中間層を有する三次元接合体の角部における特異応力場の強さ* (第 1 報, 中間層と被着材のヤング率の違いが大きい場合)

古 口 日 出 男^{*1}

Intensity of Stress Singularity Fields at a Vertex in Three-dimensional Bonded Joints with an Interlayer (1st Report, In Case of a Large Difference of Young's Moduli in Interlayer and Adherend)

Hideo KOGUCHI^{*2}

^{*2} Department of Mechanical Engineering, Nagaoka University of Technology,
1603-1 Kamitomioka, Nagaoka-shi, Niigata, 940-2188 Japan

In the present paper, a singular stress field at a vertex in three-dimensional bonded structures is investigated. The order of stress singularity is determined through an eigen analysis using FEM, and then the intensity of singularity is determined using BEM as a function of the thickness of interlayer. It was found that stress values at the vertex reduce with decreasing the thickness of interlayer and stress, $\sigma_{\theta\theta}$ which is related to delamination of interface, reduces to the minimum at $r/h=0.4$ on the interface in a softer interlayer than the adherend, where r represents a distance from the vertex and h the thickness of interlayer. Furthermore, a ratio of the displacement in loading direction near the stress singularity field to that interior the bonded structure is introduced, and it is demonstrated to be a useful parameter for arranging the singular stress field. Finally, a unified intensity of singularity is determined using a least square method. Once the unified intensity of singularity is known, the intensity of singularity for an arbitrary thickness of interlayer will be estimated using the parameter.

Key Words: Elasticity, Boundary Element Method, Stress Singularity, Adhesive Joints, Three-Dimensional Joints, Eigen Analysis

1. 結 言

電子デバイス, 航空機や自動車などの工業製品には接着剤を用いて幾つかの材料を接合する方法が広く用いられている。ところで, それらの接合体の界面端には特異応力場が発生し, 界面端部にはく離あるいは破損が生じることがある。特異応力場については古くから理論的に Bogy⁽¹⁾⁽³⁾や Dempsey⁽⁴⁾らにより調べられている。特異応力場は応力特異点を原点とする極座標系において, 特異点からの距離の関数として表される⁽⁵⁾。特異応力場には指数特異性, 対数特異性, 指数対数型特異性などの型がある。ここでは指数特異性の項の係数を応力場の強さと言うことにする。ここで, 指数特異性における特異性のオーダーは材料の組み合わせと接合体端部の形状を考慮して作られる固有方程式を解いて得られる⁽⁶⁾。特異応力場の理論に基づいて接合体の

強度評価を行う場合, 特異応力場の特異性のオーダーだけでなく応力場の強さを知る必要がある。応力場の強さは応力分布, 経路独立積分⁽⁷⁾, M 積分⁽⁸⁾などの解析から得られる。本論文で扱う中間層を有する接合体においては, 荷重条件に加え中間層の厚さが応力場の強さに関係していることが知られている。Reedy と Guess⁽⁹⁾らは, 実験的に円柱状の突き合わせ接合体の強度について調べ, 強度が中間層厚さ $2h$ と共に変化し, 界面端における特異性のオーダー λ と密接な関係があることを示した。その結果, 界面端部における垂直応力を $\sigma_{\theta\theta}^{\text{int}} = Kr^{-\lambda}$ のように表したとき, 係数 K は次式のように表されたとした。

$$K = \sigma^* h^{\lambda} A_p(\alpha, \beta) \dots \dots \dots (1)$$

ここで, σ^* は公称応力, $A_p(\alpha, \beta)$ は Dundurs パラメータ α, β の無次元関数である。また, 井岡⁽¹⁰⁾らは中間層を有する二次元接合体の応力解析を行い, 自由端における特異応力場の強さと中間層厚さの関係を明らかにしている。これに対し, 三次元接合体角部の特異応力場

* 原稿受付 2006 年 4 月 20 日。

*¹ 正員, 長岡技術科学大学工学部(〒940-2188 長岡市上富岡町 1603-1)。

E-mail: koguchi@mech.nagaokaut.ac.jp

の強さに関する研究は非常に少ない。本論文では、応力特異性のオーダを有限要素法による固有値解析を用いて求め、被着体と中間層のヤング率の違いが大きい中間層を有する三次元接合体の角部における応力分布に対する中間層の影響を二相弾性体の基本解を用いた境界要素法により調べる。さらに、中間層と被着材の材料特性を交換した接合体と元の接合体における特異応力場の違いを明らかにする。また、異なる中間層厚さの特異場の強さを推定する方法を提案する。

