巨視的弾性条件下での一定両振り荷重繰返しに伴う
塑性ひずみ成長挙動*堤 成一郎^{*1}, 豊 貞 雅 宏^{*2}, 村 上 幸 治^{*2}Generation of Plastic Strain due to Constant Cyclic Loading
Under Macroscopically Elastic ConditionSeiichiro TSUTSUMI^{*3}, Masahiro TOYOSADA and Koji MURAKAMI^{*3} Department of Marine System Engineering, Kyushu University,
6-10-1 Hakozaki, Higashi-ku, Fukuoka, 812-8581 Japan

In order to describe cyclic plasticity phenomena the plastic stretching within a yield surface has to be considered. Subloading surface model categorized in the unconventional plasticity models and describing a smooth elastic-plastic transition would be applicable to non-proportional loading process including cyclic loading behavior of materials with a smooth yield surface. In this study the model is extended for materials exhibiting a purely elastic response under a particular state of stress state, named an elastic boundary surface, whilst they also exhibit a smooth elastic-plastic transition. A damage evolution is also described by incorporating a damage function for the conventional model. The applicability of the model to the cyclic plasticity phenomena observed for the cyclic stresses below the yield stress is verified through the comparison with the experimental data.

Key Words: Fatigue, Constitutive Equation, Plasticity, Damage, Fatigue Limit

1. 結 言

低応力範囲での単調増大負荷もしくは小回数の繰返し荷重下で得られた応力-ひずみ関係からは明瞭な非弾性変形が確認されず、巨視的には弾性応答しか示さないと考えられる低応力の繰返し負荷にもかかわらず、固執すべり帯（以降、“PSB”と称す）など、微視的すべりに基づく塑性変形が発現することが主に面心立方体を用いた実験により明らかにされている^①。このPSB周辺は他の部分よりも剛性が低いことから、さらに繰返し荷重を与え続けると、その周辺で成長した塑性すべりを起点に、突き出し・入り込みを呈しながらき裂の発生を伴って最終的に疲労破壊に至ることが観察され、PSBの発生応力と疲労限との関係を指摘する研究も報告されている^②。また、体心立方体の鉄鋼材料についても研究が進められ、巨視的弾性条件下での一定繰返し荷重に伴って突如発生する塑性ひずみも計測されている^③。さらに、疲労限以下の小さな繰返し

応力が疲労・損傷特性に影響を与えることも報告されている^④。このように、巨視的弾性域での繰返し負荷に伴うPSBなどの微視すべりの発生・成長は、材料を疲労破壊へと導くき裂の発生・成長と密接に関係がある。これら疲労発生メカニズムを解明し適切にモデル化することは、各種構造物の疲労設計や余寿命の評価^{⑤⑥}に有益であり、さらに得られた構成式を有限要素法に導入することにより、巨視的弾性条件下の繰返し負荷に伴う塑性変形の発生・成長シミュレーションが可能になるなど、変形解析の高精度化も期待される。

一方、材料の弾塑性構成式に関する従来の研究では、単調増大負荷もしくは降伏応力を超える応力が繰返し作用する際に大きな塑性ひずみを伴って進行するラチェッティング現象やヒステリシス・ループを記述^{⑦⑧}するものが主流で、この構成式では上記の巨視的弾性域での繰返し負荷に伴って突如発生・成長する塑性挙動は表現できない。

そこで本研究では、降伏応力を超える繰返し負荷時に限定されず、降伏応力よりも小さく、巨視的には弾性域とみなされる低応力の繰返しに伴って発生・成長する塑性挙動を含む一般の繰返し弾塑性変形を対象として、現象論的な枠組みにおける構成式の提案を目的

* 原稿受付 2006 年 11 月 9 日。

^{*1} 正員、九州大学工学研究院海洋システム工学部門 (〒812-8586 福岡市東区箱崎 6-10-1)。^{*2} 九州大学工学研究院海洋システム工学部門。
E-mail: tsutsumi@nams.kyushu-u.ac.jp

とする。まず、下負荷面の概念を導入した非古典弾塑性構成式^{(8),(10)(13)}に弾性境界面⁽¹⁴⁾および損傷関数を導入した新たなモデルを提案する。次に、建築構造用圧延鋼材であるSN490Bを供試材料として、一定両振り繰返し負荷に対する材料応答を取得し、提案モデルの応答特性との照査を行ってモデルの妥当性を検証する。また、数種の繰返し載荷条件に対する適応性に関する考察も行う。

