冷却熱応力による脆性き裂の進展形態に関する研究*

坂上 賢一^{*1}, 山田 隆亮^{*2}, 隆 雅久^{*1}A Study on Propagation Patterns of Thermally Induced Cracks
in a Brittle SolidKenichi SAKAUE^{*3}, Ryusuke YAMADA and Masahisa TAKASHI^{*3} Department Mechanical Engineering, Aoyama Gakuin University,
5-10-1 Fuchinobe, Sagami-hara-shi, Kanagawa, 229-8558 Japan

When hot glass plates are quenched with cold water, several crack propagation patterns such as straight, oscillating or branching cracks, appear. In the present study, the authors examined the effect of temperature gradient on the crack propagation patterns in quenching glass plates experimentally. The temperature gradient in the glass plate is controlled by the temperature difference between the hot glass plate and the cold bath, and by descending speed into the cold bath. The experimental results show that the crack propagation pattern changes from a straight crack to an oscillating crack, then to a branching crack with increasing temperature difference and with decreasing descending speed. Also crack propagation pattern depends on plate width. Furthermore, the results shows that the crack propagation direction is strongly affected by specimen boundary.

Key Words: Fracture Mechanics, Brittle Fracture, Thermal Stress, Crack Propagation, Elasticity, Nonlinear Problem

1. 序 論

物体の温度が変化するとき、物体内部の温度勾配に基づく変形拘束によって熱応力が発生する。こうした熱応力がき裂進展駆動力となり準静的な脆性破壊が生じることは古くから知られている⁽¹⁾。近年では、熱応力による破壊を利用した脆性材料の切断加工⁽²⁾⁽³⁾において、熱応力による破壊の予測と制御が重要となっている。その一方で、熱応力によって発生するき裂は、蛇行、分岐といった複雑な進展形態を示すことがあり、このような場合においても、破壊経路を予測することが必要である。

熱応力によって発生するき裂の種々の破壊形態への遷移条件に関しては、これまで主に物理的な立場から調べられてきた。特に、き裂進展形態が直進から蛇行へと遷移するときの条件は、ガラス中を伝播する脆性き裂の実験的研究によって詳細に調べられている^{(4)~(6)}。また、伝播形態が直進から蛇行へと遷移するときの条件を理論的に説明する試みもなされている^{(7)~(13)}。しかし、蛇行を繰り返しながら進展している際の、き裂

先端応力場に関しては十分に理解されていない。

脆性材料中のき裂は、き裂先端近傍の最大主応力に対して垂直な方向、あるいは、き裂先端近傍の $K_{II} = 0$ が満たされる方向に進展することが、線形破壊力学によって示されている⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾。しかし、熱応力によって進展するき裂の先端に、蛇行のような複雑なき裂進展方向の変化を与える応力場がどのように現れ、時間的に変動しているかは不明である。き裂の蛇行に関する力学的機構を明らかにするためには、実験を通じてき裂先端応力場を詳細に測定する必要があるが、そのためには、き裂進展形態に及ぼす種々の要因を、あらかじめ把握することが不可欠である。

そこで本研究では、ガラス平板中を熱応力によって進展するき裂の進展形態に及ぼす種々の要因として、はじめに、温度差 ΔT 、降下速度 v の影響を従来の研究と同様に調べる。その上で、き裂進展形態に及ぼす他の要因として、従来の研究では調べられていなかったき裂進展開始位置とき裂進展形態の関係、および、き裂が曲進している場合のき裂進展形態の変化を調べる。

2. 実験方法

図1に、実験装置の概略を示す。実験装置は、試験片

* 原稿受付 2006年2月20日。

^{*1} 正員、青山学院大学理工学部(☎ 229-8558 相模原市淵野辺 5-10-1)。^{*2} 青山学院大学理工学部。

E-mail: sakaue@me.aoyama.ac.jp

Fig. 1 Experimental apparatus.

Fig. 2 Specimen geometries.