2. 解析方法およびモデル

中間層を有する三次元接合体の応力は境界要素法により求めた。その式を以下に示す。

$$c_y(P)u_j(P) = \int_{\Gamma} U_y^*(P, Q) t_j dS(Q) - \int_{\Gamma} T_y^*(P, Q) u_j dS(Q) \quad (2)$$

ここで、 c_y は境界の形状により決まる定数、 Γ は解析領域の表面、 U_y^* と T_y^* は変位と作用力に対する基本解である。 P は観測点、 Q はソース点である。 t_j と u_j は作用力ベクトルと変位ベクトルである。また、本研究ではRongvedの二相体の解を基本解として用いているため、界面における要素分割を必要としない。これにより応力特異場における変位及び応力を精度よく求めることができる。

ここでは、応力特異性のオーダを有限要素法の定式化に基づく固有値解析により求めている。固有値 p は特異性のオーダ λ と $\lambda=1-p$ の関係がある。この値 p は次式の固有方程式を解くことにより求められる⁽⁶⁾。

$$(p^2[A] + p[B] + [C])\{u\} = 0 \quad (3)$$

ここで、 $[A]$ 、 $[B]$ および $[C]$ は弾性定数からなる行列、 $\{u\}$ は変位ベクトルである。

解析モデルおよび寸法を図1に示す。被着材(Material 1)の寸法は高さ h_1 が10mm、幅(2L)が20mmである。中間層(Material 2)の厚さ h は、0.05mmから9.0mmの間で種々に変えた。図1に示すように引張応力 $P=1\text{GPa}$ をモデルの上下面に加えた。接合界面端角部における最小要素長さは0.0005mmである。解析で用いた材料特性を表1に示す。なお、解析に用いた材料は、Fe(ヤング率215GPa、ポアソン比0.28)と封止樹脂(ヤング率

2.97GPa、ポアソン比0.38)である。本解析で、被着材は同じ特性としているため、応力と変位は中間層の中心面に関して対称である。ここでは、要素数を少なくするためにモデルの対象性を考慮して、要素分割を行った。

3. 解析結果および考察

図2は固有値解析に用いたFEM解析モデルである。要素サイズは $(\theta \times \phi) = 10^\circ \times 10^\circ$ 、要素数および節点数は162と541である。固有値解析の結果を表2に示す。なお、Joint 1の特異性のオーダはJoint 2のものと同じである。最小の固有値 $p=0.601$ から得られる特異性のオーダは、 $\lambda=1-p$ より0.399である。つぎに大きい固有値は $p=1$ の三重根である。 $p=1$ の三重根がある場合、対数特異性が発生するため、接合端部の応力場は次のように書く

Fig. 1 A model of bonded structures for analysis

Fig.2 FEM model for eigen analysis

Table 1 Material properties used in the analysis

Joint	Material 1		Material 2	
	E_1 , GPa	ν_1	E_2 , GPa	ν_2
Joint 1	215.0	0.28	2.97	0.38
Joint 2	2.97	0.38	215.0	0.28

ことができる⁽⁵⁾.

$$\frac{\sigma_{ij}(r, \theta, \phi)}{P} = K_{1ij} f_{1ij}(\theta, \phi) \bar{r}^{-\lambda} + K_{2ij} f_{2ij}(\theta, \phi)$$

$$+ K_{3ij} f_{3ij}(\theta, \phi) \ln \bar{r} + K_{4ij} f_{4ij}(\theta, \phi) (\ln \bar{r})^2 \dots \dots \dots (4)$$

ここで、 $\bar{r}$ は r/L である。

以下に示す応力成分は直交座標系から図3に示す球座標系に変換して求めた。異なる中間層厚さを有する Joint 1 の $\phi=45^\circ$ 方向における界面上の応力 $\sigma_{\theta\theta}/P$ の分布を図4に示す。この図は応力分布を $\bar{r}$ に対してプロットしたものである。全てのプロットはお互いに平行で、中間層厚さが厚くなると共に応力も大きくなっている。さらに、 $\sigma_{\theta\theta}$ の最小値は接合体の内部に発生し、その値はおよそ $0.6P$ である。図5は図4に示したのと同じ応力 $\sigma_{\theta\theta}/P$ を r/h に対してプロットしたものである。この場合も、応力分布は異なる中間層厚さに対してお互いに平行で、その最小値はおよそ $r/h=0.4$ の位置に発生していることがわかる。また、図5から接合体角部の応力特異性支配領域の大きさは中間層厚さに依存し、角部からおよそ $0.1h$ の範囲である。若干 $\sigma_{\theta\theta}/P$ のプロットが中間層厚さの増加に対して大きくなっていることがわかる。

