中間層を有する三次元接着接合体の角部における 熱残留応力の特異場の強さ* (中間層のヤング率を変えた場合)

古口 日出男^{*1}, 中村 伸也^{*2}

Intensity of Singularity for Residual Thermal Stresses at a Vertex in Three-Dimensional Bounded Joints with an Interlayer (In Case of Various Young's Moduli in Interlayer)

Hideo KOGUCHI^{*3} and Shinya NAKAMURA^{*3} Department of Mechanical Engineering, Nagaoka University of Technology,
1603-1 Kamitomioka, Nagaoka-shi, Niigata, 940-2188 Japan

A mismatch of material properties may cause stress singularity, which lead to the failure of bonding part in joints. It is very important to analyze a stress singularity field for evaluating the strength of interface in three-dimensional joints. Thermal residual stresses occur in a cooling process after bonding the joints at a high temperature, and the stress singularity for thermal stresses also occurs. In the present paper, a boundary element method and an eigen value analysis based on a finite element method are used for evaluating the intensity of singularity of residual thermal stresses at a vertex in joints. Three-dimensional boundary element program based on the fundamental solution for two-phase isotropic body is used. The singular stress field for residual thermal stresses at the vertex in three-dimensional bonded structures with an interlayer is calculated with varying material properties of interlayer. Additionally, a relationship between Dundurs' parameter α_{3D} for three-dimensional stress states and the intensity of singularity K_{ss} . Stress singularity field will be able to estimate for an arbitrary material combination in the present study using this relationship under thermal loadings.

Key Words: Stress Singularity, Interface, Elasticity, Adhesive Joints, Boundary Element Method

1. 緒 言

小型化・高機能化が進む電子デバイスには多くの異材接合部がある。特に、それらのデバイスでは接合材料の物性値の違いから、接合過程において生じる界面端の熱残留応力により界面はく離が発生することがある。一般に、その熱残留応力は特異性を有している。したがって、界面の熱残留応力の測定・解析が盛んに行われている⁽¹⁾⁽³⁾。接合体の特異応力場については古くから理論的に Bogy⁽⁴⁾⁻⁽⁶⁾や Dempsey⁽⁷⁾らにより調べられている。特異応力場は応力特異点を原点とする極座標系において、特異点からの距離の関数として表される⁽⁸⁾。特異応力場には指数特異性、対数特異性、指数対数型特異性などの型がある。本研究で取り扱う異材接合体における熱残留応力場においては界面端部で発生する特異応力場に対数特異性が発生することが知られている⁹。特異応力場の理論に基づいて接合体の強度評価を行

う場合、特異応力場の特異性のオーダーだけでなく応力場の強さを知る必要がある。Yang⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾らは二次元接合体に熱負荷が作用する場合の界面上の応力分布をいくつかの材料の組み合わせにおいて調べ、応力分布を推定する式を提案した。一方、中間層を有する接合体の研究では二次元接合体ではあるが、井岡⁽¹²⁾らの解析がある。これまで接合体における熱残留応力の研究は二次元接合体に対する解析が多く、三次元接合体に対する解析は少ない。本論文では、はじめに応力特異性のオーダーを有限要素法による固有値解析を用いて求める。その接合体の中間層のヤング率を種々変えて、境界要素法により三次元接合体の角部における熱残留応力の特異応力場の強さを求める。そして、特異応力場の強さに対する中間層の熱的・力学的特性の影響を明らかにする。特に特異応力場の強さ K_{ss} と三次元応力状態に対する Dundurs パラメータ α_{3D} ⁽¹³⁾ との関係を明らかにする。また、中間層を有する接合体の角部における特異場の強さおよび特異応力場を簡単に推定する方法を提案する。

* 原稿受付 2007年1月4日。

^{*1} 正員, フェロー, 長岡技術科学大学工学部(〒940-2188 長岡市上富岡町1603-1)。^{*2} 長岡技術科学大学工学部。

E-mail: koguchi@mech.nagaokaut.ac.jp

2. 解析方法

中間層を有する三次元接合体の応力は境界要素法により求めた。その式を以下に示す。

$$c_{ij}(P)u_j(P) = \int_{\Omega} U_{ij}^*(P, Q) t_j dS(Q) - \int_{\Omega} T_{ij}^*(P, Q) u_j dS(Q) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 c_{ij} は境界の形状により決まる定数、 Ω は解析領域の表面、 U_{ij}^* と T_{ij}^* は変位と作用力に対する基本解である。 P および Q はそれぞれ境界上の観測点とソース点である。 t_j と u_j は作用力ベクトルと変位ベクトルである。また、本研究ではRongvedの二相体の解を基本解として用いているため、界面における要素分割を必要としない。