Table 1 Properties of soda-lime glass

Young's Modulus	E	71.6 [GPa]
Poisson's Ratio	ν	0.20
Coefficient of linear expansion	α	8.70×10^{-6} [1/K]
Density	ρ	2500 [kg/m ³]
Thermal conductivity	λ	1.005×10^{-6} [J/m s K]
Specific heat	c	921 [J/kg K]
Thermal diffusivity	κ	0.436×10^{-6} [m ² /s]
Fracture toughness	K_{Ic}	0.76 [MN m ^{-3/2}]

を加熱するための電気炉，試験片を冷却するための水槽，試験片を取り付けるロッドとそれを昇降させるためのモーターからなる．試験片には，板厚が 1mm のソーダライムガラスを用いる．ソーダライムガラスの物性値を表 1 に示す．図 2 に本研究で使用した，3 種類の試験片の形状を示す．これらの試験片には，熱応力によるき裂の進展を促進させるため，初期き裂を導入してある．初期き裂は，試験片の片側表面にガラス切りで傷をつけた後，その裏側表面の傷の上から点荷重を加えて進展させることにより，板厚方向に貫通している．図 2(a)，(b) は一定の板幅をもつ試験片であり，初期き裂導入位置が異なる．図 2(c) は，板幅が変化する試験片である．この試験片を電気炉で一定時間加熱した後，一定速度で水槽内に降下させて冷却する．実験は試験片温度と水温との温度差 ΔT と，降下速度 v を変えながら行う．このとき，試験片温度は，電気炉で一定時間加熱後に電気炉温度と等しくなることを仮定し，電気炉温度とする．

3. 実験結果

3.1 き裂進展形態の再現性 はじめに，図 2(a) の試験片を用いた結果から，本研究で得られるき裂進展形態の再現性を示す．図 3(a)，(b)，(c) 中の 2 例の

Fig. 3 Examples of experimental results.

実験結果は，それぞれ同じ実験条件下によって得られたき裂であり，図中には実験条件を明記してある．図 3 に示した試験片は，左端から水中に降下させた．試験片の右端は，試験片の保持部であり，き裂が保持部に達する前に，水槽内への試験片の降下を停止し，き裂進展を停止させた．

図 3(a) は，き裂進展開始直後にき裂が蛇行した実験結果を示している．2 例の結果においてき裂経路の振幅と波長が等しいことがわかる．図 3(b) は，き裂進展開始直後に 2 つのき裂に分岐した実験結果を示している．分岐後，2 つのき裂は，互いの距離を一定に保ちながら，蛇行を続けていることがわかる．この場合においても，2 例のき裂伝播経路の振幅と波長は等しいことがわかる．図 3(c) は，き裂進展開始直後に 3 つのき裂に分岐した実験結果を示している．分岐後，すべてのき裂が蛇行を開始する前は，2 例の結果においてき裂進展経路がわずかに異なる．しかし，すべての

Fig. 4 Classification of crack propagation patterns.
(a) and (b) are straight cracks. (c), (d), (e) and (f) are oscillating cracks, (g), (h), (i) and (j) are branched cracks.

き裂が蛇行を開始すると、き裂伝播経路の振幅と波長は、2例の結果においてほぼ等しいことがわかる。図3は、実験条件によってき裂伝播の形態は異なるが、同一の実験条件下においては、き裂が蛇行・分岐した場合においても同じ進展形態が得られることを示しており、実験は再現性が極めて高いことを示している。

3.2 一定板幅の試験片中におけるき裂進展形態

3.2.1 冷却側境界からのき裂進展 図3に示されるように、実験条件によってき裂進展形態は変化する。本研究では、Yuseら⁽⁴⁾と同様に、その進展形態を大きく3つに分類した。図4は、図2(a)の試験片を用いて得られた、3つの進展形態の例を示している。

図4(a), (b)は進展形態を直線き裂に分類したき裂を示している。図4(a)のき裂は、初期き裂からのき裂伝播開始からき裂伝播を停止させるまで、き裂が直進している。図4(b)のき裂は、初期き裂からき裂伝播開始後、冷却による熱衝撃によって大きく曲進しているが、その後試験片中央を直進している。図4(a),

Fig. 5 Classification of crack propagation patterns.

