スプライン軸における破壊力学的挙動*

野 口 哲 雄^{*1}, 江 角 務^{*2}

Destruction Phenomenon about the Spline Shaft

Tetsuo NOGUCHI^{*3} and Tsutomu EZUMI^{*3} Researcher in Shibaura Institute of Technology,
3-7-5 Toyosu, Koutou-ku, Tokyo, 135-8548 Japan

A spline is a stretchable joint that transmits power. Generally, for the fracture problem in an actual construction, three-dimensional cracks exist in most cases, and in crack propagation, the stress intensity factors K_I , K_{II} and K_{III} usually act in single or mixed modes. In this study, the maximum stress and maximum stress direction are determined by the photoelastic and finite element methods. The mixed modes stress intensity factors K_I , K_{II} and K_{III} are determined experimentally by combining the caustic method and photoelastic stress freezing method. The interaction in the spline shaft having outer surface crack was also discussed, together with a comparison of the results of these experimental methods.

Key Words: Experimental Stress Analysis, Stress Concentration, Finite Element Method, Photoelastic Method, Method of Caustics, Spline

1. 緒 言

軸方向に伸縮性を有する軸継手としてスプライン継手が知られている。動力を伝達する機械要素として重要な役割を担っているが、破壊力学的挙動について未知なる部分が多い。過去において光弾性法によるスプライン軸の応力解析⁽¹⁾, ねじり負荷を受けるスプライン状横断面を有する軸に関する研究⁽²⁾が見られる。しかし金属疲労にともなうき裂を想定した研究⁽³⁾は少なく、スプライン軸に関する破壊力学的検討の必要性が認められる。本研究室は 1997 年よりスプライン軸について研究を続けている。本論文においてスプライン軸に関する破壊力学的挙動を報告する。

本研究は次に示す 3 項目により構成される。

- (1) スプライン軸モデルを製作し、最大応力と最大応力方向を求めた。
- (2) 金属疲労によりき裂が発生した状態を再現するために、(1)において求められた最大応力方向に人工き裂を挿入し、応力拡大係数を求めた。
- (3) 一般的にスプライン軸は耐摩耗性を向上させるために熱処理が施される。熱処理を施す際、材料表面と材料内部における温度差により焼き割れが発生する可能性がある。焼き割れを再現したモデルとして、外周面から中心方向に人工き裂を挿入したモデルを用意

し、応力拡大係数を求めた。予備実験として外周部に軸方向き裂を有する円形断面実軸モデルにねじり負荷を与え、反射型コースティックス法を適用し、応力拡大係数算定の有効性を調べた。

2. 実 験 方 法

2-1 スプライン軸に関する応力解析 型取用シリコンゴム(Recipron 1406, Temuco Fine)に硬化剤(R-14, Temuco Fine)を混合し、角形スプライン(呼び径 32mm, みぞ数 8, 2 形, JIS B 1601)を有する軸とボスを型取りすることにより鋳型を製作した。エポキシ樹脂(Araldite B, CT-200)と硬化剤(Hardner HT-901)を容器内において 120 ~ 130 °C に加熱し、混合した。溶融したエポキシ樹脂⁽⁴⁾を製作した鋳型に注入し、温風乾燥炉により熱硬化し、アニーリングを施すことにより、スプライン軸モデル(図 1)、スプラインボスモデル(図 2)を製作した。エポキシ樹脂の特性値を表 1 に示す。スプラインボスモデルにスプライン軸モデルを挿入し、図 3 に示す静的ねじり試験機に取り付けた。静的ねじり試験機はてこ棒を有しており、てこ棒先端におもりを吊り下げることにより、試験片モデルにねじりモーメントを与える。おもりにより得られる荷重は 9.8N であり、荷重により得られるねじりモーメントは 1.764N・m である。静的ねじり試験機に取り付けた試験片モデルを温風乾燥炉内に設置し、図 4 に示す応力凍結サイクルによる光弾性応力凍結法を適用した。応力凍結後、図 5 に示す位置においてスライスし、スライス面を研磨した。スライス片に光弾性法を