ここでは、応力特異性のオーダを有限要素法の定式化に基づく固有値解析により求める。固有値 p は特異性のオーダ λ と $\lambda=1-p$ の関係がある。この値 p は次式の固有方程式を解くことにより求められる⁽¹⁴⁾。

$$(p^2[A] + p[B] + [C])\{u\} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $[A]$ 、 $[B]$ および $[C]$ は弾性定数からなる行列、 $\{u\}$ は変位ベクトルである。

本論文では、境界要素法により熱残留応力を求める。以下にその方法を説明する。等方・均質な弾性体において、 ΔT の温度変化を受ける時の自由熱膨張に伴う熱ひずみ ϵ_{ij}^T は次式で与えられる。

$$\epsilon_{ij}^T = \alpha \Delta T \delta_{ij} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 α は材料の線膨張係数であり、 δ_{ij} はKroneckerのデルタである。自由熱膨張が拘束されていると熱応力が発生する。材料がHooke則にしたがうものとする、応力 σ_{ij} とひずみ ϵ_{ij} の関係は次式のように表される。

$$\epsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \left(\sigma_{ij} - \frac{\nu}{1+\nu} \sigma_{kk} \delta_{ij} \right) + \alpha \Delta T \delta_{ij} \quad \dots\dots\dots (4)$$

式(4)から応力をひずみで表すと、式(5)となる。

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left(\epsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \epsilon_{kk} \delta_{ij} \right) - \frac{E}{1-2\nu} \alpha \Delta T \delta_{ij} \quad \dots\dots\dots (5)$$

二つの材料がある温度 T で完全に接合された後、温度変化 ΔT を受ける場合、Duhamelの定理に基づけば、側面に仮想表面力が作用する通常の弾性問題と等価な問題として取り扱うことができる。

3. 解析モデル および 解析条件

本研究の解析モデルおよび寸法を図1に示す。被着材(Material 1)の寸法は高さ h_1 が10mm、幅 $(2L)$ が20mmである。中間層(Material 2)の厚さ h は0.4mmで一定

である。材料2を同材ではさむ構造をしている。各材料の物性値については、表1に示す通りである。ここで、

Fig.1 A model of bonded structures for analysis

Fig.2 Plot of α_{3D} - β_{3D} plane for three-dimensional bonded joints

Table 1 Material properties used for BEM analysis

Pair	Material 1	Material 2
A	$E_1=375[\text{GPa}]$	$E_2=30 \sim 250[\text{GPa}]$
	$\nu_1=0.27$	$\nu_2=0.33$
	$\alpha_1=2.4494 \times 10^{-6}[\text{K}^{-1}]$	$\alpha_2=4.6084 \times 10^{-6}[\text{K}^{-1}]$
B	$E_1=375[\text{GPa}]$	$E_2=80 \sim 240[\text{GPa}]$
	$\nu_1=0.27$	$\nu_2=0.28$
	$\alpha_1=2.4494 \times 10^{-6}[\text{K}^{-1}]$	$\alpha_2=3.2436 \times 10^{-6}[\text{K}^{-1}]$
C	$E_1=240[\text{GPa}]$	$E_2=30 \sim 220[\text{GPa}]$
	$\nu_1=0.30$	$\nu_2=0.33$
	$\alpha_1=2.750 \times 10^{-6}[\text{K}^{-1}]$	$\alpha_2=4.6084 \times 10^{-6}[\text{K}^{-1}]$