2. 弾塑性構成式の定式化

本研究で提案するモデルの基礎となる弾塑性モデルについて概説する。このモデルは滑らかな弾-塑性遷移と繰返し負荷挙動の表現を目的として提案^{(8),(10)}されており、非比例負荷変形挙動への適応を目指した拡張⁽¹¹⁾⁽¹³⁾も行われている。なお、本モデルは降伏面の内部を純弾塑性域と仮定しない非古典塑性論に分類されるが⁽¹⁵⁾、弾性特性にはHooke則と与えられる等方性を仮定し、また塑性部分には等方および移動の複合硬化則を考慮することで異方性を示すことになる。

2・1 応力速度—ストレッチング関係 速度勾配 $\mathbf{L}$ の対称成分であるストレッチング $\mathbf{D}$ は、弾性ストレッチング $\mathbf{D}^e$ と塑性ストレッチング $\mathbf{D}^p$ の和で表されるとする。つまり、

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^e + \mathbf{D}^p \quad (1)$$

なお、弾性ストレッチングは次式で与えられる。

$$\mathbf{D}^e = \mathbf{E}^{-1} \dot{\boldsymbol{\sigma}} \quad (2)$$

ここに、 $\boldsymbol{\sigma}$ は応力、 $(\cdot)$ は客観性を有する共回転速度を表わす。4階のテンソル $\mathbf{E}$ はHooke則型の弾性係数テンソルであり次式で与えられる。

$$E_{ijkl} = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{E}{2(1+\nu)} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (3)$$

ここに、 ν および E はポアソン比およびヤング率をそれぞれ示し、 δ_{ij} はKroneckerのデルタ、つまり $i = j: \delta_{ij} = 1, i \neq j: \delta_{ij} = 0$ である。

ここで古典論における降伏面（以降、“正規降伏面”と呼ぶ）の内部に、常に現応力点 $\boldsymbol{\sigma}$ を通り正規降伏面に相似な形を保ちながら、移動、膨張・収縮する下負荷面を導入する。また、正規降伏面に対する下負荷面の相似比を R 、それら2つの面の相似中心を $\mathbf{s}$ とする。なお、正規降伏面の形状、配置および大きさ

Fig 1 The normal-yield, the subloading and the elastic limit surfaces.

を与える負荷関数および等方硬・軟化関数をそれぞれ f および F と記すことにより、正規降伏面および下負荷面はそれぞれ次式で表される（図1参照）。

$$f(\hat{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{H}) = F(H) \quad (4)$$

$$f(\bar{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{H}) = RF(H) \quad (5)$$

ここに、

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\sigma}_y - \boldsymbol{\alpha} \quad (6)$$

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\sigma} - \bar{\boldsymbol{\alpha}} \quad (7)$$

$$\bar{\boldsymbol{\alpha}} \equiv \mathbf{s} - R(\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha}) \quad (\bar{\boldsymbol{\alpha}} - \mathbf{s} = R(\boldsymbol{\alpha} - \mathbf{s})) \quad (8)$$

$\boldsymbol{\sigma}_y$ は下負荷面上の現応力点 $\boldsymbol{\sigma}$ に対応する正規降伏面上の共役応力であり、次式の関係を持つ。

$$\boldsymbol{\sigma}_y = \frac{1}{R} \{ \boldsymbol{\sigma} - (1-R)\mathbf{s} \} \quad (\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{s} = R(\boldsymbol{\sigma}_y - \mathbf{s})) \quad (9)$$

スカラー H は等方硬化変数であり、2階のテンソル $\boldsymbol{\alpha}$ および $\bar{\boldsymbol{\alpha}}$ は正規降伏面および下負荷面の中心を表す。特に $\boldsymbol{\alpha}$ は移動硬化変数であり、背応力に対応する。なお、一般性を有する定式化のために2階のテンソルに限定されない $\boldsymbol{\alpha}$ 以外の異方性テンソルを $\mathbf{H}$ とした。

下負荷面の式(5)を時間微分することにより、適応条件式として次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \text{tr} \left\{ \frac{\partial f(\bar{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{H})}{\partial \bar{\boldsymbol{\sigma}}} \dot{\bar{\boldsymbol{\sigma}}} \right\} + \text{tr} \left\{ \frac{\partial f(\bar{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{H})}{\partial \mathbf{H}} \dot{\mathbf{H}} \right\} \\ & = \dot{R}F + RF'\dot{H} \end{aligned} \quad (10)$$

ここに、

$$F' \equiv \frac{dF}{dH} \quad (11)$$

Fig 2 The function U in the evolution rule of the similarity-ratio R ($D=0$).