* 原稿受付 2006 年 6 月 12 日。

^{*1} 正員, 芝浦工業大学応用力学研究室(☎ 135-8548 東京都江東区豊洲 3-7-5)。^{*2} 正員, 芝浦工業大学工学部。

E-mail: nasubi@a.toshima.ne.jp

適用し、最大応力と最大応力方向を求めた。

信頼性を高めるために、同様に有限要素法により応力集中位置を求めた。図 6 に有限要素解析モデルを示す。統合型有限要素解析システム (Free Femleeg, ホ

クト・システム)により静的弾性解析を試みた。

2-2 スプライン軸に関する破壊力学的挙動 長期間の使用による金属疲労によりき裂が発生した状態を再現するために、図 7 に示す人工き裂を挿入したス

Fig.1 Spline shaft model

Fig.2 Spline boss model

Table 1 Epoxy resin data

Temperature	Young's Modulus [MPa]	Poisson's ratio
Room temperature	3000	0.33
125°C	13.62	0.45

Fig.3 Testing system for spline model

Fig.4 Stress freezing cycle

Fig.5 Slice location

Fig.6 Finite element model

スプライン軸モデルを 2・1 と同様に製作した。図 7 に示すように、スプライン軸中心とスプラインみぞ底円弧部中心を結ぶ直線を基準 (0°) とし、 55° 方向に人工き裂を挿入した。2・1 において求められた最大応力方向はスプライン軸中心方向に対して 55° であることより、 55° 方向に人工き裂を挿入した。き裂挿入方法として、メタルソー (外径 70mm, 厚さ 0.15mm) によりみぞ加工し、温風乾燥炉によりモデルを軟化した状態において、カミソリ刃によりき裂先端を鋭角に仕上げる加工法を採用した。実験方法は 2・1 と同様である。試験片モデルを静的ねじり試験機に取り付けた。てこ棒先端のおもりによる 7.84N の荷重により $1.411\text{N}\cdot\text{m}$ のねじりモーメントを得た。試験片モデルを取り付けた静的ねじり試験機を温風乾燥炉内に設置し、図 4 に示す応力凍結サイクルによる光弾性応力凍結法を適用し、等色線しま写真を得た。等色線しま写真に外挿法を適用し、開口形応力拡大係数 K_I 、面内せん断形応力拡大係数 K_{II} を求めた⁽⁵⁾。人工き裂先端から最も遠い等色線しまにおいて、人工き裂先端から最も遠い点を最遠点と呼ぶ。最遠点の等色線しま次数 N_m 、最遠点の距離 r_m 、光弾性感度 A 、板厚 t 、き裂を基準とした最遠点角度 θ_m より K_I, K_{II} は

$$K_I = \frac{N_m (2\pi r_m)^{1/2}}{A t [(\sin \theta_m + 2A \cos \theta_m)^2 + A^2 \sin^2 \theta_m]^{1/2}} \quad (1)$$

$$K_{II} = \frac{A N_m (2\pi r_m)^{1/2}}{A t [(\sin \theta_m + 2A \cos \theta_m)^2 + A^2 \sin^2 \theta_m]^{1/2}} \quad (2)$$

A は K_I, K_{II} の比であり

$$A = \frac{K_{II}}{K_I} \quad (3)$$

Fig.7 Crack in spline shaft model

応力拡大係数はき裂先端における応力状態を示す値であり、値が高いほどき裂の進展が予測される。き裂が進展することはき裂が深くなることであり、将来において物体が破壊される。一般的に応力拡大係数は $0 \sim 1.2\text{N}\cdot\text{m}^{-3/2}$ 程度を示す。評価法として、 $0 \sim 0.2\text{N}\cdot\text{m}^{-3/2}$ 程度であれば安全であり、 $0.2 \sim 0.6\text{N}\cdot\text{m}^{-3/2}$ 程度は普通、 $0.6 \sim 1.0\text{N}\cdot\text{m}^{-3/2}$ 程度は危険、 $1.0\text{N}\cdot\text{m}^{-3/2}$ 以上は極めて危険な状態である。