E はヤング率, ν はポアソン比, α は線膨張係数をそれぞれ表している。図1に示す解析モデルに、側面からそれぞれの材料特性に応じた外力 $E_i \alpha_i \Delta T / (1 - 2\nu_i)$ ($i=1, 2$) を加え、応力分布を求めた後、加えた外力を取り除いた。接合界面端角部における最小要素長さは 0.0005mm である。本論文では、中間層 (Material 2) のヤング率が温度依存性を持つ場合を想定し、ヤング率を種々に変えて、解析を行う。図2は三次元 Dundurs 平面に示した材料の組み合わせである。ここで、三次元 Dundurs パラメータ α_{3D} は以下の式で表される⁽¹³⁾。

$$\alpha_{3D} = \frac{\Gamma(1-\nu'_1) - \Gamma(1-\nu'_2)}{\Gamma(1-\nu'_1) + \Gamma(1-\nu'_2)} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\beta_{3D} = \frac{\Gamma(1-3\nu'_1) - (1-3\nu'_2)}{\Gamma(1-\nu'_1) + (1-\nu'_2)} \quad \dots\dots\dots (7)$$

Fig.3 FEM model for eigen analysis

Fig.4 A relationship between Dundurs' parameter α_{3D} and the order of stress singularity λ

$$\nu'_i = \frac{\nu_i}{1 + \nu_i}, \quad G_i = \frac{E_i}{2(1 + \nu_i)}, \quad (i=1, 2), \quad \Gamma = \frac{G_2}{G_1} \quad \dots\dots\dots (8)$$

さらに本論文で、被着材 (Material 1) は同じ材料としているため、応力と変位は中間層の中心面に関して対称である。ここでは、要素数を少なくするためにモデルの対称性を考慮して、要素分割を行った。

4. 解析結果および考察

4.1 特異性のオーダ解析 固有値解析には既報⁽¹⁵⁾で説明した有限要素モデルを用いた。解析モデルのメッシュ分割図を図3に示す。応力特異点を原点とする球座標系において ϕ 方向と θ 方向に分割を行った。要素サイズは $(\theta \times \phi) = 10^\circ \times 10^\circ$ 、要素数および節点数は 162 と 541 である。中間層 (Material 2) のヤング率の値を変えているため、特異性のオーダは全ての組み合わせにおいて異なる値をとる。本解析における特異性のオーダ λ は 0.001 から 0.254 の間の値であった。図4に三次元 Dundurs パラメータ α_{3D} と特異性のオーダ λ の関係を各 Pair に対して示す。 α_{3D} の値が大きくなるに伴い、特異性のオーダ λ も増加していく。また、全ての組み合わせにおいて固有値に $p=1$ の三重根が得られた。 $p=1$ の三重根がある場合、対数特異性が発生するため、接合端部の応力場は次のように表すことができる⁽⁸⁾。

$$\frac{\sigma_{ij}(r, \theta, \phi)}{\sigma_0} = K_{1ij} f_{1ij}(\theta, \phi) \bar{r}^{-\lambda} + K_{2ij} f_{2ij}(\theta, \phi) + K_{3ij} f_{3ij}(\theta, \phi) \ln \bar{r} + K_{4ij} f_{4ij}(\theta, \phi) (\ln \bar{r})^2 \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $\bar{r}$ は r/L である。また、 σ_0 は熱応力を無次元化するため応力である。

4.2 熱残留応力の分布 以下に示す応力成分は直交座標系から図5に示す球座標系に変換して求めたものである。図6は Joint 1 の $\phi=45^\circ$ 方向における界面上の応力 $\sigma_{\theta\theta}$ の分布を異なる材料特性の中間層に対して

Fig.5 Spherical coordinate system with an origin at the vertex of bonded joints

示したものである。この図で応力分布は $\bar{r}$ に対してプロットされている。さらに、図7の(a)(b)(c)はそれぞれ Pair A における応力を式(10)(11)(12)に示す異なる σ_0 で無次元化したして得られたものである。ここで σ_{m1} は被着材(Material 1)の熱応力値、 σ_{m2} は中間層(Material 2)の熱応力値を表している。

$$\sigma_0 = \sigma_{m2} = \frac{E_2}{1-2\nu_2} \alpha_2 \Delta T \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$\sigma_1 = \sigma_{m1} - \sigma_{m2} = \frac{E_1}{1-2\nu_1} \alpha_1 \Delta T - \frac{E_2}{1-2\nu_2} \alpha_2 \Delta T \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$\sigma_3 = \Delta T \Delta \alpha^* \left[\frac{1}{E_1^*} - \frac{1}{E_2^*} \right]^{-1} \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$\Delta \alpha^* = \alpha_1 - \alpha_2, \quad E_i^* = \frac{E_i}{1-2\nu_i}, \quad (i=1,2) \quad \dots\dots\dots(13)$$