図6は $r/L=0.0004$ における応力 $\sigma_{\theta\theta}/P$ を角度 ϕ に対し

Fig.3 Spherical coordinate system with an origin at the vertex of bonded joints

Table 2 List of eigen values and the order of stress singularity for Joints 1 and 2

	p		λ	
	Real part	Imaginary part	Real part	Imaginary part
1	0.6010	0.0000	0.3990	0.0000
2	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5	1.3272	0.5649	0.3272	0.5649
6	1.3272	-0.5649	0.3272	-0.5649

Fig.4 Distribution of stress, $\sigma_{\theta\theta}/P$, against r/L for various thicknesses of bond layer at $\theta=90^\circ$ and $\phi=45^\circ$ in Joint 1

Fig.5 Distribution of stress, $\sigma_{\theta\theta}/P$, against r/h for various thicknesses of bond layer at $\theta=90^\circ$ and $\phi=45^\circ$ in Joint 1

Fig.6 Distribution of stress, $\sigma_{\theta\theta}/P$, against ϕ for various θ at $r/L=0.0004$ in Joint 1

て様々な角度 θ についてプロットしたものである。この図は中間層厚さ 0.05mm に対するものである。この図から $\phi=45^\circ$ において $0<\theta<100^\circ$ の範囲では最小値が発生し、これ以外の角度 θ では最大値が発生していることがわかる。すなわち、界面近傍を除いて、硬い材料の側面には最大値が発生し、柔らかい材料の側面には最小値が発生する。

ところで、応力成分 $\sigma_{\theta\theta}$ は界面の剥離に関係している。一方、 $\theta=0^\circ, 180^\circ$ 方向の応力 σ_{rr} も剥離に関係している。図7は様々な中間層厚さの接合体の $\theta=10^\circ$ 、 $\phi=45^\circ$ における応力 σ_{rr}/P の r/L に対する分布である。それぞれの分布は角部からある範囲までお互いに平行で、さらに離れると σ_{rr}/P は1に近づく。これは σ_{rr} が

Fig.7 Distribution of stress, σ_{rr}/P , against r/L for various thicknesses of bond layer at $\theta=10^\circ$ and $\phi=45^\circ$ in Joint 1

Fig.8 Distributions of σ_{rr} against r/h for $\theta=10^\circ, 170^\circ$ and $\sigma_{\theta\theta}$ for $\theta=90^\circ$ in Joint 1

$\theta=0^\circ$ 方向では外荷重と一致することに対応している。図8に $\theta=10^\circ$ と 170° 方向の σ_{rr} および $\theta=90^\circ$ 方向（界面内）の $\sigma_{\theta\theta}/P$ の分布を rh に対して示す。なお、 $\phi=45^\circ$ である。界面内の $\sigma_{\theta\theta}/P$ の分布は $\theta=170^\circ$ 方向の σ_{rr}/P の分布とほとんど同じで、 rh に対するプロットは図5に示したのと同じように中間層厚さに依存している。また、角度 $\theta=170^\circ$ 方向の応力 σ_{rr}/P は角部から $0.4h$ の位置で $0.3\sim 0.4$ まで低下する。

図9と10に Joint 2 の結果を示す。Joint 2 は前述したように Joint 1 と同じ特異性のオーダを持っている。図9は $\phi=45^\circ$ において r/L に対する $\sigma_{\theta\theta}/P$ を種々の中間層厚さに対して示したものである。 r/L に対する応力分布は、 rh に対して示した分布の図4より図5に示した

(a) Distribution of $\sigma_{\theta\theta}/P$ against r/L

(b) Distribution of $\sigma_{\theta\theta}/P$ against r/h

Fig.9 Distributions of stress, $\sigma_{\theta\theta}/P$, for various thicknesses of bond layer at $\theta=90^\circ$ and $\phi=45^\circ$ in Joint 2

rh に対する分布に似ていることがわかる。図9(a)に示した応力の rh に対する分布を図9(b)に示す。応力分布が中間層厚さ毎にお互いに離れていることがわかる。このように特異性のオーダが同じでも Joint 1 と Joint 2 で応力分布と中間層厚さの関係が大きく違うことがわかる。

