近似的に次のように書ける。

$$\varepsilon_{rr} \approx \frac{K_{I,\lambda_1}}{\sqrt{2\pi EC_I}} \frac{1}{r^{1-\lambda_1}} f_{r1}(\lambda_1, \alpha, \theta) \quad (6)$$

$$+ \frac{K_{II,\gamma_1}}{\sqrt{2\pi EC_{II}}} \frac{1}{r^{1-\gamma_1}} f_{r2}(\gamma_1, \alpha, \theta) + f_{r3} \cdot r$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} \approx \frac{K_{I,\lambda_1}}{\sqrt{2\pi EC_I}} \frac{1}{r^{1-\lambda_1}} f_{\theta 1}(\lambda_1, \alpha, \theta) \quad (7)$$

$$+ \frac{K_{II,\gamma_1}}{\sqrt{2\pi EC_{II}}} \frac{1}{r^{1-\gamma_1}} f_{\theta 2}(\gamma_1, \alpha, \theta) + f_{\theta 3} \cdot r$$

$$\varepsilon_{r\theta} \approx \frac{K_{I,\lambda_1}}{\sqrt{2\pi EC_I}} \frac{1}{r^{1-\lambda_1}} f_{r\theta 1}(\lambda_1, \alpha, \theta) \quad (8)$$

$$+ \frac{K_{II,\gamma_1}}{\sqrt{2\pi EC_{II}}} \frac{1}{r^{1-\gamma_1}} f_{r\theta 2}(\gamma_1, \alpha, \theta) + f_{r\theta 3} \cdot r$$

ここで、 $f_{r1}, f_{r2}, f_{\theta 1}, f_{\theta 2}, f_{r\theta 1}, f_{r\theta 2}$ は既知関数であり、縦弾性定数 E とポアソン比 ν を含む (付録参照)。また、 $f_{r3}, f_{\theta 3}, f_{r\theta 3}$ は定数 (付録参照) である。式(6)~(8)の右辺第三項は、遠方の曲げモーメントによる一様ひずみ場に相当している。なお、 $C_i (i = I, II)$ は次式で与えられる定数である。

$$C_I = \lambda_1 + 1 - \cos 2\lambda_1 \alpha - \lambda_1 \cos 2\alpha \quad (9)$$

$$C_{II} = \gamma_1 - 1 + \cos 2\gamma_1 \alpha - \gamma_1 \cos 2\alpha \quad (10)$$

また、式(3)、(4)における係数 a_1, b_1 と式(6)~(8)の応力拡大係数 K_{I,λ_1} と K_{II,γ_1} の間に次の関係がある。

$$a_1 = \frac{K_{I,\lambda_1}}{\sqrt{2\pi \lambda_1 (\lambda_1 + 1 - \cos 2\lambda_1 \alpha - \lambda_1 \cos 2\alpha)}} \quad (11)$$

$$b_1 = \frac{K_{II,\gamma_1}}{\sqrt{2\pi \gamma_1 (\gamma_1 - 1 + \cos 2\gamma_1 \alpha - \gamma_1 \cos 2\alpha)}} \quad (12)$$

ここで、 K_{I,λ_1} と K_{II,γ_1} は次のように定義される。

$$K_{I,\lambda_1} = \lim_{\theta=0, r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r^{1-\lambda_1}} \sigma_{\theta\theta}(r, \theta) \quad (13)$$

$$K_{II,\gamma_1} = \lim_{\theta=0, r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r^{1-\gamma_1}} \sigma_{r\theta}(r, \theta) \quad (14)$$