式(10)は中間層(Material 2)の熱応力、式(11)は被着材(Material 1)と中間層(Material 2)の熱応力の差、式(12)は Yang らによって提案された式を三次元に拡張したものである。二次元の熱応力解析に関しては、特異場を整理する際の無次元化のための定数が Yang ら⁽¹⁰⁾によって提案された。一方、三次元熱応力場における応力を適切に無次元化のための定数は提案されていない。本論文の場合、図7(a)~(c)を比較した場合、式(10)による無次元化の結果は特異性オーダが変化しても $r/L > 10^{-2}$ の範囲における応力が全て一本の曲線になっていることがわかる。すなわち、式(10)の中間層(Material

Fig.6 Distribution of stress $\sigma_{\theta 0}$ against r/L for various order of stress singularity of bond layer at $\theta=90^\circ$ and $\phi=45^\circ$

(a) Plot of $\sigma_{\theta 0}/\sigma_0$ against r/L on Pair A

(b) Plot of $\sigma_{\theta 0}/\sigma_1$ against r/L on Pair A

(c) Plot of $\sigma_{\theta 0}/\sigma_2$ against r/L on Pair A

Fig.7 Distribution of stress, $\sigma_{\theta 0}/\sigma_i$ ($i=0, 1, 2$), against r/L for various order of stress singularity of bond layer at $\theta=90^\circ$ and $\phi=45^\circ$

2)の熱応力で応力分布を無次元化することにより応力特異場から離れた領域の熱残留応力を統一的に表すことができる。このことから、特異応力場内の応力を整理する際の基準を設定することが容易になると考える。図8はPair BおよびPair Cについても式(10)による無次元化を行った応力分布である。図7(a)と同様に $r/L > 10^{-2}$ の範囲でほぼ同一の分布に整理できている。また、応力の特異性のオーダー λ の大きい材料の組み合わせほど応力場の強さも大きくなっていることがわかる。

4.3 特異応力場の強さ 図7(a)および図8で示した各組み合わせにおける応力分布を式(9)により定式化を行うことで各項の係数である特異場の強さ $K_{i\theta\theta}$ を

(a) Pair B

(b) Pair C

Fig.8 Distribution of stress, $\sigma_{\theta\theta}/\sigma_0$, against r/L for various orders of stress singularity of bond layer at $\theta=90^\circ$ and $\phi=45^\circ$

求めた。図9は三次元 Dundurs パラメータ α_{3D} と特異場の強さの関係を示したものである。図9からわかるように、特異場の強さ $K_{1\theta\theta}/\sigma_0$ および $K_{2\theta\theta}/\sigma_0$ はパラメータ α_{3D} の増加に伴って減少する傾向にある。一方で、対数項の特異場の強さ $K_{3\theta\theta}/\sigma_0$ および $K_{4\theta\theta}/\sigma_0$ はパラメータ α_{3D} の増加に伴って増加する傾向にある。また、全ての特異場の強さ $K_{i\theta\theta}/\sigma_0$ において、中間層(Material 2)のポアソン比 ν_2 と線膨張係数 α_2 が同一の場合、特異場の強さ $K_{i\theta\theta}$ と三次元 Dundurs パラメータ α_{3D} との関係はほぼ同一の曲線になる。本解析においては、Pair A および Pair C については中間層(Material 2)が同一の物性値となるように設定している(ヤング率 E_2 は除く)。中間層(Material 2)の物性が異なる Pair B のみが他の二つの分布とは異

 (a) Intensity of stress singularity $K_{1\theta\theta}/\sigma_0$ and $-K_{2\theta\theta}/\sigma_0$

 (b) Intensity of stress singularity $K_{3\theta\theta}/\sigma_0$ and $K_{4\theta\theta}/\sigma_0$

Fig.9 A relationship between Dundurs' parameter α_{3D} and the intensity of singularity $K_{i\theta\theta}$ ($i=1,2,3,4$)