なお, $(\cdot)$ は物質時間微分を表わす。

塑性変形が進行する $D^P \neq 0$ の場合, 現応力点 σ を常を含む下負荷面は膨張を続け, ついには正規降伏面に一致することを考慮して, 塑性負荷過程 ($D^P \neq 0$) における R の発展則は次式で与えられる。

$$\dot{R} = U \parallel D^P \parallel \quad (D^P \neq 0) \quad (12)$$

なお, 従来の下負荷面モデルに採用している上式中の材料関数 U は, 次の関係を満たす R の単調減少関数である (図2参照)。

$$\left. \begin{array}{l} U = \infty : R = 0 \\ U = 0 : R = 1 \end{array} \right\} \quad (0 \leq R \leq 1) \quad (13)$$

この定式化により, $R=0$ では弾性応答を示すが, R の増加つまり材料関数 U の減少に伴って塑性変形が卓越することにより, 弾性変形から塑性変形への滑らかな遷移が表現可能となる。なお, $R=1$ の場合, 降伏面の内部を純弾性領域と仮定する古典弾塑性論に完全に一致する。

以降, 塑性ストレッチング D^P は関連流動則に従うと仮定して次式で与える。

$$D^P = \lambda N \quad (14)$$

ここに, λ は正值の比例係数, N は現応力点 σ における正規化された下負荷面の外向き法線を表すテンソルであり, 次式で与えられる。

$$N = \frac{\partial f(\bar{\sigma}, H)}{\partial \sigma} \left/ \left\| \frac{\partial f(\bar{\sigma}, H)}{\partial \sigma} \right\| \right. \quad (\|N\| = 1) \quad (15)$$

ここに, $\parallel$ は大きさを表す。

式(12)および(14)を適応条件式(10)に代入することにより, 正值の比例係数 λ は次式で与えられる。

$$\lambda = \frac{\text{tr}(N \dot{\sigma})}{M^P} \quad (16)$$

上式(16)における塑性係数 M^P は次式で与えられる。

$$M^P = \text{tr} \left[N \left(\left\{ \frac{F'}{F} h - \frac{1}{RF} \text{tr} \left(\frac{\partial f(\bar{\sigma}, H)}{\partial H} h \right) + \frac{U}{R} \bar{\sigma} + \bar{a} \right\} \right) \right] \quad (17)$$

ここに,

$$h = \frac{\dot{H}}{\lambda}, \quad h = \frac{\dot{H}}{\lambda} \quad (18)$$

$$\bar{a} = \frac{\dot{\bar{a}}}{\lambda} = Ra + (1-R)z - U(s-\alpha) \quad (19)$$

$$a = \frac{\dot{a}}{\lambda}, \quad z = \frac{\dot{z}}{\lambda} \quad (20)$$

式(1), (2), (14)および(16)より, ストレッチングー応力速度関係として, 次式が得られる。

$$D = E^{-1} \dot{\sigma} + \frac{\text{tr}(N \dot{\sigma})}{M^P} N \quad (21)$$

さらに, 正の比例定数 Λ のストレッチングによる表現を Λ と記して, 次式を得る。

$$\Lambda = \frac{\text{tr}(NED)}{M^P + \text{tr}(NEN)} \quad (22)$$

なお, A および C を2階, B を4階の任意のテンソルとすると, 関係 $\text{tr}(ABC) = A_{ij} B_{ijkl} C_{kl}$ を満たす。

以上より, 式(21)の逆関係である応力速度ーストレッチング関係は次式で与えられる。

$$\dot{\sigma} = ED - \frac{\text{tr}(NED)}{M^P + \text{tr}(NEN)} EN \quad (23)$$