なお、式(6)~(8)で $\alpha = \pi$ の場合には V ノッチ先端の特異ひずみ場はき裂の場合に一致する。

3. V ノッチ先端の応力拡大係数のひずみゲージによる決定法

ひずみゲージでノッチ先端の応力拡大係数 K_{I,λ_1} と K_{II,γ_1} を分離するには、基本的に式(6)、(7)の ε_{rr} と $\varepsilon_{\theta\theta}$ において、異なる 2 方向のひずみ量を求める必要がある。本報では異なる 2 方向の ε_{rr} の値のみを使用する方法について述べる。他の 2 方向の $\varepsilon_{\theta\theta}$ あるいは $\varepsilon_{r\theta}$ と $\varepsilon_{\theta\theta}$ を併用する場合についても同様に解析できる。

3・1 ε_{rr} を r で微分する方法 式(6)において、前報⁽¹⁴⁾の方法を適用し最小自乗平面から混合モード応力拡大係数を分離するために、 ε_{rr} を一回 r で微分しておく。

$$\frac{d\varepsilon_{rr}}{dr} \approx \frac{K_{I,\lambda_1}(\lambda_1 - 1)}{\sqrt{2\pi EC_I} r^{2-\lambda_1}} f_{r1}(\lambda_1, \alpha, \theta) + \frac{K_{II,\gamma_1}(\gamma_1 - 1)}{\sqrt{2\pi EC_{II}} r^{2-\gamma_1}} f_{r2}(\gamma_1, \alpha, \theta) + f_{r3} \quad (15)$$

式(15)において $\theta = \theta_1$ 方向と $\theta = \theta_2$ 方向のひずみ量 ε_{rr} をそれぞれ ε_{r1i} と ε_{r2i} ($i = 1, 2, \dots, 5$) とし、市販の 5 素子一体型のひずみゲージを使用して求める。そのゲージの位置をそれぞれ r_{1i} 、 r_{2i} ($i = 1, 2, \dots, 5$) とし (図

Fig.2 Strain gage position and orientation

2), 式(6)により K_{I,λ_1} と K_{II,γ_1} を分離すると

$$Z_1(d\epsilon_{r1i}/dr_{ji}, r_{ji}) = A_1 X_1(r_{ji}) + B_1 Y_1(r_{ji}) + K_{I,\lambda_1}, \\ (i=1,2,\dots,5; j=1,2) \quad (16)$$

$$Z_2(d\epsilon_{r2i}/dr_{ji}, r_{ji}) = A_2 X_2(r_{ji}) + B_2 Y_2(r_{ji}) + K_{II,\gamma_1}, \\ (i=1,2,\dots,5; j=1,2) \quad (17)$$

ここで, $X_j(r_{ji}), Y_j(r_{ji})$ は r_{ji} のみの関数であり, A_j, B_j は r_{ji} と ϵ_{rji} を含まない定数である (付録参照). 式(16), (17)は三次元座標 (X_j, Y_j, Z_j) ($j=1,2$) における平面を表しており, 図3のようにその平面と Z_j 軸との交点が応力拡大係数 K_{I,λ_1} と K_{II,γ_1} を与えることを示している. 従って, ひずみ量 ϵ_{r1i} と ϵ_{r2i} の r 方向の変化から $d\epsilon_{r1i}/dr$ と $d\epsilon_{r2i}/dr$ を定め, その値とひずみゲージの位置 r_{ji} を式(16), (17)に代入し, 最小自乗平面を描くと図3のように K_{I,λ_1} , K_{II,γ_1} が定まる.

なお, ϵ_{rji} と r_{ji} の関係は市販のソフト (Σ プロット) により放物線近似を行った.

3・2 式(6)の両辺を距離 r で割る方法 最小自乗平面をつくるためには, 式(6)の両辺を r で割ることにより, 右辺の r の一次式を定数項に直し, 応力拡大係数を分離すると, ひずみの微分量は含まれない

Fig.3 Least squares plane for the determination of K_{I,λ_1} , K_{II,γ_1}

ことになるが, 式の形として式(16), (17)と同型に変形することが出来るので図3より K_{I,λ_1} と K_{II,γ_1} が分離できる.