なる曲線となっている。しかし、Pair B の分布は他の二つの分布とほぼ平行な関係となっている。

図10は、図9と同様に特異場の強さ $K_{i\theta\theta}/\sigma_0$ と三次元 Dundurs パラメータ α_{3D} との関係を示したものであるが、特異場の強さ $K_{i\theta\theta}/\sigma_0$ を式(14)および式(15)の値で割っている。

$$A_{12} = \alpha_2 v_2' = \alpha_2 \frac{v_2}{1+v_2} \quad (K_{1\theta\theta} \text{ および } K_{2\theta\theta} \text{ の場合}) \cdots (14)$$

$$A_{34} = \Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 \quad (K_{3\theta\theta} \text{ および } K_{4\theta\theta} \text{ の場合}) \cdots (15)$$

式(14)、(15)を本論文では一本化定数と呼ぶことにする。これらの一本化定数は $K_{1\theta\theta}$ および $K_{2\theta\theta}$ の場合と $K_{3\theta\theta}$ および $K_{4\theta\theta}$ の場合とは異なる要素から構成され

る。 $K_{1\theta\theta}$ および $K_{2\theta\theta}$ の場合、中間層(Material 2)の線膨張係数 α_2 とポアソン比 v_2 から成り、 $K_{3\theta\theta}$ および $K_{4\theta\theta}$ の場合、接合材料の線膨張係数の差 $\Delta\alpha$ である。式(14)および(15)の一本化定数を用いることで中間層(Material 2)の物性が異なる場合においても、特異場の強さ $K_{i\theta\theta}$ と三次元 Dundurs パラメータ α_{3D} との関係はほぼ同一曲線で表すことが可能となる。

図11は一本化された特異場の強さ $K_{i\theta\theta}$ を次式の Dundurs パラメータ α_{3D} で近似して得られた曲線と強さ $K_{i\theta\theta}$ である。

$$\frac{K_{i\theta\theta}}{\sigma_0 A_{12}} = A_i + B_i \exp\left(\frac{-(\alpha_{3D} - \alpha_{i0})}{C_i}\right) + D_i \exp\left(\frac{-(\alpha_{3D} - \alpha_{i0})}{E_i}\right) \quad (i=1,2) \cdots (16)$$

$$\frac{K_{i\theta\theta}}{\sigma_0 A_{34}} = A_i + \frac{B_i}{(\alpha_{3D} - C_i)^2 + D_i} \quad (i=3,4) \cdots (17)$$

(a) α_{3D} versus $K_{1\theta\theta}$ and $-K_{2\theta\theta}$

(b) α_{3D} versus $K_{3\theta\theta}$ and $K_{4\theta\theta}$

Fig.10 A relationship between α_{3D} and intensity of singularity $K_{i\theta\theta}$ ($i=1,2,3,4$)

(a) α_{3D} versus $K_{1\theta\theta}$

(b) α_{3D} versus $K_{2\theta\theta}$

(c) α_{3D} versus K_{300} (d) α_{3D} versus K_{400} Fig.11 Relationship between Dundurs' parameter α_{3D} and the intensity of stress singularity K_{i00}

ここで、 A_i , B_i , C_i , D_i , E_i , α_0 は定数である。なお、これらの定数を表2に示す。接合体を構成する材料の物性値が既知である場合、式(16)および(17)を用いることにより特異場の強さ K_{i00} を推定することができる。さらに、式(9)を用いることにより界面上の応力分布を求めることができる。

4.4 特異応力場の応力分布 つぎに、各 Pair の中で図 11 に示された Dundurs パラメータ α と特異場の強さ K の近似関係式を用いて応力分布を求め、BEM のから得られた結果と比較する。図 12 は両者を比較した図である。図 12(a) には Pair A と Pair C、図 12(b) には Pair B 中のある材料の組み合わせにおける結果を示している。図から $r/L < 10^2$ の特異応力場において、BEM の結果と比較的一致していることがわかる。

(a) Pair A and Pair C

(b) Pair B

Fig.12 Comparison of numerical result and estimated value

5. 結 言

本論文は中間層を有する三次元異材接合体の中間層

Table 2 Values of parameters in approximating functions

K_{100}	A_1	B_1	C_1	D_1	E_1	α_0
	69.8569	1973.39	0.0181	2929.51	0.177	0.398
K_{200}	A_2	B_2	C_2	D_2	E_2	α_0
	325.281	2143.98	0.0202	2641.83	0.199	0.398
K_{300}	A_3	B_3	C_3	D_3		
	-12.087	11.124	1.114	0.026		
K_{400}	A_4	B_4	C_4	D_4		
	-0.572	0.464	1.025	0.038		