図10に $\phi=45^\circ$ における角度 $\theta=10^\circ$ と 170° 方向の σ_r/P の r/L に対する分布を示す。Joint 2 の場合、中間層のヤング率が被着材のものに比べて非常に大きく、中間層内 ($\theta=170^\circ$) の応力の方が被着材内 ($\theta=10^\circ$) の応力より大

Fig.10 Distribution of stress, σ_r/P , against r/L for various thicknesses of bond layer at $\theta=10^\circ$, 170° , and $\phi=45^\circ$ in Joint 2

Fig. 11 The distributions of several stress components for angle θ at $\phi=45^\circ$ in Joint 1 (Thickness of bond layer $=0.8\text{mm}$, $r/L=4 \times 10^{-4}\text{mm}$)

きくなっている。Joint 1 の $\theta=10^\circ$ 方向の応力分布を図10の分布と比較すると、横軸は異なるが中間層厚さに対する関係は似ていることがわかる。

ここで、 rh あるいは rL に対する応力分布と中間層厚さとの関係について考察する。中間層が存在する場合、特異応力場外の変位が特異応力場内の変位場を拘束している可能性が考えられる。これは特に Joint 1 のように中間層が被着材に比べて、非常に柔らかい場合に考えやすい。すなわち、特異応力場は中間層厚さの0.1程度で、接合体角部の極近傍に存在している。また、接合体の中間層の面について見ると、変形に不連続性が生じない限り、弾性論では特異点の存在する角部だけが顕著に大きく変形することはない。一方、特異応力場外の応力は、界面内ではほぼ一定に分布している。これに対する変位は材料力学で計算できる。また、特異応力場内における変位は、つぎのように求めることができる。

図3に示すような球座標系における Hooke の法則は、次式のように書くことができる。

$$\begin{cases} \varepsilon_{rr} = \frac{1}{E} \{ \sigma_{rr} - \nu(\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{\phi\phi}) \} \\ \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{E} \{ \sigma_{\theta\theta} - \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{\phi\phi}) \} \\ \varepsilon_{\phi\phi} = \frac{1}{E} \{ \sigma_{\phi\phi} - \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) \} \end{cases} \quad (5)$$

図11に $\phi=45^\circ$ で $r/L=4 \times 10^{-4}$ における応力 σ_r , $\sigma_{\theta\theta}$, $\sigma_{\phi\phi}$ および $\sigma_{r\theta}$ の角度 θ に対する分布を示す。応力 σ_r を除く応力は角度 θ が 0° と 180° に近づくにともない0に近づくことがわかる。このことから、角部で界面に垂直方向のひずみ ε_r と応力 σ_r は、式(5)から次式のように書くことができる。

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} = \frac{\sigma_r}{E} \quad (6)$$

式(4)を用いて σ_r を表し、それを式(6)に代入し、 r に関して積分すると、次の変位の式が得られる。

$$u_r = \frac{PL}{E} \left[\frac{K_{1r}}{1-\lambda} \bar{r}^{1-\lambda} + K_{2r} \bar{r} + K_{3r} \bar{r} (\ln \bar{r} - 1) + K_{4r} \bar{r} \{ (\ln \bar{r})^2 - 2 \ln \bar{r} + 2 \} \right] \quad (7)$$

ここで、特異応力場内外の変位の比に関するパラメータ m を導入する。

$$m = \frac{\omega \delta_1 + \delta_2}{\omega^2 u_r + u_r^2} \quad (8)$$

この式で ω は重み定数 (0~1) である。ここで、 δ は材料力学で求められる変位を表す。すなわち、厚さ t ,

ヤング率 E の板に外力 P が作用した場合、 $\delta = Pl/E$ で与えられる。 δ と u_r における添え字 1 および 2 は被着材と中間層に対応する。