4. 実験

4・1 試験片 実験に使用した試験片形状を図1に示した. 作成した試験片は表1のように7種類であり, その寸法および式(5)より求めたノッチ底の固有値 λ_1, γ_1 を示す. 表1で試験片Aはき裂の場合でありノッチの場合との比較のために製作した. A~DはモードIのみの場合で, E~Gは混合モードの場合である. 試験片の材質は厚さ5mmの市販のアルミニウム合金 5052を使用した. その機械的性質を表2に示す. 試験片とノッチの加工はワイヤーカット放電加工機により行なった. ワイヤの直径は0.03mmであるので, ノッチ先端の曲率半径は約0.015mmとなる. したがって, ノッチ縁の長さに比較して非常に小さいので鋭いVノッチと考えてよい.

4・2 実験方法 試験片に面内曲げ荷重をかける装置を自作し, デジタル材料試験機により実験を行なった. 使用したひずみゲージは5素子一体型のものである (共和電業製: KFG-1-120-DA-23N-10C2). ひずみ量 ϵ_{rr} は2方向 $\theta_1 = -\theta_2 = 45^\circ$ に定めてデジタル静歪計 (NEC 三栄, LOGGER MATE DL1200) により求め, き裂の場合を参照⁽¹⁷⁾してできるだけノッチ先端に近づけて貼り付けた. その時のノッチ底先端からゲージまでの距離 r_{ji} は CCD カメラにより 1/100mm の精度で測定し, 結果を表3に示す. 荷重は4点曲げ

Table 2 Mechanical properties of the specimen

Young's Modulus(GPa)	Poisson's Ratio	Yield Strength(MPa)	Tensile Strength(MPa)
70.3	0.34	91.1	197

Table 1 Specimen dimensions in degree and millimeters and stress singularities

Specimen	λ_1	γ_1	2β (degree)	ω (degree)	h (mm)	w (mm)	a (mm)	t (mm)
A	0.50000	0.50000	0	0	500	100	24	5
B	0.50145	0.59819	30					
C	0.51222	0.73090	60					
D	0.54448	0.90853	90					
E	0.50145	0.59819	30	15	500	100	24	5
F	0.51222	0.73090	60					
G	0.54448	0.90853	90					

で行い、 $P=0.5\text{kN}$, 1.5kN , 1.5kN の 3 種類の荷重をかけた。されつの場合の小規模降伏状態になるように最大荷重を決めた。また、板の横倒れが起こらないように試験

片の両支持点が面外曲げ装置と接触する装置の接触部にスリットを設け、試験片の両サイドがそのスリット部に深く挿入されるようにした。それぞれの試験片の

Table 3 Distances from the notch tip to the strain gage position

Specimen	$r_{1i}(\text{mm}), \theta_1 = 45^\circ, (i = 1, 2, \dots, 5)$					$r_{2i}(\text{mm}), \theta_2 = -45^\circ, (i = 1, 2, \dots, 5)$				
	r_{11}	r_{12}	r_{13}	r_{14}	r_{15}	r_{21}	r_{22}	r_{23}	r_{24}	r_{25}
A	2.35	4.19	6.02	7.85	9.73	2.69	4.50	6.37	8.23	10.09
B	1.51	3.58	5.51	7.46	9.45	1.84	3.83	5.81	7.86	9.86
C	1.96	3.77	5.59	7.41	9.30	1.42	3.22	5.04	6.68	8.48
D	1.52	3.34	5.16	6.98	8.80	2.27	4.14	5.96	7.78	9.60
E	2.40	4.40	6.40	8.40	10.40	2.84	4.84	6.84	8.84	10.84
F	3.05	5.05	7.05	9.05	11.05	2.61	4.61	6.61	8.61	10.61
G	3.13	5.13	7.13	9.13	11.13	3.23	5.23	7.23	9.23	11.23

Table 4 Strains of ε_{r1i} and ε_{r2i} ($i = 1, 2, \dots, 5$) in the direction of $\theta_1 = 45 \text{ deg}$ and $\theta_2 = -45 \text{ deg}$.