(Material 2)のヤング率を様々に変え、接合体界面角部における特異応力場の応力分布およびその強さを求め、強さと三次元 Dundurs パラメータの関係を調べたものである。その結果をまとめると以下ようになる。

- (1) 特異応力場の応力を中間層(Material 2)の熱応力で無次元化し、その分布から特異場の強さ K_{100} を算出した。その結果、特異応力場の強さ K_{100} および K_{200} は三次元 Dundurs パラメータ α_{3D} の増加に伴い増加するのに対し、対数特異性の強さ K_{300} および K_{400} は減少することがわかった。
- (2) 中間層(Material 2)のヤング率を種々に変えた場合、三次元 Dundurs パラメータ α_{3D} に対して特異場の強さ K_{100} を整理すると、中間層(Material 2)のポアソン比および線膨張係数が同じ場合は同一曲線上にプロットが並ぶ。一方、中間層(Material 2)の物性が異なる場合でもポアソン比および線膨張係数を含む適当な定数で整理することにより、特異場の強さの分布を同一曲線で表すことは可能である。
- (3) 三次元 Dundurs パラメータ α_{3D} と特異場の強さ K_{100} の関係を用いて、本研究で調べた範囲内の任意の材料特性を有する組み合わせに対し、特異場の応力分布を計算することが可能である。

文 献

- (1) Miura, K, Nishimura, A, Kwai, S and Nishi, K, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.55, No.516(1989), pp.1763-1769.
- (2) Seo, K, Kusaka, M, Nogata, F, Terasaki, T, Nakao, Y, Saida, K, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.55, No.510(1989), pp.312-317.
- (3) Kobayashi, H, Arai, Y, Nakamura, H, Nakamura, M, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.55, No.512 (1989), pp.750-754.
- (4) Bogy, D.B., On the Problem of Edge-Bonded Elastic Quarter-Planes Loaded at the Boundary, *Int. J. Solids Structures*, Vol.6, (1970), pp.1287-1313.
- (5) Bogy, D.B., Two Edge-Bonded Elastic Wedges of Different Materials and Wedge Angles under Surface Traction, *J. Appl. Mech.*, Vol.38, (1971), pp.377-386.
- (6) Bogy, D.B. and Wang, K.C., Stress Singularities at Interface Corners in Bonded Dissimilar Isotropic Elastic Materials, *Int. J. Solids Structures*, Vol.7, (1971), pp.993-1005.
- (7) Dempsey, J.P. and Sinclair, G.B., On the Stress Singularities in the Plane Elasticity of the Composite Wedge, *J. Elasticity*, Vol.9, (1979), pp.373-391.
- (8) Koguchi, H., Yamaguchi, M., Minaki, K. and Prukvilailert, M., *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.69, No.679 (2003), pp.585-593.
- (9) Yuuki R. and Xu, J., Q., *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.58, No.556(1992), pp.2394-2400.
- (10) Munz, D. and Yang, Y.Y., Stress Singularity at the Interface in Bonded Dissimilar Materials Under Mechanical and Thermal Loading, *J. Appl. Mech.*, Vol.59, (1992), pp.857-861.
- (11) Munz, D., Matthias, A., and Yang, Y.Y., Thermal Stresses in Ceramic-Metal Joints with an Interlayer, *J. Am. Ceram. Soc.*, Vol.78, No.2(1995), pp.285-290.
- (12) Ioka, S. et al., *J. Society Mater. Sci., Japan*, Vol.53, No.8 (2004), pp.841-845.
- (13) Koguchi, H., Muramoto, T. and Ihara, I., *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Ser. A*, Vol.64, No.618(1998), pp.232-240.
- (14) Pageau, S.S and Bigger, Jr S.B., Finite Element Evaluation of Free-Edge Singular Stress Fields in Anisotropic Material, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol.38, (1995), pp.2225-2239.
- (15) Koguchi, H., Sakai, H. and Prukvilailert, M., *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Ser. A*, Vol.71, No.703(2005), pp.402-410.