また, 硬化および軟化状態へ適用可能な負荷基準は次式で与えられる。

$$\left. \begin{array}{l} D^P \neq 0 : \Lambda > 0, \\ D^P = 0 : \Lambda \leq 0, \end{array} \right\} \quad (24)$$

なお, 条件式(13)を満たすべき関数 U の具体系として次式が用いられる場合が多い。

$$U = -m \ln R \quad (25)$$

ここに, m は正規降伏面内部での塑性変形の発生の程度, つまり弾性状態から塑性状態に至る間の応力ーひずみ関係の滑らかさに影響を与える材料定数である。条件式(13)を満たす材料関数式(25)を採用する場合, 除荷過程を除いた全負荷過程を通じて $R=0$ においてのみ弾性応答を示すが, それ以外では全て弾塑性応答を

示すことになる。また、仮に現応力点 σ が正規降伏面を飛び出し、 $R > 1$ となる場合においては、 $U < 0$ ($\dot{R} < 0$) となり、現応力点は正規降伏面上へ引き戻される。

以上で導出されたモデルは、非弾性ストレッチングとして関連流動則に従う塑性ストレッチングのみを仮定しているため、その方向は降伏面の法線方向に固定され、またその大きさは降伏面の法線方向の応力速度成分にのみ依存することになり、接線方向の応力速度成分は全て無視される。これらの塑性流動に関する過度の拘束は、せん断帯の発生や変形の局所化などの塑性不安定現象および非比例荷重などを伴う変形解析への適用に限界を与えることが指摘されている⁽¹⁰⁾が、降伏面の法線方向のみならず接線方向の応力速度による非弾性変形である接線塑性を考慮した拡張モデル⁽¹¹⁾⁽¹²⁾、さらには材料応答の特性長さ依存性を考慮可能な勾配塑性モデル⁽¹³⁾への拡張も行われている。

2・2 相似中心の移動則 繰返し負荷時の材料挙動における特徴的な応答の一つである **Bauchinger 効果** は、移動硬化つまり正規降伏面の中心の移動で表現可能である。他方、初期負荷曲線に比して逆負荷曲線時に曲率が低下する、いわゆる **Masing 効果** の表現を目的として相似中心およびその移動の概念⁽¹⁴⁾が導入されている。本項では、相似中心 s の発展則について概説する。

相似中心 s を通り、正規降伏面に相似かつ同一の中心 α を有する面（“相似中心面”と呼ぶ）は次式で表される。

$$f(\hat{s}, H) = R_s F(H) \quad (26)$$

ここに、

$$\hat{s} = s - \alpha \quad (27)$$

R_s は正規降伏面に対する相似中心面の相似比である。相似中心面は正規降伏面より大きくなり得ないことから、次の不等式が満たされねばならない。

$$f(\hat{s}, H) \leq F(H) \quad (28)$$

式(28)は、微分形で次のように表される。

$$\text{tr} \left[\frac{\partial f(\hat{s}, H)}{\partial s} (\dot{s} - \dot{\alpha}) + \frac{1}{F} \left\{ \text{tr} \left(\frac{\partial f(\hat{s}, H)}{\partial H} \dot{H} \right) - \dot{F} \right\} \hat{s} \right] \leq 0 \quad (29)$$

相似中心の移動則として式(29)を満たす次式が仮定できる。

$$\dot{s} = C \parallel D^p \parallel \dot{\sigma} + \dot{\alpha} + \frac{1}{F} \left\{ \text{tr} \left(\frac{\partial f(\hat{s}, H)}{\partial H} \dot{H} \right) - \dot{F} \right\} \hat{s} \quad (30)$$

ここに、

$$\dot{\sigma} = \sigma - s \quad (31)$$

C は相似中心の移動速度を規定する材料関数であり、具体形は後述する。

3. 弾塑性モデルの拡張

本節では、弾性境界面⁽¹⁴⁾およびダメージの概念を導入することにより従来モデルを拡張する。

3・1 弾性境界面の概念 従来下負荷面モデル⁽⁸⁾⁽¹⁰⁾は、弾性挙動を明確に堅持する材料に対しては、降伏面内部での塑性変形を過度に予測することが考えられる。そこで、下負荷面の大きさがある値よりも小さな場合に純粋な弾性応答を示し、かつ弾性応答から塑性応答への滑らかな遷移の表現を目的として、次式で与えられる“弾性境界面”の概念⁽¹⁴⁾を導入する。