Specimen	Load (kN)	$\varepsilon_{r1i}(\times 10^{-6}), \theta_1 = 45^\circ, (i = 1, 2, \dots, 5)$					$\varepsilon_{r2i}(\times 10^{-6}), \theta_2 = -45^\circ, (i = 1, 2, \dots, 5)$				
		r_{11}	r_{12}	r_{13}	r_{14}	r_{15}	r_{21}	r_{22}	r_{23}	r_{24}	r_{25}
A	0.5	56	45	36	31	26	54	39	33	29	23
	1.0	103	85	68	57	49	103	76	62	53	45
	1.5	152	124	99	83	71	152	114	92	79	67
B	0.5	58	43	34	30	24	58	44	33	28	25
	1.0	108	84	65	56	46	110	82	63	52	45
	1.5	164	125	98	83	68	166	125	95	77	68
C	0.5	48	38	29	23	19	63	46	35	30	27
	1.0	96	74	61	49	42	121	88	69	58	52
	1.5	145	114	90	75	65	180	131	103	86	76
D	0.5	49	38	31	25	23	38	29	24	21	19
	1.0	95	71	60	49	44	77	59	47	42	38
	1.5	138	105	85	72	65	115	89	72	64	56
E	0.5	54	46	38	32	27	39	32	26	20	19
	1.0	104	85	72	62	54	75	58	49	39	36
	1.5	156	128	107	93	82	114	90	74	61	56
F	0.5	51	42	34	30	28	33	26	21	18	13
	1.0	95	79	65	58	52	64	52	42	36	28
	1.5	142	117	96	86	76	96	77	64	54	44
G	0.5	47	38	33	29	25	28	22	18	15	14
	1.0	92	75	63	56	49	62	46	36	31	28
	1.5	133	108	92	79	72	92	69	54	45	40

各荷重における歪値の測定結果を表4に示す。表4より、当然のことであるがノッチ先端部の歪値は、一般に荷重が大きいほど、またノッチ先端に近づくほど大きく、ノッチ角が大きいほど小さくなっていることがわかる。歪量 ε_{rji} 及び距離 r_{ji} を式(16)、(17)に代入し、市販のソフト(Σ プロット)により最小自乗平面を描き、応力拡大係数 K_{I,λ_1} 、 K_{II,γ_1} を求めた。なお、応力拡大係数を次のように無次元化した。

$$K_{I,\lambda_1}^* = K_{I,\lambda_1} / \sigma_0 \sqrt{\pi a}^{1-\lambda_1} \quad (18)$$

$$K_{II,\gamma_1}^* = K_{II,\gamma_1} / \sigma_0 \sqrt{\pi a}^{1-\gamma_1} \quad (19)$$

ここで、

$$\sigma_0 = 6Mt/w^2 \quad (20)$$

$$M = Pl/2 \quad (21)$$

であり、 M は曲げモーメント、 P は荷重、 t と w はそれぞれ板厚と板幅である(図1)。

5. 実験結果と考察

3章で述べた方法にもとづいて実験を行い、過去に得られた理論解析値⁹⁾と比較検討した。

5・1 ε_{rr} を r で微分する方法 この場合、モード I のみの場合について実験を行なった。前述のように、ノッチ先端からの距離 r_{ji} とひずみ量 ε_{rli} を放物線近似し、それより $d\varepsilon_{rli}/dr$ の値を市販のソフトにより定め、応力拡大係数を定めた。距離 r_{ji} とひずみ量 ε_{rli} の関係を放物線ではなく双曲線等を採用しても結果的に応力拡大係数の実験値に大きな差異は認められなかった。図4は、各荷重 P に対してノッチ角 2β と得られた無次元化されたモード I 応力拡大係数 K_{I,λ_1}^* の関係を示したものである。図において●は実験値を示し、○は理論解析値⁹⁾を示している。比較のため理論解析値の $\pm 10\%$ の線を記入してある。理論解析値は無限長帯板の場合の計算値であるが、いずれの荷重の場合でも10%以内で一致している。