例えば、 u_r に Material 1 の厚さ h_1 、 u_r に Material 2 の厚さ $h/2$ を式(7)の r に代入すると、次式のように m の式を求めることができる。

$$m(h) = \frac{\alpha(h)}{\beta(h)} \quad (9)$$

ここで、

$$\alpha(h) = \omega \frac{h_1}{E_1} + \frac{h}{2E_2}$$

$$\beta(h) = \omega \frac{h_1}{E_1} \left(\frac{{}^1K_{1rr}}{1-\lambda} + {}^1K_{2rr} + 2 {}^1K_{4rr} \right) + \frac{h}{2E_2} \left[\frac{{}^2K_{1rr}}{1-\lambda} \left(\frac{h}{2L} \right)^{-\lambda} + {}^2K_{2rr} + {}^2K_{3rr} \left\{ \ln \frac{h}{2L} - 1 \right\} + {}^2K_{4rr} \left\{ \left(\ln \frac{h}{2L} \right)^2 - 2 \ln \frac{h}{2L} + 2 \right\} \right]$$

なお、本解析モデルの場合 $h_1/L=1$ である。また、 ω のかかっている項は定数である。

$\beta(h)$ に含まれる係数 ${}^kK_{irr}$ ($k=1, 2$) は $\theta=0^\circ$ および 180° 方向の σ_{rr} の応力分布から求める。ちなみに、 ω を 0 とし、さらに応力分布を近似する意味で指数項のみで σ_{rr} の応力分布を表すと $\hat{m}=(1-\lambda)(h/2L)^{\lambda/2} {}^2K_{1rr}$ になる。ここで、任意に選んだ基準の中間層厚さ h_s に対する応力 $\hat{\sigma}_i$ を次式のように定義する。

$$\begin{aligned} \frac{\hat{\sigma}_i(r, \theta, \phi)}{P} &= \frac{m(h)}{m(h_s)} \frac{\sigma_i(r, \theta, \phi)}{P} \\ &\equiv \frac{\hat{m}(h)}{\hat{m}(h_s)} {}^kK_{iij} f_{ij}(\theta, \phi) \left(\frac{r}{L} \right)^{-\lambda} \\ &= {}^kK_{iij} f_{ij}(\theta, \phi) \left(\frac{h_r}{hL} \right)^{-\lambda} \quad (10) \end{aligned}$$

以上のように、対数特異性および定数項が無い場合には、 $\beta(h)$ は簡単な式で表せることになり、 h_s と L は定数であることから、図5のような nh に対する応力分布は、一つの線に整理できると考えられる。しかし、実際には対数特異性および定数項が存在するため、図5の分布では中間層厚さ h に若干であるが依存していると考えられる。

局所的な特異応力場における変位が特異場外の変位に拘束されると、ひずみも同様に拘束され则认为られる。つぎに、パラメータ m を用いて任意の中間層厚さに対する応力を推定する。はじめに、 $\beta(h)$ に含まれる $\theta=0^\circ$ と 180° 方向の係数 ${}^kK_{irr}$ を以下のように求める。例えば、中間層厚さ 3.2mm の Joint 1 および 2 における

$\theta=10^\circ$ と 170° 方向の σ_{rr} の応力分布から係数 ${}^kK_{irr}$ を求める。この時を用いる中間層厚さは、今回解析に用いた厚さであれば、どれを用いても m の値に影響はない。その後、図11に示した σ_{rr} の θ に対する変化を考慮して $\theta=0^\circ$ と 180° に係数の値を外捜する。このように求めた値を表3および4に示す。

つぎに境界要素法による応力 $\sigma_{\theta\theta}$ と式(9)の m を用いて推定した応力を比較する。図12に示す黒塗り記号で示した結果は Joint 1 および 2 の $r/L=4 \times 10^{-4}$ における $\sigma_{\theta\theta}$ の値である。図12はそれらの値および m を用いて推定した値と中間層厚さの関係を示したものである。この図で白抜きの記号は m を用いた推定値を表している。Joint 1 の場合、厚さ 0.05mm の応力値を用いて推定した。具体的には、 $\sigma_{\theta\theta}(0.05)m(h)/m(0.05)$ の値である。ここで、 $\sigma_{\theta\theta}(0.05)$ は厚さ 0.05mm に対する $\sigma_{\theta\theta}$ 、 $m(h)$ は厚さ

Fig.12 A relationship between the thickness of bond layer and stress, $\sigma_{\theta\theta}$ at $r/L=4 \times 10^{-4}$, $\theta=90^\circ$ and $\phi=45^\circ$ on the interface in Joints 1 and 2