$$f(\bar{\sigma}, H) = R^e F(H) \quad (32)$$

ここに、 R^e は弾性境界面の大きさを規定する材料関数であり、一般に応力や塑性内部状態変数の関数である（図2参照）。

ここで、次のような仮定を設ける。

I. 下負荷面の大きさが弾性境界面のそれよりも小さく、次式を満たす条件下では、弾性モデルの応答を呈する。

$$f(\bar{\sigma}, H) \leq R^e F(H) \quad (33)$$

上式は式(5)を用いて、次のように書き換えられる。

$$R \leq R^e \quad (34)$$

II. 下負荷面の膨張速度を規定する材料関数 U は、塑性負荷過程において、次の関係を満たす R の単調減少関数で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} U = \infty : R &= R^e \\ U = 0 : R &= 1 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} (0 \leq R \leq 1) \\ (0 \leq R^e \leq 1) \end{aligned} \quad (35)$$

上記仮定 II より、 $R = 1$ もしくは $R^e = 1$ の場合、提案モデルは正規降伏面の内部を純弾性領域と仮定する古典弾塑性論に完全に一致する。なお、関係式(35)を満たす材料関数 U の具体形を後に提案する。

3・2 損傷・ダメージの概念とその発展則 PSB に代表される微細な塑性変形やせん断帯の発生過程を

Fig 3 The damage function D in the evolution rule of the plastic internal variable H_d .

材料の損傷に伴う材料特性の変化として、現象論的弾塑性論に基づいてモデル化を行う。

まず、損傷の程度を表す関数として次式で与えられるダメージ関数 D を新たに導入する。

$$D(H_d) = 1 - \left\{ 1 + d_2 \left(\frac{H_d}{d_1} \right)^{d_3} \right\} \left\{ 1 + \left(\frac{H_d}{d_1} \right)^{d_3} \right\}^{-1} \quad (36)$$

ここに、 $d_i (i=1,2,3)$ はダメージの進展に影響を与える材料定数である。式(36)で与えられるダメージ関数 D の応答を図3に示している。本図からわかるように、本研究で提案するダメージ関数 D は、ダメージを表す内部状態変数 H_d の単調増加関数であり、 $D=0$ であるダメージ無しの状態から内部状態変数 H_d の値が d_1 に近づくにつれてダメージが急増し、さらにその値は H_d の増加に伴って $(1-d_2)$ に漸近することがわかる。なお、ダメージの指標となる内部状態変数 H_d としては、塑性累積ひずみ H や塑性仕事などが考えられるが、本研究では、塑性累積ひずみ H を採用する。

4. 材料関数

本節では、後の解析に用いる材料関数を提案する。まず、負荷関数 f として次式で与えられるMises型を採用する。

$$f(\bar{\sigma}) = \sqrt{\frac{2}{3}} \|\bar{\sigma}^*\| \quad (37)$$

ただし、

$$\bar{\sigma}^* = \bar{\sigma} - \frac{1}{3} \text{tr}(\bar{\sigma}) \mathbf{I} \quad (38)$$

また、等方硬化硬・軟化関数 F として次式を採用する。

$$F = F_0 [1 + h_1 \{1 - \exp(-h_2 H)\}] \quad (39)$$

ここに、 F_0 は正規降伏面の大きさ F の初期値、 h_1 および h_2 は材料定数である。また、塑性内部状態変数 H の速度として、次式を採用する。

$$\dot{H} = \sqrt{\frac{2}{3}} \|\mathbf{D}^p\| \quad (40)$$

次に、正規降伏面の中心 α の移動による移動硬化の発展則として、次式を採用する。

$$\dot{\alpha} = a_1 (a_2 \frac{\bar{\sigma}^*}{\|\bar{\sigma}^*\|} - \alpha) \|\mathbf{D}^p\| \quad (41)$$