K_I, K_{II} 解析後のスライス片に、図 4 に示す応力凍結サイクルを応用したアニーリングを施し、応力解放にともなう表面変形を促した。表面変形を利用し、反射形コースティックス法により面外せん断形応力拡大係数 K_{III} を求めた^{(6)・(8)}。横弾性係数 G 、コースティックス像の最大寸法 Y_{max} 、試験片モデルからスクリーンまでの距離 Z_o 、光源として発散光を使用した際の倍率 λ より、 K_{III} は

$$K_{III} = 0.5986 \frac{G Y_{max}^{3/2}}{Z_o \lambda^{1/2}} \quad (4)$$

ここで倍率 λ は

$$\lambda = \frac{Z_o + Z_i}{Z_i} \quad (5)$$

Z_i は焦点から試験片モデルまでの距離である。

2・3 焼き割れに関する破壊力学的挙動

一般にスプライン軸は耐摩耗性を向上させるために熱処理が施される。熱処理を施す際、材料表面と材料内部における温度差により焼き割れが発生する可能性がある。微細な焼き割れは発見が困難である。焼き割れを再現するために図 7 に示す 0° 方向人工き裂を挿入したスプライン軸モデルを 2・2 と同様に製作した。光弾性応力凍結法により K_I, K_{II} 、コースティックス法によ

Fig.8 Shaft model

Fig.9 Isochromatic line (Z=67.5mm)

Fig.10 Stress distribution (Z=67.5mm)

Fig.11 Isoclinic line and principal stress diagram (Z=67.5mm)

り K_{II} を求めた。静的ねじり試験機にてこ棒先端に吊り下げたおもりにより得られる荷重は 9.8N であり、おもりにより得られるねじりモーメントは $1.764N \cdot m$ である。

予備実験として外周部に軸方向き裂^⑨を有する円形断面実軸モデル(図 8)について 2・1 と同様に実験した。静的ねじり試験機のおもりにより得られる荷重は 9.8N であり、おもりにより得られるねじりモーメントは $1.764N \cdot m$ である。試験片モデルにコースティックス法を適用し、無次元化開口形応力拡大係数 F_I を求めた。応力状態が安定している箇所の応力 σ_0 、き裂深さ a より

$$F_I = \frac{K_I}{\sigma_0 \sqrt{\pi a}} \quad (6)$$

諸条件により異なる値を示す応力拡大係数を正規化した値が無次元化応力拡大係数である。評価法として誤差が理論値に比して 8 % 以下であれば、実験方法が有効であると判断する方法を採用した。き裂挿入方法として、メタルソー(外径 45mm、厚さ 0.15mm)によりみぞ加工し、温風乾燥炉によりモデルを軟化した状態において、カミソリ刃によりき裂先端を鋭角に仕上げる加工法を採用した。き裂先端を鋭角に仕上げることで、理論に合致した力学的挙動を得ることが可能となる。

3. 実験結果

3・1 スプライン軸に関する応力解析 最も高い主応力差が見られたスライス片の等色線しま写真を図 9 に示し、応力分布図を図 10 に示す。スプラインみぞ底円弧部に高い応力集中が見られた。スプライン軸中心とみぞ底円弧中心を通過する直線を基準とした 55° 方向が最大応力方向であることが分かった。等傾線と主応力線図を図 11 に示す。軸方向距離 Z に関する各スライス片の最大応力を図 12 に示す。他の部分に比して 4 倍以上の高い応力がスプラインボス入口

Fig.12 Relation between stress and distance Z

Fig.13 Stress distribution by finite element method

付近に見られた。信頼性を高めるために有限要素法により応力集中位置を求め、図 13 に示すトレスカとミーゼスの応力分布を得た。スプラインみぞ底円弧部に高い応力集中が見られ、有限要素法による結果は光弾性法による結果に一致した。使用した有限要素解析ソフトウェアが任意の位置における断面を表示できないために、有限要素法と光弾性法の結果について Z の値がわずかに異なる。しかし光弾性法におけるスライス位置と同じ位置において、同様な状態であることを確認した。