Fig. 6 Crack propagation from side boundary.

のき裂は、その伝播経路のほとんどの部分が直進であることから、直進き裂として分類した。

図4(c)~(f)は、進展形態を蛇行き裂に分類したき裂を示している。図4(c)は、進展停止まで進展経路がほぼ同じ振幅・波長を有する蛇行き裂、図4(d)は、振幅が減衰する蛇行き裂、図4(e), (f)は、き裂進展にしたがって振幅が増大する蛇行き裂を示している。これらのき裂は、き裂進展中に複数回の曲進が観察されるため蛇行き裂として分類した。

図4(g)~(j)は、進展形態を分岐き裂に分類したき裂を示している。図4(g)は、2つの直進き裂に分岐した場合、図4(h), (i), (j)は、それぞれ2つ、4つ、5つの蛇行き裂に分岐した場合を示している。これらのき裂は、すべて初期き裂からの進展開始直後に複数のき裂に分岐していることから、分岐き裂として分類した。

図5は、種々の実験条件におけるき裂伝播形態を図4の方法で分類した結果を示している。横軸は試験片の降下速度 v 、縦軸は温度差 ΔT である。図5から、

Fig. 7 Crack propagation in the specimens with varying width.

一定の速度で試験片を降下させる場合、温度差が大きくなるにつれてき裂の伝播形態は、直進、蛇行、分岐へと複雑な伝播形態へ変化することがわかる。一方、一定の温度差においては、試験片の降下速度が大きくなるにつれてき裂の伝播形態は分岐、蛇行、直進へと単純な伝播形態に変化することがわかる。図4、5から、熱応力によるき裂の進展形態は、温度差 ΔT 、降下速度 v に依存することがわかる。

3.2.2 側面境界からのき裂伝播 図6に、図2(b)の試験片を用いた結果を示す。図6において、試験片は左端から水中に降下させた。図6に示すように、初期き裂導入位置を変えると、き裂は試験片中央に向かって進展した後、試験片中央で曲進して、試験片中央に沿って進展することがわかる。試験片中央に沿って進展している際のき裂進展形態は、図6(a), (c)はそれぞれ直進、(b), (d)はそれぞれ蛇行である。図6(a), (c)の実験条件は、図5に示した直進き裂の実験条件と一致する。また、図6(b), (d)の実験条件は、図5に示した蛇行き裂の実験条件と一致する。このことは、試験片中央をき裂が伝播するときの進展形態は、初期き裂導入位置に依存しないことを意味している。

3.3 板幅が変化する試験片におけるき裂進展形態 図7に、図2(c)の試験片を用いた結果を示す。図7が示すように、熱応力によって進展を開始したき裂は、き裂進展形態に関わらず、試験片の中央部に沿って曲進していることがわかる。このことから、き裂進展方向は試験片境界の影響を強く受けることがわかる。熱応力を受ける有限幅の帯板では、帯板中央部において最も応力が大きいことが示されている⁽¹⁶⁾。したがって、き裂が板幅の変化する試験片の中央部を進展するのは、熱応力を受ける有限幅の帯板において、板幅中央が最も応力が大きくなることに関連する。

Fig. 8 Coordinate system for a quenching plate.

Fig. 9 Temperature and stress distribution as a function of distance from the water surface.