ここに、 a_1 および a_2 は移動硬化発達の程度を規定する材料定数である。

本研究では、ダメージの蓄積によって正規降伏面内の塑性変形の発生が促進されることを考慮するために、関係式(35)を満たす材料関数 U の具体形として、弾性境界 R^e および損傷関数 D を考慮した次式を提案する(図2)。

$$U = -u (1-D) \ln \left(\frac{R-R^e}{1-R^e} \right) \quad (42)$$

ここに、 u は下負荷面の膨張速度を規定する材料定数である。なお、関数 U は図2に示される R の単調減少関数である。

また、相似中心の移動則を規定する材料関数 C に対して損傷関数 $\bar{D}$ を考慮した次式を仮定する。

$$C = -c (1-\bar{D}) \ln \left(\frac{R-R^e}{1-R^e} \right) \quad (43)$$

ここに、 c は材料定数である。なお、本研究では簡単のために損傷関数 $\bar{D}$ として式(36)と同形式を採用する。

5. 材料試験結果

建築構造用圧延鋼材であるSN490Bを供試材料として、図4に示した砂時計型の丸棒試験片を用いた一軸引張および両振り繰返し載荷試験を室温大気環境中に行った。なお、何れの試験もJIS規格の静的試験条件に準拠して、試験機アクチュエータのヘッド変位速度を0.0066 (mm/sec)一定として、ロードセルによる荷重に加え、1軸 2mm のゲージを用いて最小断面位置で

Fig 4 The configuration of test specimen.

Fig 5 Definition of parameters.

Table 1 The tensile properties of SN490B (MPa, %)

Material	E	σ_Y upper	σ_Y lower	σ_B	ϵ
SN490B	206016	412.3	359.5	536.27	27

E : Young's modulus; σ_Y : yield stress; σ_B : tensile strength; ϵ : elongation. (The number of tested specimens was 4.)

のひずみを計測した。なお、繰返し载荷試験時に採用する各種パラメータの定義を図5に示しているが、応力ゼロにおける引張り側ひずみループの幅を $\Delta \bar{\epsilon}^P$ 、ループ中央位置における軸ひずみの値を $\bar{\epsilon}$ 、また $\Delta \bar{\epsilon}^P$ の積算値の2倍を $\bar{H}$ とした。表1に4回の一軸引張試験結果を平均して得た力学的特性を示している。なお、実験により得られた代表的な公称応力-ひずみ関係を図6に示している。

先行して行った単調载荷試験により得られた上降伏応力の約0.73倍の応力を最大公称応力とする両振り繰返し試験により得られた特定回における公称応力-ひずみ関係を図7に示している。また、繰返し载荷回数Nと各種パラメータの関係を図8に示している。図7および8より、繰返し回数Nが400回程度までは、ほぼ弾性的な応答を示すが、その後のNの増加に伴って $\Delta \bar{\epsilon}^P$ 値が急増する結果が得られた。しかし、繰返し回数が

Fig 6 Stress-strain curve of SN490B under monotonic extension condition.

Fig 7 Stress-strain relation of SN490B under cyclic loading condition.

Fig 8 Evolution of strain parameters with the increase of number of cycles.

700回程度になると、ひずみの発生は減速傾向に転じ、1500サイクル程度で $\Delta \bar{\epsilon}^P$ 値が一定になり、いわゆる塑性シェイクダウン⁰⁾ (或いは交番塑性) の状態に達

Fig 9 Stress-strain curve of the proposed model under monotonic extension condition.

Fig 12 Stress-strain curves calculated under one side-cyclic loading conditions.

Fig 10 Stress-strain curve of the proposed model calculated under cyclic loading condition.

Fig 13 Stress-strain curve calculated under one side-cyclic loading condition.

Fig 11 Evolution of strain parameters calculated with the increase of number of cycles.

6. 計算結果

繰返し負荷挙動に対する提案モデルの応答特性の把握を目的として解析を行う。なお、材料パラメータを以下のように設定した。

$$\begin{aligned} E &= 206000 \text{ (MPa)}, \quad \nu = 0.3, \\ F_0 &= 412 \text{ (MPa)}, \quad u = 20000, \\ h_1 &= -0.2, \quad h_2 = 400, \quad R^e = 0.4, \\ a_1 &= 3, \quad a_2 = 750, \quad c = 20000, \\ d_1 &= 0.02, \quad d_2 = 1.53, \quad d_3 = 0.009. \end{aligned}$$

図9に、一軸単調引張り条件下における提案モデルの真応力-ひずみ関係を示す。また、先の実験に対応する繰返し応力に対する真応力-ひずみ関係を図10に示している。なお、応力ゼロにおける塑性ひずみの大きさ $\Delta \epsilon^P$ 、塑性ストレッチングの大きさ $\|D^P\|$ の積分