3・2 スプライン軸に関する破壊力学的挙動 等色線しま写真を図 14 に示し、 K_{II} のコースティック像

を図 15 に示す。き裂先端に高い応力集中が見られた。光弾性法により得られた 4 種き裂長さのき裂先端における K_I と軸方向距離 Z について図 16 に示す。スプラインボス入口付近において高い値が見られた。き裂先端における K_{II} は微小であるためにき裂先端のしまループが明確でなく、測定不可能であった。き裂先端における K_{III} と軸方向距離 Z について図 17 に示す。他の部分に比して 2 倍以上の高い値がスプラインボス入口付近に見られた。一般的にき裂深さが大きくなるに従い、応力拡大係数は高くなる。しかし比較的き裂深さが大きな状態において、低い応力拡大係数が図 16 に見られた。き裂先端における材料の降伏現象が原因

Fig. 14 Isochromatic line of spline shaft model with crack (Crack angle 55° , $Z=67.5\text{mm}$)

Fig. 15 Caustic pattern K_m of spline shaft model with crack (Crack angle 55° , $Z=67.5\text{mm}$)

Fig. 16 Relation between stress intensity factor K_I and distance Z (Crack angle 55°)

Fig. 17 Relation between stress intensity factor K_m and distance Z (Crack angle 55°)

であると思われ、実験に適したき裂深さは 2.7mm 程度であることが分かった。

3-3 焼き割れに関する破壊力学的挙動 等色線しま写真を図 18 に示し、コースティックス像を図 19 に示す。き裂先端における K_I , K_{II} , K_{III} と軸方向距離 Z について図 20, 図 21, 図 22 に示す。いずれもスプラインボス入口付近において高い値が見られた。比較的き裂深さが大きな状態において、低い応力拡大係数が図 20 に見られた。き裂先端における材料において降伏現象が起きたものと思われる。

予備実験として外周部に軸方向き裂を有する円形断面実軸モデル⁽¹⁰⁾にねじり荷重を負荷した。無次元化

開口形応力拡大係数を F_I とし、き裂深さを b 、軸横断面半径を R とする。図 23 にコースティックス法により得られた F_I と b/R の関係を示す。コースティックス法による結果は Tweed-Rooke らの積分変換法^{(11), (12)}による計算結果に関しておよそ 5 % の誤差であり、コースティックス法により開口形応力拡大係数を解析可能であることが分かった。

4. 考 察

スプライン軸はスプラインボスにより変形が抑制される。スプライン軸とスプラインボスの接触部に接触応力⁽¹³⁾⁻⁽¹⁶⁾が発生する。最大応力の発生が見られたス

Fig. 18 Isochromatic line of spline shaft model with crack (Crack angle 0° , $Z=67.5\text{mm}$)

Fig. 19 Caustic pattern of spline shaft model with crack (Crack angle 0° , $Z=67.5\text{mm}$)

Fig.20 Relation between stress intensity factor K_I and distance Z (Crack angle 0°)

Fig.21 Relation between stress intensity factor K_{II} and distance Z (Crack angle 0°)

Fig.22 Relation between stress intensity factor K_{III} and distance Z (Crack angle 0°)

Fig.23 Relation between non dimensional stress intensity factor F_I and b/R

ブラインみぞ底円弧部は、スプラインボスに接触しない部分であり、変形が抑制されない。スプライン軸全面がスプラインボスと接触する形状に改良することにより、スプラインの破壊事故を防止できると思われる。

5. 結 言

ねじり荷重を負荷されるスプライン軸に関して、光弾性法、コースティックス法、および有限要素法により力学的挙動を調べ、次の知見を得た。

- (1) スプラインボス入口付近のスプライン軸みぞ底円弧部に最大応力が見られた。スプラインボス入口付近のスプライン軸横断面上において、スプライン軸中心とみぞ底円弧中心を通過する直線を基準とした 55° 方向が最大応力方向であることが分かった。
- (2) 55° 方向き裂先端における開口形応力拡大係数 K_I 、面内せん断形応力拡大係数 K_{II} 、面外せん断形応力拡大係数 K_{III} について、いずれもスプラインボス入口付近に高い値が見られ、特に K_{III} が顕著である。
- (3) 55° 方向き裂先端において、 K_I についてき裂深さ 2.7mm において高い値が見られ、 K_{II} について影響は