図7(b), (d)においては、き裂が試験片の中央部に沿って曲進した後、き裂が板幅が26mmの位置に達すると、その直後にき裂は蛇行している。板幅が26mmの位置でき裂が蛇行する2例の実験条件は、図5の蛇行き裂の実験条件と一致する。一方、左端の初期き裂からの進展開始直後におけるき裂形態を見ると、図7(a), (b), (c)は直進、図7(d)は蛇行である。しかし、図7の進展形態を示す実験条件は、図5のそれぞれの進展形態に対応する実験条件とは一致しない。このことから、き裂進展形態は試験片の板幅に依存することがわかり、図5と図7の比較から板幅が大きくなるにつれてき裂進展形態が複雑になることがわかる。

4. 検 討

熱応力によるき裂進展形態の変化を、定性的に説明するため、一定速度で冷却される無限平板の応力場を考える。

図8に示す平板に固定された xy 座系において、平板の温度場は熱伝導方程式に従う。いま、速度 v で水面とともに移動する $\xi\eta$ 座系を導入すると、 $\xi = x - vt$,

$\eta = y$ であるから、熱伝導方程式は、

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + \frac{v}{\kappa} \frac{\partial T}{\partial \xi} = 0 \quad (1)$$

となる。ここで、 η 方向に温度分布がないこと、熱伝達がないこと、 $\xi\eta$ 座標系で定常状態であることを仮定した。また、 κ は平板の温度伝導率である。式 (1) を境界条件

$$T = T_h \quad (\xi \rightarrow \infty), \quad T = T_c \quad (\xi \leq 0) \quad (2)$$

のもとで解くと、 $\xi \geq 0$ における平板の温度場は、

$$T = \Delta T[1 - \exp(-v\xi/\kappa)] + T_c \quad (3)$$

となる。ここで、 $\Delta T = T_h - T_c$ 、である。

一方、平面熱応力問題における熱弾性変位ポテンシャル Φ の支配方程式は、次式で表わされる。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} = (1 + \nu)\alpha\tau \quad (4)$$

ここで、 α 、 ν はそれぞれ平板の線膨張係数、ポアソン比、 $\tau = T - T_h$ である。式 (3)、(4) から Φ の特解を求めると

$$\Phi = -(1 + \nu)\alpha\Delta T(\kappa/v)^2 \exp(-v\xi/\kappa) \quad (5)$$

となる。熱弾性変位ポテンシャルと応力の関係⁽¹⁷⁾を用いると、平板の応力成分は、

$$\sigma_{\eta\eta} = E\alpha\Delta T \exp(-v\xi/\kappa), \quad \sigma_{\xi\xi} = \sigma_{\xi\eta} = 0 \quad (6)$$

となる。ここで、 E は平板のヤング率である。式 (6) で表わされる応力場は、無限の板幅をもつ平板の応力場である。図 8 のように、有限幅の帯板の場合や、き裂を有する場合は、式 (6) の解に境界値問題の解を重ね合わせ、帯板境界およびき裂面での境界条件を満足させる必要がある。しかし、熱応力によるき裂進展形態の変化を、定性的に説明するためには、式 (6) の解で十分であるため、ここでは境界条件を満足する完全解については言及しない。

式 (3)、(6) から求められる、 $T - T_c$ 、 $\sigma_{\eta\eta}$ を図 9 に示す。横軸は水面からの距離 ξ 、縦軸は $T - T_c$ 、 $\sigma_{\eta\eta}$ である。図 9 では温度差 ΔT を一定とし、速度 v を変化させてある。図 9 からわかるように、平板の降下速度 v が小さくなるにつれて、水面上方に応力場の形成される領域が大きくなる。図 9 では ΔT を一定としたが、式 (6) から明らかなように ΔT が大きくなるにつれ、応力 $\sigma_{\eta\eta}$ が大きくなる。すなわち、温度差 ΔT が大きくなるにつれ、また、降下速度 v が小さくなるにつれ、平板に蓄えられる弾性エネルギーが大きくな

ることがわかる。また、平板に蓄えられる弾性エネルギーの総和が、平板全体の積分値となることを考えると、板幅が大きくなるにつれ弾性エネルギーが大きくなることがわかる。

本研究の実験結果は、温度差 ΔT が大きくなる場合、試験片の降下速度 v が小さくなる場合、板幅が大きい場合に、き裂進展形態は複雑になることを示した。こうしたき裂進展形態の変化は、式 (6) の $\sigma_{\eta\eta}$ から得られる弾性エネルギー量の増加に対応していることがわかる。