したことが確認された。なお、本研究ではひずみゲージの精度保証範囲内と考えられる3000回程度までの実験に留めている。

値 H およびループ中央位置における軸ひずみ ε の各値と繰返し载荷回数 N との関係を図11に示している。これらによると、図7および8の実験結果同様、400 サイクル程度までは、ほぼ弾性的な応答を示すが、繰返し回数 N の増加に伴って、急激に塑性ひずみが発生すると共に H 値が上昇することがわかる。また、繰返し回数 N が700回程度になると、塑性ひずみの発生は減速傾向に転じ、1500サイクル程度で引張および圧縮時のひずみの絶対値が等しくなり $\Delta\varepsilon^P$ の値が飽和することが確認できる。ここで注目すべきは、従来の古典的な弾塑性モデルを用いた場合には、ほぼ弾性的な応答を繰返すのみで、図9および10で得られたような非弾性ひずみの集積は予測されない。なお、これらの塑性ひずみが発生するタイミングやその大きさは、ダメージ関数によって制御される。なお、低荷重片振り条件下における計算結果を図12に示しているが、塑性変形がわずかしき発生しないことがわかる。また、降伏応力を超える引張り繰返し応力に対しては、図13に示すようにラチェッティング現象を表現している。

7. 結 語

本論文では、弾性境界面およびダメージ関数を導入した繰返し弾塑性モデルを提案し、繰返し負荷挙動に対する応答特性の把握を行った。その結果、以下の知見が得られた。1) 実験で得られる滑らかな弾—塑性遷移および降伏応力より小さな繰返し载荷に伴う塑性変形の予測が可能である。2) ダメージの蓄積により塑性変形が急速に発生するが、その後一定幅のループを呈し、塑性シェイクダウンに至る。3) 降伏応力を超える繰返し応力に対しては、多くの実験で見られるラチェッティング現象を表現している。

今後、応力振幅や平均応力を様々に変えた場合など、各種実験条件下における実測値との比較を行うことにより、モデルの予測精度向上を図る必要がある。

参考文献

- (1) Suresh, S., Cambridge Univ. Press, 1998.
- (2) Ni, H. and Wang, Z.; *Materials Science and Engineering, A* 314, (2001), 12-23.
- (3) Kondo, Y., Sakae, C., Kubota, M., Kitahara, H. and Yanagihara, K.; *Trans. JSME, A* 71(705), (2005), 763-768.
- (4) Toyosada, M., Gotoh, K. and Niwa, T.; *International Journal Fatigue*, 26, (2004), 993-1002.
- (5) Toyosada, M. and Niwa, T.; Kyoritsu Publisher, (2001).
- (6) Mroz, Z.; *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 15, (1967), 163-175.
- (7) Dafalias, Y.F. and Herrmann, L.R.; *Proc. International Symp. Soils under Cyclic Trans. Load*, Swansea, (1980), 335-345.
- (8) Hashiguchi, K.; *International Journal of Solids and Structures*, 25, (1989), 917-945.

- (9) Ohno, N. and Wang, J. -D.; *International Journal of Plasticity*, 9(3), (1993), 375-390.
- (10) Hashiguchi, K. and Yoshimaru, T.; *International Journal Plasticity*, 11(4), (1995), 347-365.
- (11) Hashiguchi, K. and Tsutsumi, S.; *International Journal Plasticity*, 17(1), (2001), 117-145.
- (12) Hashiguchi, K. and Tsutsumi, S.; *International Journal Plasticity*, 19(10), (2003), 1651-1677.
- (13) Tsutsumi, S. and Hashiguchi, K.; *International Journal Plasticity*, 21(10), (2005), 1941-1969.
- (14) Tsutsumi, S., Toyosada, M. and Hashiguchi, K.; *Journal of Applied Mechanics (JSCE)*, 9, (2006), 455-462.
- (15) Drucker, D.C.; *Applied Mechanics Review (ASME)*, 41, (1988), 151-167.
- (16) Hashiguchi, K., Protasov, A. Y. and Okayasu, T.; *Materials Science Research International*, 7, (2001), 265-272.
- (17) Hashiguchi, K. and Tsutsumi, S.; *International Journal Plasticity*, 23(5), (2007), 767-797.