微少であり、 K_{III} についてき裂が深くなるに従い、高くなる傾向である。

(4) 焼き割れによるき裂先端における K_I, K_{II}, K_{III} について、いずれもスプラインボス入口付近において高い値を示した。

(5) 焼き割れによるスプライン軸中心方向き裂に関して、 K_I についてき裂深さ 3.11mm において高い値が見られ、 K_{II}, K_{III} についてき裂が深くなるに従い、高くなる傾向が見られた。

参 考 文 献

- (1) Hiroyuki Yoshitake: Experiment in Spline Shaft by Photoelastic Method, Journal of the Japan Society of Mechanical Engineers, Vol. 64, No. 508, (1961), pp. 42-47.
- (2) Hazime Nakazawa: On the Torsion of the Spline Shafts, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Vol. 25, No. 155, (1959), pp. 643-650.
- (3) Katsumi Sakaguchi and Masakatsu Kubo: Destruction on the Spline Shaft by Torsion, Research on the Mechanical Engineers, Vol. 29, No. 5, (1976), pp. 716.

- (4) S.R.White and A.B.Hartman:Effect of Cure State on Stress Relaxation in 3501-6 Epoxy Resin,Journal of Engineering Materials and Technology, No.119,(1997),pp.262-265.
- (5) Tsutomu Ezumi and Susumu Takahashi:Stress intensity Factors for the Mixed Mode in Rotating Disks Having Branched Cracks,Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Vol.54,No.505,A (1988) ,pp.1800-1806.
- (6) Dafung Wu,Susumu Takahashi and Tsutomu Ezumi:Experimental Study of Stress Intensity Factors K_{II} of a Three-Dimensional Crack by the Method of Caustics,Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Vol.56,No.527,A (1990) , pp.53-58.
- (7) Youngmin Ha,Tsutomu Ezumi and Susumu Takahashi:Stress Analyses of Hollow Cylinder with Inner Cracks Subjected to Torsion,Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Vol.63,No.609,A (1997) ,pp.47-52.
- (8) Youngmin Ha,Tsutomu Ezumi and Susumu Takahashi:Computation of Stress Intensity Factors K_I , K_{II} and K_{III} of Hollow Cylindrical Bars with Three-Dimensionally Inclined Cracks,Proceedings of the Japan Society for Photoelasticity,Vol.19,No.1, (1999) ,pp.1-7.
- (9) Sun-ho Choi,Jae-do Kwon and Hideo Kitagawa:An Analysis of the Stress Intensity Factor K_{II} of a Longitudinal Surface Crack by the Displacement Freezing Analogy Method,Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers,Vol.52,No.484,A (1986) , pp.2653-2661.
- (10) Weili Cheng and Iain Finnie:The Single Slice Method for Measurement of Axisymmetric Residual Stresses in Solid Rods or Hollow Cylinders in the Region of Plane Strain,Journal of Engineering Materials and Technology, No. 120,(1998), pp.170-176.
- (11) D.P.Rooke,J.Tweed:The stress intensity factors of a radial crack in a finite rotating elastic disc,Selected Papers on Crack Tip Stress Fields,University of Maryland,(1997) ,pp.162-167.
- (12) D.P.Rooke,J.Tweed:The stress intensity factor of an edge crack in a finite rotating elastic disc,Selected Papers on Crack Tip Stress Fields,University of Maryland,(1997) ,pp.168-172.
- (13) Susumu Takahashi,Akira Shimamoto and Fumio Nogata:Stress Analysis of Contact Problem by Two-dimensional Photoelastic Method, Non-destructive Inspection,Vol.25,No.8,(1976) , pp.478-483.
- (14) Tetsuo Noguchi and Tsutomu Ezumi:The Best Dimensional Standard Analysis Concerning Center Hole in Dabo, International Journal of Modern Physics B,World Scientific Pub. Co. Pte Ltd.,Vol.17, No.3&4,(2003) ,pp.821-825.
- (15) Tetsuo Noguchi and Tsutomu Ezumi:Simulation by Comparison between Photoelasticity and Finite Element Method for Center Hole,Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers,Vol.68, No.674,A (2002) ,pp.4-11.
- (16) Tetsuo Noguchi and Tsutomu Ezumi:Influence on the Tensile Load in Inclination Elliptic Inclusion,Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers,Vol.70,No.690,A (2004) , pp.105-112.