Table 3 Coefficients of stress distribution for σ_{rr} in Joint 1

	${}^1K_{1rr}$	${}^1K_{2rr}$	${}^1K_{3rr}$	${}^1K_{4rr}$
Material 1	0.742	0.328	1.248×10^{-1}	8.520×10^{-3}
	${}^2K_{1rr}$	${}^2K_{2rr}$	${}^2K_{3rr}$	${}^2K_{4rr}$
Material 2	0.219	-0.259	-5.770×10^{-2}	-3.100×10^{-3}

Table 4 Coefficients of stress distribution for σ_{rr} in Joint 2

	${}^1K_{1rr}$	${}^1K_{2rr}$	${}^1K_{3rr}$	${}^1K_{4rr}$
Material 1	0.462	0.334	0.156	2.230×10^{-2}
	${}^2K_{1rr}$	${}^2K_{2rr}$	${}^2K_{3rr}$	${}^2K_{4rr}$
Material 2	1.667	0.315	4.668×10^{-2}	1.608×10^{-2}

h に対する m である。なお、式(9)の ω を0においた。これは被着材が中間層に比べ硬いため、被着材の変形が中間層のそれに対して無視できると考えられるためである。式(9)の $\beta(h)$ に中間層の厚さ3.2mmにおける係数を用いているにもかかわらず、境界要素法から得られた応力 $\sigma_{\theta\theta}$ と m を用いて得られた応力はよく一致している。また、式(4)の高次の項は、応力分布の中間層厚さの指数法則からのずれを反映しているものと考えられる。

Joint 2については以下のように推定した。中間層厚さ0.05mmを基準とした場合、 $\omega=0$ において $\sigma_{\theta\theta}(0.05)m(h)/m(0.05)$ を求める。また、中間層厚さ9mmを基準とした場合、 $\omega=1$ において $\sigma_{\theta\theta}(9)m(h)/m(9)$ を求める。それらの結果を図12に示す。Joint 2では中間層が薄い場合には、中間層の変形は非常に小さく、そのことが特異応力場の変位すなわちひずみを小さくする。すなわち応力を低下させるものと考えられる。本解析モデルでは、厚みゼロの極限では特異場は発生しない。また、Joint 2では中間層より被着材の変形が常に大きく、界面近傍以外に拘束は無いため、中間層厚さがある程度以上厚くなると、界面端近傍の変位場は変化しなくなる。ちなみに、式(8)で δ_i および μ_i は定数である。実際、Joint 2について図12で境界要素法から得られた $\sigma_{\theta\theta}$ の値は、中間層厚さの増加とともに $\omega=0$ の線から $\omega=1$ の線に移っていくように見える。 h が0.1mmから0.3mmの間で ω の値が徐々に変化するものと考えられる。

つぎに、式(10)の第一式にしたがって応力を m で基

(a) Plot of $\sigma_{rr}m(1.6)/(mP)$ against r/L

(b) Plot of $\sigma_{\theta\theta}m(1.6)/(mP)$ against r/L

Fig.13 Stress distribution in Joint 1 ($\phi=45^\circ$)

Fig.14 Plot of $\sigma_{\theta\theta}m(1.6)/(mP)$ against r/L in Joint 2 ($\phi=45^\circ$)

準化した結果を図13および図14に示す。一例であるが、図13(a), (b)はそれぞれ $\phi=45^\circ$ におけるJoint 1の $\sigma_{rr}m(1.6)/(m(h)P)$ ($\theta=50^\circ$)、 $\sigma_{\theta\theta}m(1.6)/(m(h)P)$ ($\theta=90^\circ$)、図14は $\phi=45^\circ$ におけるJoint 2の $\sigma_{\theta\theta}m(1.6)/(m(h)P)$ ($\theta=90^\circ$)の r/L に対する分布である。これらは基準中間層厚さ $h_s=1.6$ mmの結果である。すべての応力成分が m を用いて基準化されると、中間層厚さにかかわらず、ほぼ一つの直線に集まるようにまとめることができる。Joint