5・2 ε_{rr} の両辺を r で割る方法 この方法は微分する場合にくらべて手続きが少ないため、比較的精度の良い結果が得られた。実験は、混合モードすなわちノッチの2等分線の傾き角(図1) $\omega = 15^\circ$ の場合について行った。結果を図5、図6に示す。図5はモード I のみの場合で、それぞれ荷重 $P = 0.5 \text{ kN}$ 、 1.0 kN 、 1.5 kN に対する K_{I,λ_1}^* と 2β の関係を示している。ノッチ角の増加に伴ない、 K_{I,λ_1}^* の実験値は理論解析値に沿ってほぼ単調に増加し、どの荷重の場合も理論解析値に対して10%以内の精度で得られている。図6は、それぞれ荷重 $P = 0.5 \text{ kN}$ 、 1.0 kN 、 1.5 kN に対して、モード II 応力拡大係数 K_{II,γ_1}^* と 2β の関係

Fig.4 Comparison of the experimental and theoretical results of K_{I,λ_1}^* for various values of β in case of the loads $P=0.5 \text{ kN}$, 1.0 kN and 1.5 kN

Fig.5 Comparison of the experimental and theoretical results of K_{I,λ_1}^* for various values of β in case of the loads $P=0.5 \text{ kN}$, 1.0 kN and 1.5 kN

Fig.6 Comparison of the experimental and theoretical results of K_{II,γ_1}^* for various values of β in case of the loads $P=0.5 \text{ kN}$, 1.0 kN and 1.5 kN

を示したものである。モード I の場合と同様、10%以内で理論解析値と一致した。なお、応力拡大係数の精度あるいは誤差の β 、 ω の依存性については、ひずみゲージがいかに正確に式(6)で示される特異ひずみ場を測定しうるかにかかっている。そのために式(6)が成立する範囲にひずみゲージを貼り付けることが条件であるが、ひずみ量が大きい程精度向上が期待できる。実際、例えば $\beta=0$ の場合、すなわちき裂の場合にはどの図においても比較的精度の良い結果が得られている。

6. 結 言

2次元弾性論の複素ポテンシャル法により、Vノッチを有する板が面内曲げ荷重を受ける場合の複素ポテンシャルによりノッチ先端の特異ひずみ場を求め、非特異項を考慮することによりノッチ先端の混合モード応力拡大係数を市販のひずみゲージで決定する簡単な方法を示した。理論にもとづきいくつかの実験を行い、ノッチ先端の一般化応力拡大係数を求め、理論解析値と比較した。その結果、おおむね 10%以内で理論解析値と一致した。

付 録

$$f_{r1} = \{ \{ 3 - \nu - \lambda_1(1 + \nu) \} \cos \theta (\lambda_1 - 1) + (1 + \nu) (\cos 2\lambda_1 \alpha + \lambda_1 \cos 2\alpha) \cos \theta (\lambda_1 + 1) \} \quad (1)$$

$$f_{r2} = \{ \{ -3 + \nu + \gamma_1(1 + \nu) \} \sin \theta (\gamma_1 - 1) + (1 + \nu) (\cos 2\gamma_1 \alpha - \gamma_1 \cos 2\alpha) \sin \theta (\gamma_1 + 1) \} \quad (2)$$

$$f_{\theta 1} = \{ \{ 1 - 3\nu + \lambda_1(1 + \nu) \} \cos \theta (\lambda_1 - 1) - (1 + \nu) (\cos 2\lambda_1 \alpha + \lambda_1 \cos 2\alpha) \cos \theta (\lambda_1 + 1) \} \quad (3)$$