5. 結 論

ガラス平板中を熱応力によって進展するき裂の進展形態に及ぼす種々の要因として、温度差、降下速度の影響を調べた。その上で、き裂進展形態に及ぼす他の要因として、き裂進展開始位置と、曲進き裂の進展形態を新たに調べ、以下の結論を得た。

- (1) 熱応力によるき裂進展形態は、温度差、降下速度、板幅に依存して変化する。き裂進展形態の変化は、平板中に蓄積される弾性エネルギーが大きくなるにつれて複雑になる。
- (2) 熱応力によるき裂進展形態は、初期き裂位置には依存しない。
- (3) 熱応力によるき裂進展において、き裂進展方向は平板境界の影響を強く受ける。また、平板境界の影響を受けてき裂が曲進する場合においても、き裂進展形態は温度差、降下速度、板幅によって決定される。

文 献

- (1) Hirata, M., Experimental Studies on Form and Growth of Cracks in Glass Plate, *Scientific Papers of the Institute of Physical and Chemical Research*, Vol.16, No.332, (1931), pp.172-195.
- (2) Sato, Y. and Watazumi, T., A New Method of Cutting Glass Plate, Using Thermal Stress, *Journal of Mechanical Working Technology*, Vol.1, (1977), pp.169-182.
- (3) Imai, Y. et. al., Thermal Stress Cleaving near a Free Edge Using a Moving Heat Source (in Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.68, No.670, (2002), pp.993-998.
- (4) Yuse, A. and Sano, M., Transition between crack patterns in quenched glass plates, *Nature*, Vol.362, No.6418, (1993), pp.329-331.
- (5) Yuse, A. and Sano, M., Instabilities of quasistatic crack patterns in quenched glass plates, *Physica D*, Vol.108, (1997), pp.365-378.
- (6) Yang, B. and Ravi-Chandar, K., Crack path instabilities in a quenched glass plate, *Journal of*

- the Mechanics and Physics of Solids*, Vol.49, No.1, (2001), pp.91–130.
- (7) Sumi, Y. and Mu, Y., Morphological Aspects of Thermally Induced Wavy Cracks in a Brittle Solid (in Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.66, No.642, (2000), pp.361–368.
- (8) Marder, M., Instability of a crack in a heated strip *Physical Review E*, Vol.49, No.1, (1994), pp.R51–R54.
- (9) Hayakawa, Y., Numerical study of oscillatory crack propagation through a two-dimensional crystal, *Physical Review E*, Vol.49, No.3, (1994), pp.R1840–R1807.
- (10) Sasa, S. et. al., Oscillatory instability of crack propagations in quasibrittle fracture, *Physical Review E*, Vol.50, No.3, (1994), pp.R1733–R1736.
- (11) Bahr, H. A. et. al., Oscillatory instability in thermal cracking, *Physical Review E*, Vol.52, No.1, (1995), pp.240–243.
- (12) Adda-Bedia, M and Pomeau, Y., Crack instability of a heated glass strip, *Physical Review E*, Vol.52, No.4, (1995), pp.4105–4113.
- (13) Adda-Bedia, M and Amar, M. B., Stability of quasiequilibrium cracks under uniaxial loading, *Physical Review Letters*, Vol.76, No.9, (1996), pp.1497–1500.
- (14) Oleaga, G.E., Remarks on a basic law for dynamic crack propagation, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol.49, No.10, (2001), 2273–2306.
- (15) Oleaga, G.E., On the dynamics of cracks in three dimensions, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol.51, No.1, (2003), 169–185.
- (16) Timoshenko, S. and Goodier, J.N. *Theory of Elasticity 2nd ed.*, (1951), McGraw-Hill, New York.
- (17) Noda, N., Hetnarski, R.B. and Tanigawa, Y. *Thermal Stresses 2nd ed.*, (2003), Taylor and Francis.