2の結果は図9(a)よりまとまっていることがわかる。

最後に、 $\sigma_{\theta\theta}$ の特異応力場の強さを図13から求める。固有値解析の結果から応力 $\sigma_{\theta\theta}$ は式(3)により表されるが、ここでは第一項目にのみ着目し、 $\sigma_{\theta\theta}m(1.6)/(mP)=K_{0\theta\theta}/(mP)r^{-\lambda}$ における $K_{0\theta\theta}$ を求める。図15はJoint 1について求めた結果を角度 θ に対して示したものである。中間層厚さに対する係数の変化は係数の平均値に対して0.5%である。特異性の強さは $\theta=40^\circ$ と 110° に二つの極値があることがわかる。中間層を有する接合構造体の特異性の強さが、ある中間層厚さについて分かると、パラメータ m を用いることにより他の厚さに対する特異性の強さを求めることができる。

本論文で提案したパラメータ m の考え方は、三次元接着接合体だけでなく、二次元接着接合体に対しても適用可能であると考えられる。

4. 結 言

本論文は被着材と中間層のヤング率が大きく異なる中間層を有する三次元接合体の中間層厚さを種々に変えて、接合体界面角部における特異応力場の分布およびその強さを調べたものである。結果は次のようにまとめられる。

- (1) 中間層のヤング率が被着材のそれより非常に小さい(Joint 1)場合、中間層が薄くなるに伴い、特異応力場の応力は低下する。逆のJoint 2の場合、中間層が薄い場合には特異応力場の応力は低下するが、中間層がある厚さ以上では変化しなくなる。
- (2) Joint 1の場合、界面上では $\sigma_{\theta\theta}$ の最小値がおおよそ $r/h=0.4$ の位置に発生し、その値は作用応力 P のおおよそ0.6倍である。Joint 1において、界面上の $\sigma_{\theta\theta}$ の分布は界面に垂直方向で中間層内の σ_r の分布とほぼ一致している。一方、Joint 2においては界面上の応力 $\sigma_{\theta\theta}$ の極値は存在しない。
- (3) 特異応力場内外の変位の比である無次元パラメータ m を新しく導入し、その m を用いることにより基準中間層厚さに対する応力分布を得ることができた。
- (4) 基準応力場に対する応力分布から特異応力場の強さを求めた。この値と m を用いれば、様々な中間層厚さに対する特異応力場の強さを推定することができる。

文 献

- (1) Bogy, D.B., On the Problem of Edge-Bonded Elastic Quarter-Planes Loaded at the Boundary, *Int. J. Solids Structures*, Vol.6, (1970), pp.1287-1313.
- (2) Bogy, D.B., Two Edge-Bonded Elastic Wedges of Different Materials and Wedge Angles under Surface Traction, *J. Appl. Mech.*,

Fig.15 A variation of unified intensity of singularity with angle θ in Joint 1

Vol.38, (1971), pp.377-386.

- (3) Bogy, D.B. and Wang, K.C., Stress Singularities at Interface Corners in Bonded Dissimilar Isotropic Elastic Materials, *Int. J. Solids Structures*, Vol.7, (1971), pp.993-1005.
- (4) Dempsey, J.P. and Sinclair, G.B., On the Stress Singularities in the Plane Elasticity of the Composite Wedge, *J. Elasticity*, Vol.9, (1979), pp.373-391.
- (5) Koguchi, H. et al., Analysis of Stress Singularity Fields in Three-Dimensional Joints by Three-Dimensional Boundary Element Method Using Fundamental Solution for Two-Phase Transversely Isotropic Materials, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.69, No.679 (2003), pp.585-593.
- (6) Pageau, S.S. and Bigger, Jr S.B., Finite Element Evaluation of Free-Edge Singular Stress Fields in Anisotropic Material, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol.38, (1995), pp.2225-2239.
- (7) Qian, Z. Q. and Akisanya, A. R., An Investigation of the Stress Singularity near the Free Edge of Scarf Joints, *Eur. J. Mech. A/ Solids*, Vol.18, (1999), pp.443-463.
- (8) Lee, Y. and Im, S., On the Computation of the Near-Tip Stress Intensities for Three-Dimensional Wedges via Two-State M-Integral, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol.51, (2003), pp.825-850.
- (9) Reedy, JR. and Guess, T. R., Interface Corner Failure Analysis of Joint Strength: Effect of Adherend Stiffness, *Int. J. Fracture*, Vol.88, (1997), pp.305-314.
- (10) Ioka, S. et al., Singular Stress Distributions near the Edge of Interface of Bonded Dissimilar Materials with an Interlayer, *J. Society Mater. Sci., Japan*, Vol.53, No.8 (2004), pp.841-845.