$$f_{\theta 2} = \{ \{ -1 + 3\nu - \gamma_1(1 + \nu) \} \sin \theta (\gamma_1 - 1) - (1 + \nu) (\cos 2\gamma_1 \alpha - \gamma_1 \cos 2\alpha) \sin \theta (\gamma_1 + 1) \} \quad (4)$$

$$f_{r\theta 1} = [(\lambda_1 - 1) \sin \theta (\lambda_1 - 1) - (\cos 2\lambda_1 \alpha + \lambda_1 \cos 2\alpha) \sin \theta (\lambda_1 + 1)] \quad (5)$$

$$f_{r\theta 2} = [(\gamma_1 - 1) \cos \theta (\gamma_1 - 1) + (\cos 2\gamma_1 \alpha - \gamma_1 \cos 2\alpha) \cos \theta (\gamma_1 + 1)] \quad (6)$$

$$f_{r3} = \frac{A}{4E} \{ \cos 3\theta - \cos \theta + \nu (3 \cos \theta + \cos 3\theta) \} \quad (7)$$

$$f_{\theta 3} = \frac{A}{4E} \{ -3 \cos \theta - \cos 3\theta + \nu (\cos \theta - \cos 3\theta) \} \quad (8)$$

$$f_{r\theta 3} = -\frac{A}{2E} (1 + \nu) (\sin \theta + \sin 3\theta) \quad (9)$$

$$A = \frac{3Pl}{4ta^3} \quad (10)$$

ここで、 E 、 G はそれぞれ縦弾性係数と横弾性係数である。以下の式においては、実験に使用した $\theta_1 = -\theta_2$

$= \theta$ の場合を示す。

$$X_j = \frac{r_{1i}^{2-\lambda_1} r_{1i}^{2-\gamma_1} r_{2i}^{2-\lambda_1}}{r_{1i}^{2-\gamma_1} r_{2i}^{2-\lambda_1} + r_{1i}^{2-\lambda_1} r_{2i}^{2-\gamma_1}} \quad (11)$$

$$Y_1 = \frac{r_{1i}^{2-\lambda_1} r_{2i}^{2-\lambda_1} r_{2i}^{2-\gamma_1}}{r_{1i}^{2-\gamma_1} r_{2i}^{2-\lambda_1} + r_{1i}^{2-\lambda_1} r_{2i}^{2-\gamma_1}} \quad (12)$$

$$X_2 = \frac{r_{1i}^{2-\lambda_1} r_{1i}^{2-\gamma_1} r_{2i}^{2-\gamma_1}}{r_{1i}^{2-\lambda_1} r_{2i}^{2-\gamma_1} + r_{1i}^{2-\gamma_1} r_{2i}^{2-\lambda_1}} \quad (13)$$

$$Y_2 = \frac{r_{1i}^{2-\gamma_1} r_{2i}^{2-\lambda_1} r_{2i}^{2-\gamma_1}}{r_{1i}^{2-\lambda_1} r_{2i}^{2-\gamma_1} + r_{1i}^{2-\gamma_1} r_{2i}^{2-\lambda_1}} \quad (14)$$

$$Z_1 = \frac{\sqrt{2\pi} EC_1}{\lambda_1 - 1} \cdot \frac{1}{f_{r1}(\theta)} \times \frac{r_{1i}^{2-\lambda_1} r_{1i}^{2-\gamma_1} r_{2i}^{2-\lambda_1} (d\varepsilon_{r1i}/dr) + r_{1i}^{2-\lambda_1} r_{2i}^{2-\lambda_1} r_{2i}^{2-\gamma_1} (d\varepsilon_{r2i}/dr)}{r_{1i}^{2-\gamma_1} r_{2i}^{2-\lambda_1} + r_{1i}^{2-\lambda_1} r_{2i}^{2-\gamma_1}} \quad (15)$$

$$Z_2 = \frac{\sqrt{2\pi} EC_{II}}{\gamma_1 - 1} \cdot \frac{1}{f_{r2}(\theta)} \times \frac{r_{1i}^{2-\lambda_1} r_{1i}^{2-\gamma_1} r_{2i}^{2-\gamma_1} (d\varepsilon_{r1i}/dr) - r_{1i}^{2-\gamma_1} r_{2i}^{2-\lambda_1} r_{2i}^{2-\gamma_1} (d\varepsilon_{r2i}/dr)}{r_{1i}^{2-\lambda_1} r_{2i}^{2-\gamma_1} + r_{1i}^{2-\gamma_1} r_{2i}^{2-\lambda_1}} \quad (16)$$

式(15)、(16)で C_I 、 C_{II} は本文の式(9)、(10)で与えられる。また、本文の式(16)、(17)内の定数 A_j 、 B_j ($j=1,2$) は、 ε_{rji} と r_{ji} を含まない定数で、以下の通りである。

$$A_1 = \frac{\sqrt{2\pi} EC_1}{\lambda_1 - 1} \cdot \frac{f_{r3}(\theta)}{f_{r1}(\theta)}, \quad B_1 = -\frac{\sqrt{2\pi} EC_1}{\lambda_1 - 1} \cdot \frac{f_{r3}(\theta)}{f_{r1}(\theta)} \quad (17)$$

$$A_2 = \frac{\sqrt{2\pi} EC_{II}}{\gamma_1 - 1} \cdot \frac{f_{r3}(\theta)}{f_{r2}(\theta)}, \quad B_2 = -\frac{\sqrt{2\pi} EC_{II}}{\gamma_1 - 1} \cdot \frac{f_{r3}(\theta)}{f_{r2}(\theta)} \quad (18)$$

文 献

- (1) Dunn, M. L., Suwito, W., Cunningham, S. J. and May, C.W., Int. J. Fract., **84**, 367-381 (1997).
- (2) 野田尚昭・陳 玳珩・高瀬 康・諸富貴光, 混合モード破壊における角部の応力拡大係数を用いた強度評価法, 機論, **64-620**, A (1998), 120-125.
- (3) Seweryn, A. and Lukaszewicz, A., Eng. Fract. Mech., **69**, 1487-1510 (2002).
- (4) Lazzarin, P. and Livieri, P., Int. J. Fatigue, **23**, 225-232 (2001).
- (5) Boukharouba, T., Tamine, T. and Niu, L., Chehimi, C., and Pluvinae, G., Eng. Fract. Mech., **52-3**, 503-512 (1995).
- (6) Gross, B. and Mendelson, A., Int. J. Fract. Mech., **8-3**, 267-276 (1972).
- (7) Lin, K.Y. and Tong, P., Int. J. Numer. Methods in Eng., **15**, 1343-1354 (1980).
- (8) Portela, A. and Aliabadi, M. H., Int. J. Numer. Methods in Eng.,

- 32, 445-470 (1991).
- (9) Chen, D-H., Int. J. Fract., 70, 81-97 (1995).
- (10) Noda, N-A. and Takase, Y., Eng. Fract. Mech., 70, 1447-1466 (2003).
- (11) Prassianakis, J. N. and Theocaris, P. S., J. Phys. D: Appl. Phys., 13, 1043-1053 (1980).
- (12) 生水雅之・佐々木敏彦・広瀬幸雄, 非破壊検査 44-5, 337-342(1995).
- (13) Mahinfalah, M. and Zackery, L., Eng. Fract. Mech., 52-4, 639-645 (1995).
- (14) Kondo, T., Kobayashi, M. and Sekine, H., Exper. Mech., 41-1, 1-7 (2001).
- (15) Muskhelishvili, N. I., Some Basic Problems of the Mathematical theory of Elasticity, (1977), Noordhoff Int. Pub.
- (16) Williams, M. L., J. Appl. Mech., Trans ASME, 21, 477-478 (1956).
- (17) Dally, J. W. and Sanford, R. J., Exper. Mech., 27, 381-388 (1987).
-